

Partea a doua

REPREZENTĂRI DE ARHITECTURĂ ÎN PERSPECTIVĂ

9.

MECANISMUL PERSPECTIVEI

9.1. INTRODUCERE

DEFINIȚII

Perspectiva explică legile după care obiectele înconjurătoare capătă aspecte diferite în funcție de locul din care sînt privite. În același timp perspectiva prezintă procedeele grafice după care se poate reprezenta pe un plan cu două dimensiuni spațiul cu trei dimensiuni.

Redarea spațiului în desen a constituit preocuparea scenografilor antici în pictura decorurilor scenice. Aceste căutări izvorîte din necesități practice și teoretice au dat naștere la o disciplină care în perioada Renașterii, a primit numele de *perspectivă*. Ea intră ca materie de învățămînt în toate universitățile epocii. În concepțiile de început perspectiva cuprindea mai mult reguli de desen ce aveau drept scop o apropiere de imaginea realității. În Antichitate perspectiva era cunoscută sub numele de „scenografică”. Istoricul matematicii grecești Geminus (sec. I î.e.n.) dă următoarea definiție: „Scenografică este acea ramură a opticii care arată cum să se facă desenele, reprezentînd obiecte la distanțe diferite și diferite înălțimi, păstrînd totuși pentru vedere proporția și forma acestor obiecte”. Leonardo da Vinci (1452–1519) arată că: „Pictura se întemeiază pe perspectivă... fără ea nimic nu se face... Ucenicul trebuie mai întîi să învețe perspectiva, cu care el poate să distribuie fiecărui obiect dreapta lui măsură”.

Jules de la Gournerie (sec. XIX) definește perspectiva astfel: „Perspectiva este arta de a reprezenta obiectele din spațiu pe un tablou, păstrînd aparența

lor. Ea este liniară sau aeriană, după cum se ocupă de forme sau de colorație”.

După cum reiese din aceste definiții perspectiva nu este numai geometrie, ci așa cum arată A. Gheorghiu, ea este în același timp geometrie, optică, fiziologie și psihologie a vederii.

Perspectiva este știința de a reda prin desen aspectele obiectelor din spațiu așa cum se văd ele de la distanță finită.

Într-o primă aproximație, perspectiva se bazează pe proiecția conică. *Proiecția conică* este operația geometrică care schematizează procesul percepției vizuale.

Geometria introdusă de perspectivă este necesară, dar nu suficientă și de aceea s-a apelat la o serie de metode grafice care să apropie desenul perspectiv de viziunea realității.

UTILITATEA PERSPECTIVEI ÎN ARHITECTURĂ

Încă din secolul I î.e.n., arhitectul și inginerul latin Vitruviu a arătat utilitatea perspectivei în arhitectură: „Arhitecții au neapărată trebuință de scenografie (perspectivă), pentru că ea învață a da diferitelor părți ale unei clădiri raporturi convenabile, fără a se mai teme că prin realizare, ei ar pierde ceva din frumusețea proiectată”. Perspectiva este utilă pentru „laici” întrucît ea reușește să redea într-o viziune cît mai aproape de realitate aspectul viitoareii construcții, dar este și mai utilă pentru proiectanți în timpul studiului, ca mijloc de cercetare anticipată a efectului plastic (A. Gheorghiu 1963). Studiul și definitivarea unei creații de arhitectură exclusiv în epura de geometrie descrip-

tivă poate duce, datorită caracterului convențional al acestui desen, la un anumit grafism. Proiectul nefiind scopul final al proiectării de arhitectură, grafica nu slujește cu nimic construcției realizate. Practica de proiectare a impus o continuă trecere de la reprezentarea de geometrie descriptivă la cea de perspectivă și invers.

Fotografia poate înlocui perspectiva mai ales pentru nevoi de documentare, în studiu fiind folosită în combinație cu aceasta; perspectiva și legile ei având un rol dominant.

Nici macheta nu poate înlocui complet perspectiva. În procesul de proiectare, studiul pe machetă nu ne dă o viziune corectă a obiectelor ce se vor realiza. Macheta redă numai volumetria dar nu și relația cu dimensiunile umane, în plus nu toate elementele arhitecturale și constructive își reduc efectul plastic și de rezistență proporțional cu micșorarea pur geometrică a întregului volum. Deoarece la fiecare etapă de studiu se poate face o perspectivă, aceasta se dovedește a fi mai directă, mai economică și mai avantajoasă decât o machetă. De asemenea, numai perspectiva poate să redea atmosfera și relația cu mediul înconjurător.

9.2. VEDEREA UMANĂ

GLOBUL OCULAR

Simțul vederii permite omului să recunoască obiectele care îl înconjură, să aprecieze forma, mărimea, culoarea, luminozitatea și mișcarea lor, precum și distanța care îl separă de ele, în măsura în care aceste obiecte emit lumină, reflectă lumină sau sînt amplasate pe un fond luminos. Organul vederii îl constituie ochiul care este format din *globul ocular* și *anexele* sale de mișcare, apărare, nutriție și de transmitere a informației la creier.

Ochiul a servit drept model aparatului de fotografiat dar, spre deosebire de acesta, ochiul este viu, deci în continuă mișcare. Totuși, pentru a înțelege mai bine sistemul optic al ochiului, se va face analogia cu aparatul de fotografiat care este mai simplu și la îndemîna tuturor. În figura 9.2.1 este arătată o secțiune orizontală prin globul ocular drept. Globul ocular are o formă relativ sferică, cu diametrul de aproximativ 24 mm, și este limitat la exterior de o membrană albă protectoare numită sclerotică. Sclerotică este captușită la interior cu o membrană neagră — coroida. *Retina* este o membrană formată din celule sensibile la excitații luminoase. Aceste celule sensibile, în formă de conuri și bastonașe, constituie terminațiile nervului optic. Nervul optic

pătrunde în globul ocular printr-un punct situat în planul ecuatorial la 15° spre interior față de axa optică. Acest punct se numește *punctul orb*, deoarece este insensibil la lumină și are un diametru de 1,5...1,8 mm. Sistemul optic al ochiului este alcătuit dintr-o serie de organe și medii refringente care condensează pe retină razele de lumină. Corneea este transparentă și are forma de calotă sferică cu raza de 8 mm.

Cristalinul este o lentilă biconvexă cu țesut viu, avînd fețele sferice de raze variabile, în funcție de distanțele obiectelor vizate. Această variație a curburii fețelor se realizează cu ajutorul mușchilor ciliari. În fața cristalinului se găsește *irisul* — mușchi radio-centric, străpuns circular de *pupilă*. Pupila are un diametru ce variază în funcție de lumină de la 2 la 7 mm. Irisul servește ca ecran opac, similar cu diafragma unui aparat de fotografiat, pentru a doza cantitatea de lumină care ajunge pe retină, în funcție de diferitele intensități de iluminare. Imaginea este mai clară atunci cînd razele de lumină trec prin partea centrală a cristalinului, iar irisul împiedică trecerea lor prin periferia cristalinului. Centrele fețelor corneei, cristalinului și centrul pupilei formează *axa optică* a sistemului optic ocular. Diametral opus pupilei, pe axa optică, se găsește *pata galbenă*, zona cea mai sensibilă a retinei. Pata galbenă este de formă eliptică, cu axa mare orizontală de 2 mm și axa mică verticală de 1 mm. În centrul petei galbene, retina prezintă o mică depresiune — *fovea centralis* cu un diametru de 150...200 microni; este punctul de maximă acuitate vizuală.

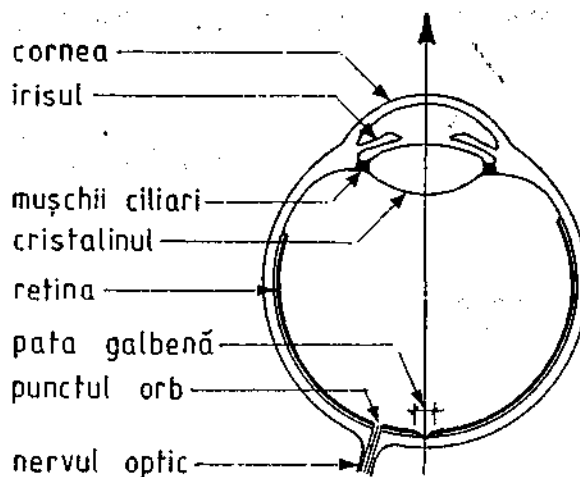


fig. 9.2.1

Reprezentări de arhitectură în perspectivă

FORMAREA IMAGINII

În sistemul optic al ochiului, cristalinul joacă rolul principal în formarea imaginii, deoarece funcționează ca o lentilă biconvexă. După cum se știe din optică, lentilele convergente biconvexe dau o imagine reală, răsturnată și mai mică (fig. 9.2.2). Fasciculul de raze divergente, ce pleacă dintr-un punct A al unui obiect în spațiu, este transformat de către cristalin într-un fascicul convergent în punctul-imagine a pe retină. Posibilitatea ochiului ca, prin variația curburii cristalinului, să aducă imaginea oricărui obiect pe retină, se numește *acomodare*.

Într-un glob ocular normal, razele luminoase care vin de la un obiect situat la o distanță de cel puțin 6 m se focalizează, datorită sistemului optic al ochiului, la o distanță de 24 mm înăpoia corneei, adică chiar pe retină. Deci, pentru obiectele ce se găsesc la o distanță față de ochi mai mare de 6 m nu este necesară acomodarea. Punctul cel mai apropiat de ochi la care un obiect poate fi văzut clar cu ajutorul acomodării complete se află, în raport cu vârsta, la o distanță cuprinsă între 7 și 80 cm.

Capacitatea ochiului de a percepe obiecte foarte mici se numește *acuitate vizuală*. Două puncte de 1,4 mm diametru situate la 5 m distanță sînt percepute separat dacă între ele există o distanță de minim 1,4 mm. Dacă distanța dintre ele este mai mică cele două puncte apar contopite. Acuitatea vizuală este maximă pe fovea centralis și scade de 4...5 ori către extremitatea petei galbene, iar în dreptul meridianului frontal al retinei este de 150 de ori mai mică. Prin mici mișcări ochiul caută să aducă în zona de maximă acuitate vizuală imaginile obiectelor din spațiu. Aceste mișcări care se succed cu o frecvență foarte mare (50-90/s) fac ca imaginea recepționată de creier să fie continuă și clară pe toată suprafața ei.

La trecerea de la o lumină la alta ochiul prezintă *fenomenul de adaptare*. Adaptarea la întuneric se face mai greu (circa 20 min față de cea la lumină care se face în circa 5 min).

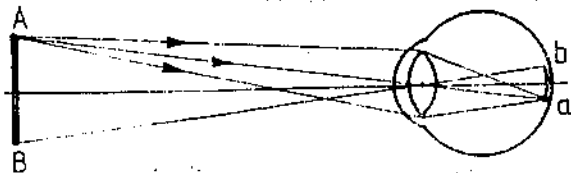


fig. 9.2.2

CÎMPUL VIZUAL

Cîmpul vizual al ochiului este format de ansamblul de puncte din spațiu ale căror imagini se formează pe retină, atunci cînd privim ținînd capul nemișcat. Cîmpul vizual corespunzător petei galbene este un con cu o deschidere la vîrf de 6...8°. Acest cîmp redus poate fi pus în evidență atunci cînd căutăm cu privirea un avion aflat la mare înălțime; sînt necesare mai multe încercări pînă reușim să aducem imaginea avionului în zona de maximă acuitate vizuală. Dacă vederea s-ar realiza cu aceeași intensitate pe întreaga suprafață a retinei, acest punct, aflat la mare distanță, s-ar putea percepe imediat. Datorită mobilității ochiului în orbită, cîmpul vizual este mai larg fiind limitat de construcția anatomică a feței. De exemplu, pentru ochiul drept, cîmpul vizual al unei vederi suficient de clare poate ajunge pe orizontală la 40...50° spre interior și 80...104° spre exterior, iar pe verticală la 40...50° superior și 60...70° inferior (fig. 9.2.3). Acest cîmp vizual se mărește, dacă lumina descrește, pentru că atunci deschiderea pupilei crește. Rezultă astfel, pentru ochiul drept de exemplu, o imagine alungită din stînga sus către dreapta jos (fig. 9.2.4). Cîmpul vizual al vederii binoculare este o rezultantă a cîmpurilor vizuale ale celor doi ochi și este un con cu vîrfurile înăpoia lor. Din motive practice vom simplifica diagrama vederii binoculare

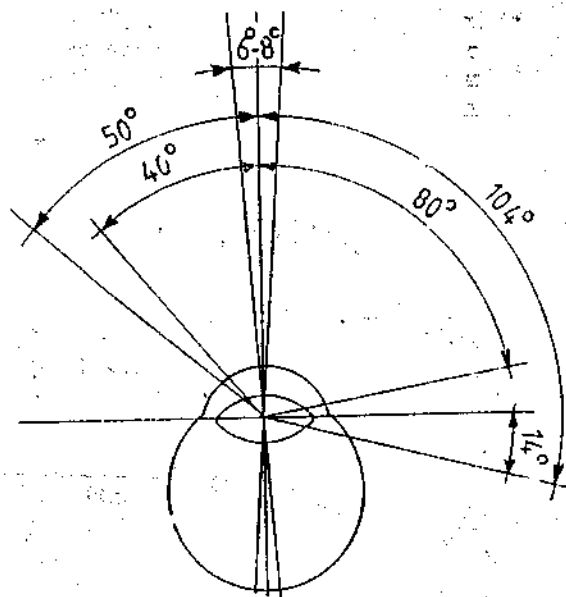


fig. 9.2.3

din figura 9.2.4, punînd în evidență mai ales acele unghiuri pe care le vom folosi la construcția perspectivei. În figura 9.2.5 (H. Teodoru, 1959) sînt puse în evidență mai multe zone de claritate a cîmpului vizual:

- a) o zonă centrală de viziune foarte precisă și foarte clară, unde obiectele sînt percepute în cele mai mici detalii, avînd unghiul cuprins între 28° ... 37° .
- b) o zonă de viziune mai puțin precisă și destul de clară, unde obiectele sînt percepute satisfăcător cu unghiul de 53° .
- c) o zonă periferică de viziune neclară; după cum se vede această zonă este foarte mare în raport cu celelalte.

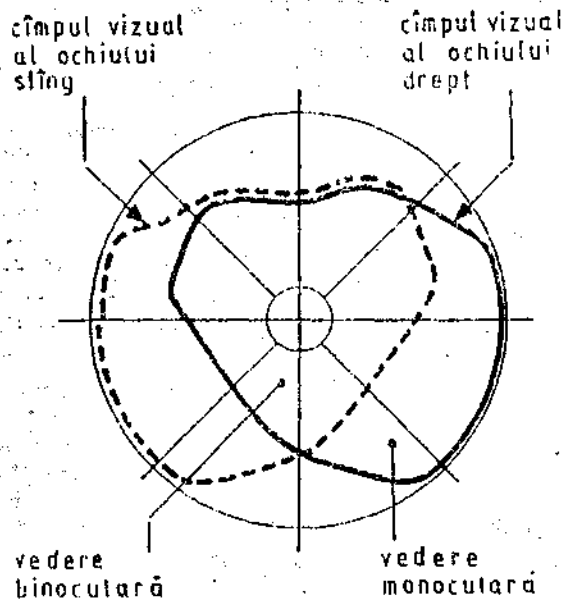


fig. 9.2.4

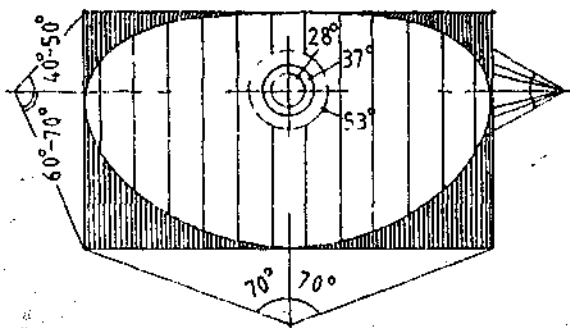


fig. 9.2.6

VEDEREA BINOCULARĂ

Vederea binoculară reprezintă capacitatea scoarței cerebrale de a contopi, într-o senzație unică, cele două imagini transmise de fiecare retină în parte. Deși imaginea care se formează pe retină are două dimensiuni, obiectele înconjurătoare sînt percepute spațial și nu plat. Aceasta se datorește faptului că privim cu doi ochi. Dacă am privi cu un singur ochi impresia de distanță și relief ar scădea simțitor. Vederea monoculară percepe aspectele reale ale obiectelor din spațiu, dar aplatizate și fără diferențieri de planuri. Deci, nepercepînd adîncimile, vederea monoculară este incompletă. Sistemul celor doi ochi formează o triangulație, ce are ca bază distanța dintre centrele globurilor oculare (circa 6 ... 7 cm). Pentru a localiza un obiect din spațiu cei doi ochi trebuie să realizeze o convergență a axelor lor optice către acest obiect. Unghiul format de axele optice este mare, dacă obiectul este situat mai aproape și descrește odată cu depărtarea lui față de ochi. Sistemul nervos înregistrează modificările de tensiune din mușchii oculari și le corelează cu distanța. Acest lucru face posibilă localizarea în spațiu a unor puncte ce se află pe aceeași rază vizuală a unuia dintre ochi, dar la distanță mare de ochi (fig. 9.2.6).

Pentru distanțe apropiate imaginile fiecărui ochi în parte sînt diferite. Prin contopirea la nivelul scoarței cerebrale a celor două imagini se creează impresia de relief, volum, depărtare. Această diferențiere a imaginilor celor doi ochi scade odată cu depărtarea față de ochi a obiectelor ce sînt observate. La distanțe mai mari de 4 ... 500 m,

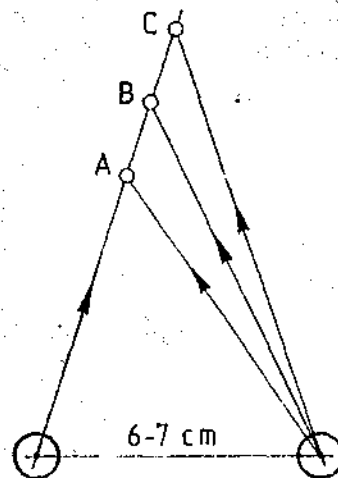


fig. 9.2.5

imaginile nu mai au adîncime, cei doi ochi funcționînd ca unul singur.

Această proprietate, de a percepe imaginile în relief, este dobîndită în timp și prin experiența trăită. Se știe că la nou-născuți imaginile vizuale nu sînt însoțite de la început de perceperea spațialității. Ei cred că toate obiectele pe care le văd pot să le și atingă cu mîna. Pentru a pune mai bine în evidență diferența dintre vederea cu un ochi și cea cu doi ochi, amintim cîteva experiențe de percepție vizuală, binecunoscute:

a) Dacă privim cu un singur ochi două fire de ață de aceeași culoare, care trec unul pe lîngă altul și sînt situate la 1...2 m distanță de ochi, nu putem spune cu precizie care este mai în față.

b) Privind cu un singur ochi crengile desfrunzite ale unui copac, acestea ne apar suprapuse într-un singur plan (la fel ca într-un desen). Numai cu doi ochi reușim să distingem care sînt mai în față și care sînt mai depărtate de noi.

c) Închizînd un ochi, să încercăm să aducem cu ambele mîini două creioane, vîrf la vîrf, fără să le atingem. Cînd vom privi cu amîndoi ochii vom avea surpriza să constatăm diferența de depărtare a celor două vîrfuri față de ochi.

Cîmpul vizual al unui ochi completează cîmpul vizual al celuilalt ochi. Acest lucru îl punem în evidență astfel: privind un obiect cu ambii ochi vom vedea întreaga imagine a obiectului, chiar dacă între ochi și obiectul privit interpunem un creion ținut vertical. Dacă închidem un ochi

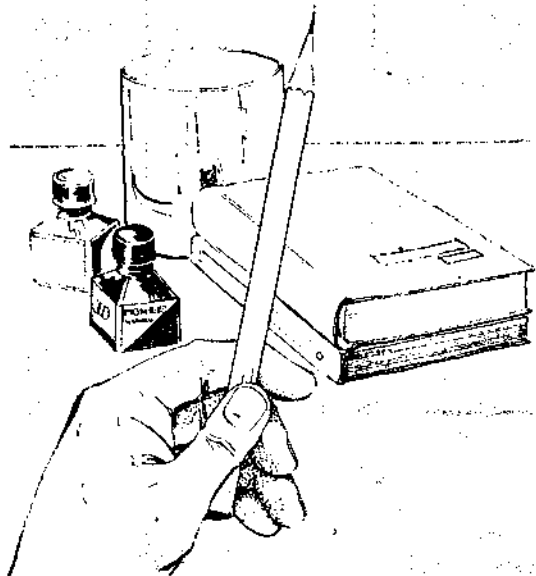


fig. 9.2.7

creionul va acoperi o parte din imaginea obiectului privit, la fel ca într-un desen (fig. 9.2.7); deci, ce nu vedem cu un ochi vedem cu celălalt.

Pe proprietatea vederii binoculare se bazează construcția stereoscopului, atît ca aparat de fotografiat, cît și ca aparat de vizionat fotografii stereoscopice. Cele două imagini stereoscopice sînt percepute separat de fiecare ochi, dînd senzația de adîncime; este ceea ce se întîmplă cînd privim într-o oglindă. Fiecare ochi vede pe suprafața ei imaginea care, prin reflectare, se formează anume pentru el. Nu avem senzația că imaginea se formează pe suprafața oglinzii și sîntem tentați să întindem mîna spre obiectele ce ne apar dincolo de suprafața ei.

FENOMENE SUBIECTIVE ALE VEDERII UMANE

Pe lîngă fenomenele de optică fiziologică, perfect măsurabile, vederea umană prezintă o serie de fenomene subiective care sînt numai în parte măsurabile. Aceste fenomene se bazează în special pe relațiile care se stabilesc între excitanții externi, recepționați de ochi, și senzațiile vizuale ce se formează la nivelul scoarței cerebrale. Dacă forma, mărimea sau culoarea imaginii pe care o vedem diferă de cea a proiecției pe retină, înseamnă că stimulii ce ne parvin sînt modificați la nivelul sistemului nervos. Apar așa-numitele „iluzii optice”. O mare importanță în formarea senzațiilor vizuale o are experiența trăită. Se știe că orbii din naștere, vindecați, au la început senzația că ating obiectele cu ochii.

Cînd percepem obiecte foarte luminoase sînt excitate pe retină și celulele din jur. Apare un fenomen de iradiere. Astfel o pată albă pe un fond negru apare mai mare decît o pată neagră pe un fond alb, deși cele două pete au aceleași dimensiuni (fig. 9.2.8). La trecerea de la o imagine luminoasă la un fond întunecat, imaginea persistă un timp apoi se întunecă treptat. Aceasta înseamnă că efectul produs de lumină asupra retinei nu dispăre în

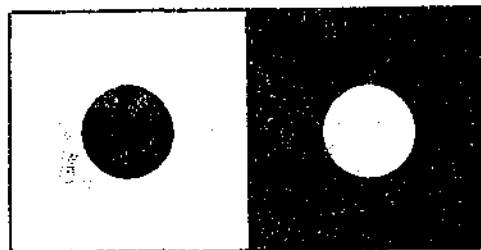


fig. 9.2.8

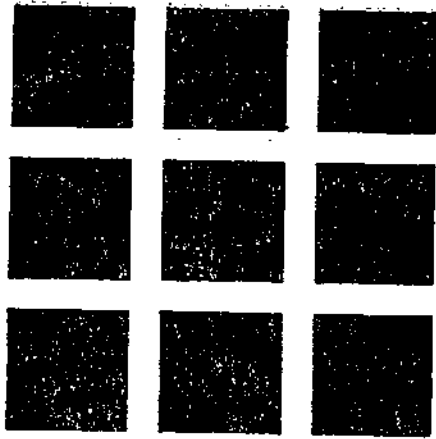


fig. 9.2.9

același timp cu întreruperea stimulului, ci mai durează 1/15...1/20 dintr-o secundă. Persistența imaginilor creează senzația de mișcare continuă și face posibilă vizionarea proiecțiilor cinematografice. În figura 9.2.9 este pus în evidență acest fenomen de persistență, care apare atunci când recepționăm o succesiune de tonuri contrastante. La intersecția liniilor albe pe fondul negru apar niște pătrate cenușii.

Rudolf Arnheim arată că „pînă și o configurație

vizuală foarte simplă este afectată fundamenta de structura ambianței spațiale”. În spațiul vizual se creează o serie de relații între elementele sale componente, care fac ca în anumite condiții să avem așa-numitele iluzii optice. În figura 9.2.10, care ilustrează o variantă a iluziei Ponzo, cele două linii verticale par inegale, deoarece noi rămînem în afara sistemului spațial din desen. Să includem aceste două verticale într-o perspectivă (fig. 9.2.11). De data aceasta pătrundem suficient de mult în sistemul spațial creat în desen și vedem cele două verticale egale.

Două linii paralele par curbe dacă se suprapun peste ele un fascicul de drepte convergente în tr-un punct situat între aceste paralele (fig. 9.2.12). În figura 9.2.13 aceleași linii par frînte.

Cele două segmente egale par a avea mărimi diferite în figura 9.2.14. Cele două cercuri egale din figura 9.2.15 dau impresia că nu au același diametru, dacă unul este înconjurat de un cerc puțin mai mare, iar celălalt de un cerc cu raza de 3...4 ori mai mare. Un spațiu urban nemobilat și pustiu pare mai mic decît același spațiu prevăzut cu serie de elemente de mobilier urban, pe care să se oprească privirea și să stabilească comparații de mărime și distanță.

Spațiul vizual este considerat anizotrop — același segment de dreaptă pare mai lung în poziție verticală decît în poziție orizontală. Aceasta pentru

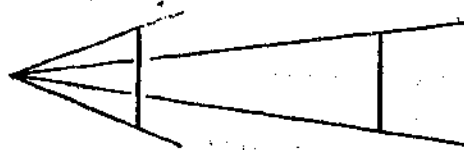


fig. 9.2.10

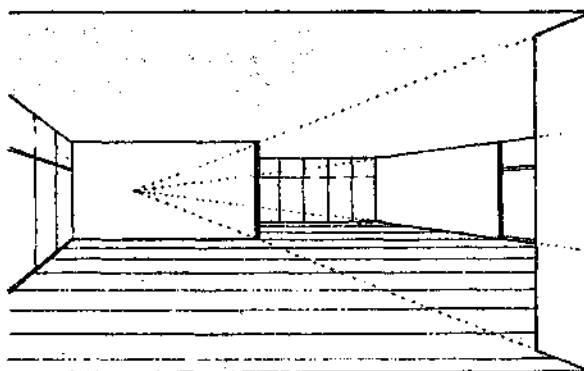


fig. 9.2.11

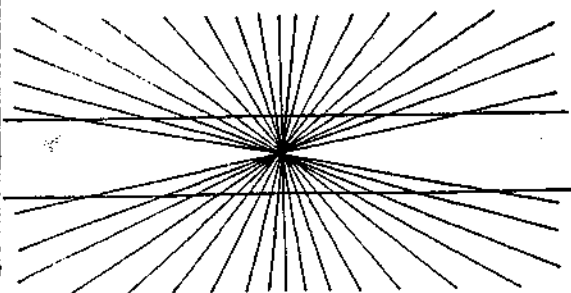


fig. 9.2.12

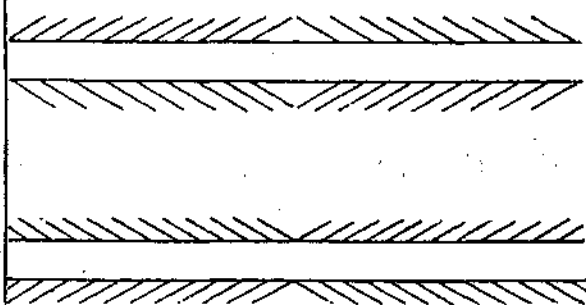


fig. 9.2.13

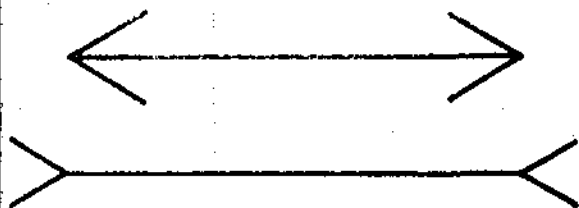


fig. 9.2.14

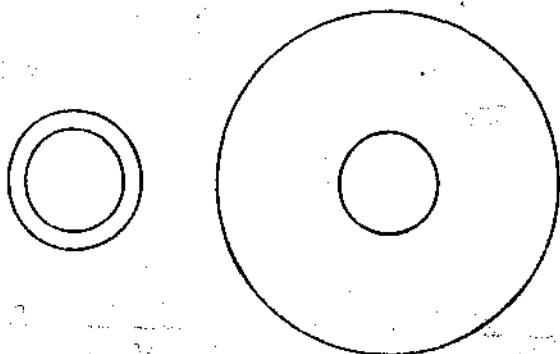


fig. 9.2.15

ochiul are o mai mare mobilitate pe orizontală decât pe verticală.

Desenul și fotografia se deosebesc chiar și de vederea monoculară, cu care sînt comparate. Pentru distanțe apropiate, imaginea realizată cu un singur ochi are un plus de relief față de desen și fotografie, deoarece tensiunea mușchilor ciliari, ce controlează curbura cristalinului, este folosită de sistemul nervos ca indicator al distanței.

9.3. GEOMETRIZAREA SIMȚULUI VEDERII

SCURT ISTORIC

Încă din cele mai vechi timpuri omul a încercat să redea prin desen obiectele și ființele din jurul său. La început s-au folosit procedeele cele mai simple de redare a spațiului, cum este metoda bidimensională egipteană sau diferite metode axonometrice. Dacă aceste metode au fost descoperite independent în întreaga lume, la niveluri primitive de concepție vizuală, perspectiva ca proiecție conică a fost descoperită într-un singur loc și într-un singur moment în întreaga istorie — Renașterea. Perspectiva a apărut ca rezultat a unor explorări îndelungi și, așa cum arată R. Arnheim, ea este departe de modul cel mai realist de redare a spațiului vizual.

Spațiul mergînd în profunzime este divizat într-o serie de pătrate care descresc odată cu depărtarea. Pe acest caroaaj sînt desenate obiectele, adaptînd proporțiile lor la dimensiunile descrescînde ale pătratelor. Metoda caroaajelor datează din vremea lui Alberti (1435), a lui Leonardo da Vinci (1492) și a lui Viator (1505), fiind reluată de Vignola (1530—1540) în a doua regulă a sa și apoi apare în majoritatea manualelor pentru artiști.

În figura 9.3.1 este înfățișat mecanismul folosit de Albrecht Dürer în tratatul său despre măsurători. După cum se vede, desenatorul privește printr-un orificiu care îi asigură un punct de observație fix și trasează contururile modelului pe placa verticală. Leonardo da Vinci recomandă pictorilor „metoda vitroului cadrilat”, care nu este altceva decât un geam divizat în pătrate, așezat vertical între obiect și desenator. Albrecht Dürer în „Desenatorul alăutei” (1525) ilustrează mecanismul metodei lui Leonardo da Vinci (fig. 9.3.2). Razele vizuale sînt materializate prin diferitele poziții ale unui fir petrecut printr-un inel fix (centrul de proiecție) și care este ținut întins de o greutate. Un desenator urmărește cu cealaltă extremitate a firului diferitele puncte ale obiectului, care sînt rapor-

representat un aspect al
 arhitecturii din perioada
 clasică. Se observă
 utilizarea coloanelor
 corinthiene și a frontoanelor
 triunghiulare. În partea
 de jos a imaginii se
 poate observa un
 element decorativ
 care sugerează un
 element de arhitectură
 clasică, posibil o
 coloană sau un
 element de fronsă.
 Stilul este caracteristic
 arhitecturii clasică din
 perioada Imperiului
 Roman și este un
 exemplu de arhitectură
 clasică din perioada
 clasică.

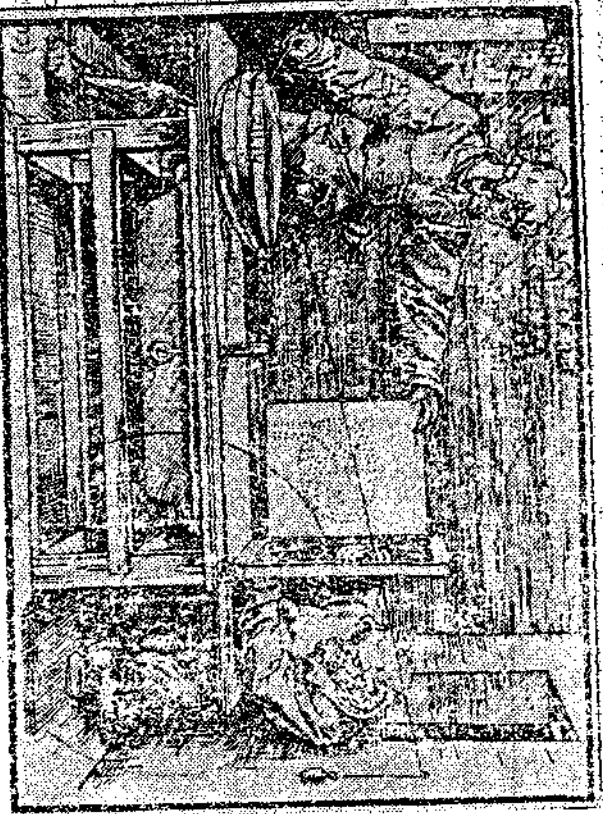


Fig. 9.32

Reprezentări de arhitectură în perspe-

40. Incontro a San
 t'Antonio, 1874.
 (Copia dell'originale
 conservato alla
 Biblioteca di San
 t'Antonio, in
 un album di
 disegni di
 G. B. Paganini.
 Incontro a San
 t'Antonio, 1874.
 (Copia dell'originale
 conservato alla
 Biblioteca di San
 t'Antonio, in
 un album di
 disegni di
 G. B. Paganini.)

IL TAVOLO

41. Incontro a San
 t'Antonio, 1874.
 (Copia dell'originale
 conservato alla
 Biblioteca di San
 t'Antonio, in
 un album di
 disegni di
 G. B. Paganini.)

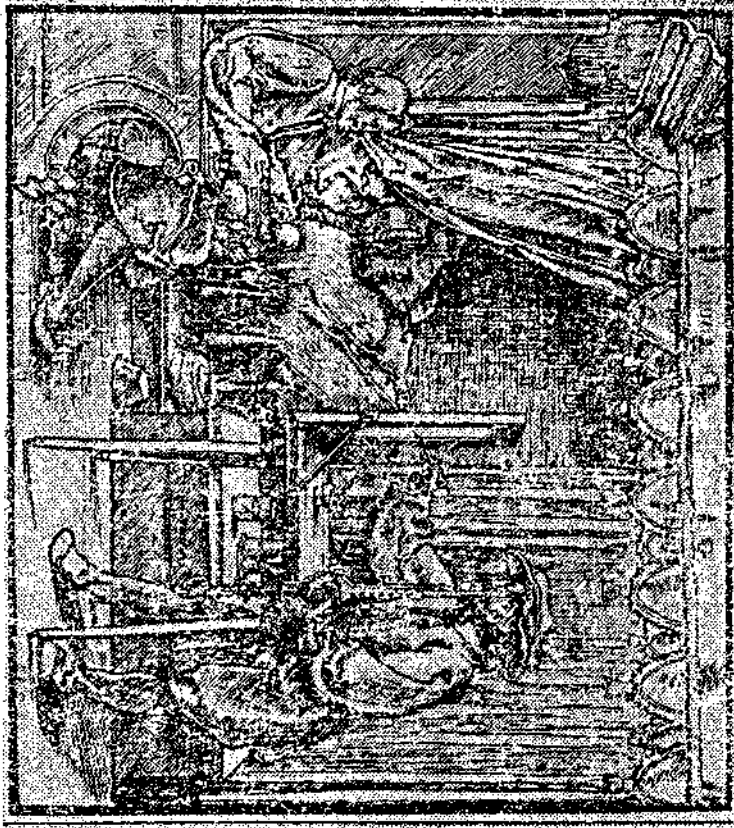


fig. 931

Incontro a San t'Antonio, 1874.

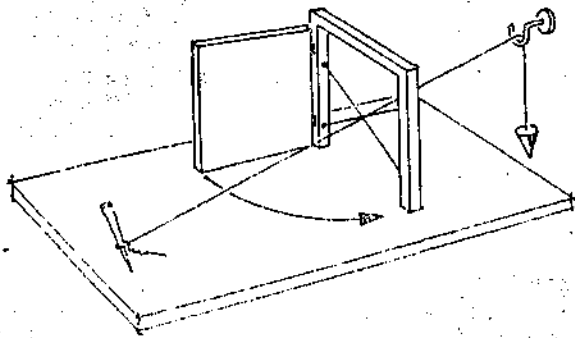


fig. 9.3.3

tate la două din laturile cadrului, situat vertical între centrul de proiecție și obiect. Legat de acest cadru, ca o portiță, este tabloul pe care se trec punctele componente ale obiectului desenat (fig. 9.3.3). Această metodă constituie o primă schemă de construcție geometrică a perspectivei. Preferința către reproducerea mecanică și pentru construcții geometrice a fost dublată, la artiștii Renașterii și la cei ce le-au urmat, de o imaginație creatoare, ca rod al spiritului uman. Chiar și în epoca fotografiei, imaginația este cea care își subordonează mașina și nu invers (R. Arnheim 1979).

SCHEMATIZAREA PROCESULUI PERCEPȚIEI VIZUALE

Dacă se consideră ochiul un punct, razele vizuale ca raze proiectante, iar retina se aproximează cu un plan de proiecție, se poate spune că vederea umană funcționează ca un sistem de proiecție conică (proiecție centrală). Razele vizuale ce pornesc din ochi și ating obiectul vizat formează un con vizual (con proiectant). Locul geometric al tuturor punctelor tangente dintre razele vizuale și obiect se numește *conturul aparent al obiectului*. Conturul aparent, împreună cu totalitatea punctelor din interiorul său, formează partea văzută a obiectului vizat din punctul de observație ales (fig. 9.3.4). Intersectînd conul vizual cu un plan (tabloul pictorial) se obține pe el desenul perspectiv al obiectului. Un astfel de desen se poate realiza foarte ușor, desenînd pe geamul unei ferestre obiectele ce se văd prin ea (fig. 9.3.5). Se observă că obiectele desenate nu au forma reală din spațiu, ci proiecția ce se obține pe un plan. Astfel, dreptele paralele din spațiu devin concurente într-un punct numit *punct de fugă*, iar punctele de fugă ale tuturor dreptelor horizontale sînt situate pe o dreaptă numită *linia orizontului*. Linia orizontului este deci dreapta de fugă a tuturor planurilor orizontale și o

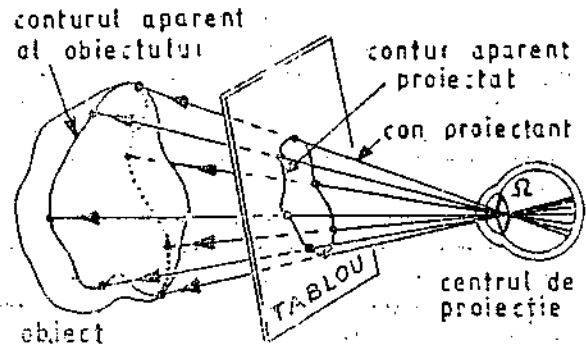


fig. 9.3.4

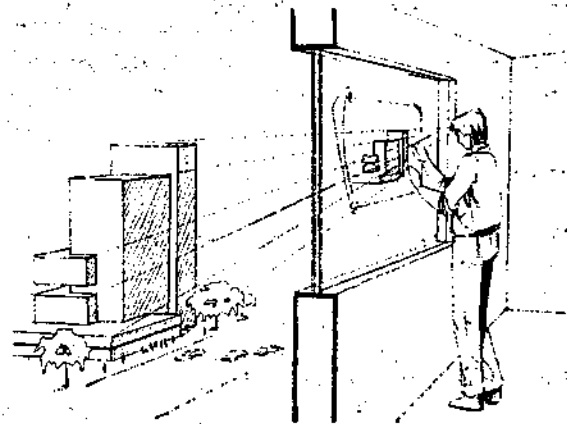


fig. 9.3.5

întîlnim atunci cînd privim marea, orizontul fiind linia după care marea „se întîlnește” cu cerul (fig. 9.3.6). Pe tablou linia orizontului desparte perspectiva planului orizontal, ce se întinde în fața observatorului, de perspectiva bolții cerești.

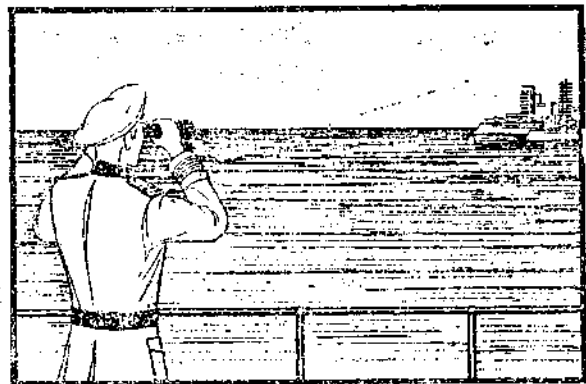


fig. 9.3.6

Dar pentru a compara vederea umană cu o proiecție conică (desenul perspectiv) trebuie să se țină seama de o serie de aspecte care le deosebesc, și anume:

— desenul perspectiv ca rezultat al proiecției conice este fix, vederea umană este în continuă mișcare;

— desenul perspectiv reduce vederea binoculară la cea monoculară și, mai mult decât atât, reduce ochiul la un punct fix — centrul de proiecție;

— desenul perspectiv este plan și nu ține seama de sfericitatea retinei.

Toate acestea fac ca desenul perspectiv să se deosebească de percepția vizuală, de aceea în decursul timpului au existat preocupări intense pentru a le apropia. O parte din aceste metode de a apropia desenul de imaginea realității percepute vor fi amintite în lucrarea de față, în măsura în care acestea devin utile perspectivei de arhitectură.

CONDIȚIILE UNEI BUNE PERSPECTIVE

Pentru a înțelege mai bine mecanismul construcției desenului perspectiv vom arăta cum se petrec lucrurile în cazul desenului după natură, folosind exemplul fotografiei și socotind că ochiul funcționează ca un aparat de fotografiat. Când fotografiam, îndreptăm aparatul către centrul geometric

al obiectului și ne apropiem sau ne depărtăm de el astfel încât să-l putem cuprinde în cadrul obiectivului. La fel se procedează și în cazul desenului după natură. Pentru a desena un obiect, trebuie să ne îndreptăm direcția privirii către centrul său geometric și să ne situăm la o distanță de el, astfel ca imaginea obiectului să se formeze în întregime pe retină și să fie suficient de clară. Distanța față de obiect dă de fapt unghiul sub care trebuie privit obiectul. Acest unghi se măsoară la vârful conului de viziune foarte precisă. Pentru a ușura înțelegerea formării conului de viziune clară și precisă se desenează pe un geam un cerc. În funcție de distanța de privire față de geam, se pun în evidență cîmpurile de viziune clară (fig. 9.3.7). La o distanță de geam de patru raze, unghiul la vârful conului este de 28° , la trei raze, unghiul este de 37° , iar la două raze, acest unghi este de 53° . Ținînd seama de forma de elipsă a petei galbene și de unghiul de circa 35° corespunzător acuității vizuale maxime, vom adopta pentru construcția perspectivei unghiul de 37° pe orizontală și de 28° pe verticală. La unghiul de 53° , cîmpul se mărește, iar claritatea imaginii scade către marginile ei. În unele cazuri, acest unghi se folosește pentru a putea extinde mai mult perspectiva. Pentru a ne forma obișnuința de a aprecia din ochi distanța la care trebuie să ne plasăm față de obiectul pe care vrem să-l desenăm, Horia Teodoru propune exercițiul cu

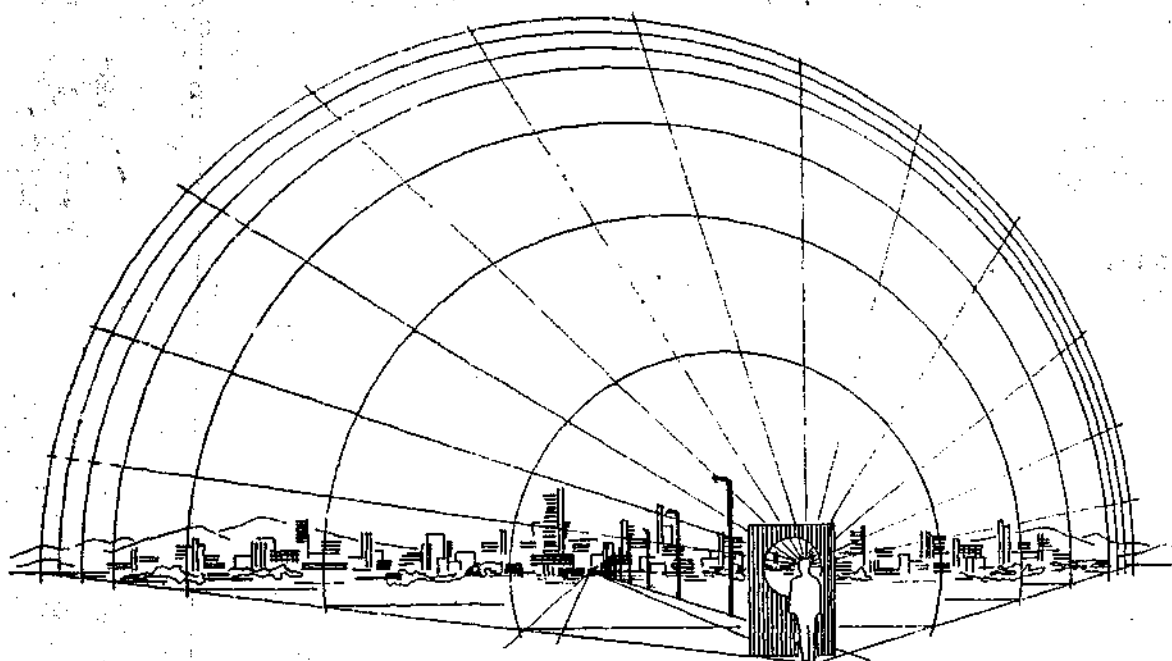


fig. 9.3.7

vizorul perspector (fig. 9.3.8). Acest vizor poate fi confecționat foarte ușor din carton. Are decupat un cerc cu diametrul de 3 cm și un călcîi tangent la cerc pe care sînt marcate distanțele față de centru (2 raze, 3 raze, 4 raze). Extremitatea călcîiului se fixează la baza ochiului și privind prin vizor vom avea certitudinea unui bun plasament față de obiectul de desenat. Dacă schimbăm poziția tabloului, lăsînd fixe obiectul și centrul de proiecție (punctul de observație), vom obține pentru fiecare poziție o nouă perspectivă (fig. 9.3.9). Dar pentru a obține pe tablou o imagine asemănătoare cu cea a obiectului văzut din punctul de observație ales, tabloul trebuie așezat perpendicular pe direcția principală de privire.

Deci, condițiile unei bune perspective sînt:

- unghiul sub care este privit obiectul trebuie să fie de 37° pe orizontală și de 28° pe verticală;
- direcția principală de privire va fi îndreptată către centrul geometric al obiectului sau al ansamblului;
- tabloul se va lua totdeauna perpendicular pe direcția principală de privire.

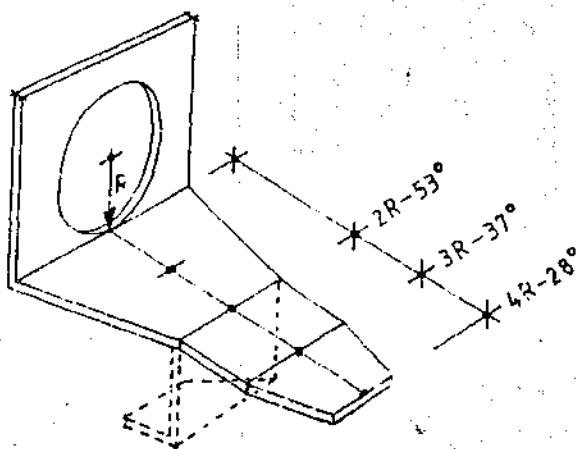


fig. 9.3.8

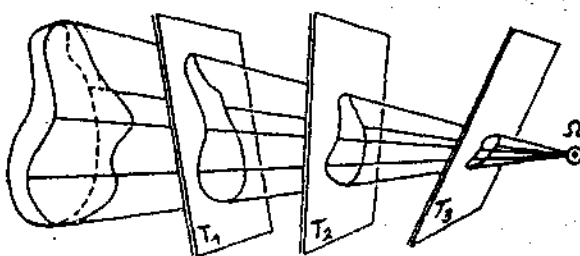


fig. 9.3.9

ANAMORFOZELE

Dacă tabloul nu este perpendicular pe direcția principală de privire, imaginea perspectivei va fi deformată, rezultînd așa-numitele efecte excesive de perspectivă — anamorfozele. Același efect se obține dacă se proiectează niște diapozitive pe un ecran ce nu este așezat perpendicular pe direcția de proiecție a aparatului. Efecte excesive de perspectivă apar și atunci cînd unghiul de proiecție este cu mult mai mare decît cel stabilit pentru o bună perspectivă. Pozele făcute cu obiective de deschideri foarte mari prezintă astfel de efecte.

Este sigur că cei care au descoperit perspectiva, în Renaștere, au descoperit și efectele ei excesive. Extinzînd foarte mult grătarul perspectiv au rezultat acele desene deformatate, care însă puteau fi redreșate optic. Descoperind mecanismul de construcție al anamorfozelor, ei au căutat să le amplifice efectele, exagerînd proporțiile pînă la absurd, acestea devenind o preocupare predilectă a epocii. Termenul de anamorfoză a fost adoptat mai tîrziu, mai întîi în Germania și după un secol și în Franța.

I. Baltrušaidis citează lucrarea matematicianului și filozofului german Wolf (1715) în care perspectiva este împărțită în trei părți: obișnuită, militară și ciudată. Enciclopedia lui Diderot și d'Alembert (1751) impune termenul pe care îl și explică: „În pictură, se spune anamorfoză despre o proiecție monstruoasă sau despre o reprezentare denaturată a unei imagini care este făcută pe o suprafață plană și care, dintr-un punct anumit de vizionare, pare totuși naturală și redată în proporții juste”. S-au folosit două metode de construcție a anamorfozelor:

- mecanică, în care un desen corect era perforat cu acul și luminat cu o lampă, anamorfoza obținîndu-se pe un plan ce nu era paralel cu planul desenului perforat (fig. 9.3.10);

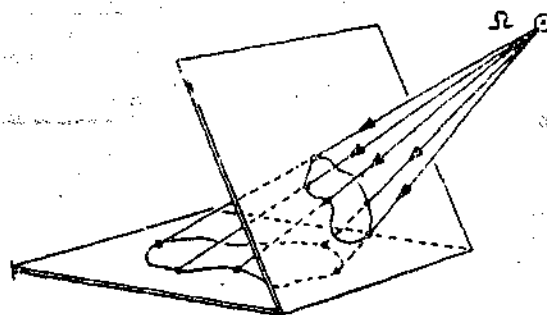


fig. 9.3.10

— grafică, în care desenele se executau pe un grătar perspectiv deformat, redresarea optică făcându-se prin vizionarea lor dintr-un punct fix dinainte stabilit (fig. 9.3.11 și 9.3.12).

De multe ori anamorfozele se dovedesc necesare, de exemplu în picturile murale așezate la mari înălțimi sau pe bolți, în decorurile de teatru și în arhitectură. În arhitectură anamorfoza este realizată spațial, creînd senzații de accelerare a perspectivei sau de încetinire a ei.

Prin *perspectiva accelerată*, arhitecții Renașterii amplificau senzația de spațiu arhitectural, defor-

mînd în mod voit senzația de perspectivă. Un exemplu mult citat în tratatele de specialitate este cel al Vilei Spada din Roma construită de Francesco Borromini (1635). Arhitectul a reușit aici să realizeze o perspectivă arhitecturală adîncă într-un spațiu relativ mic, îngustînd spre profunzime o colonadă boltită. Dacă privești spre colonadă vezi un tunel lung flancat de coloane, care te conduce către stătuia relativ mare a unui luptător. În interiorul colonadei privitorul este complet derutat. Colonada are doar 8,5 m lungime, primul arc este înalt de circa 6 m și lat de 3 m, ultimul arc este

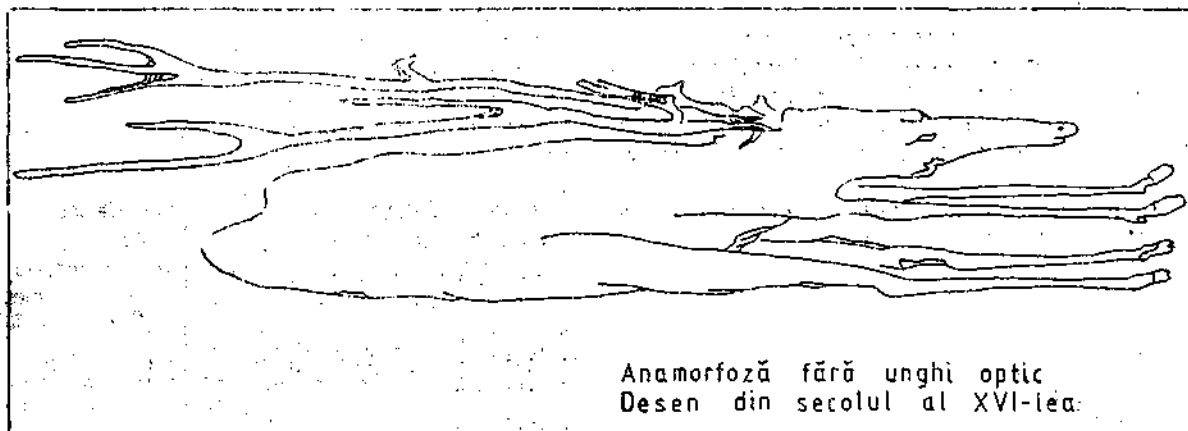


fig. 9.3.11

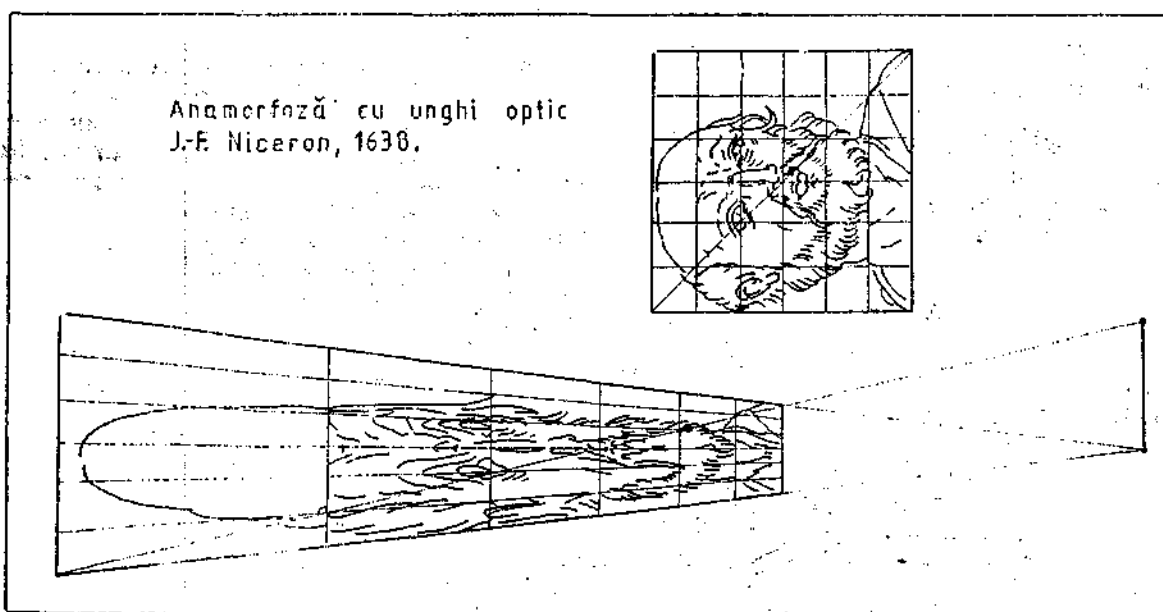


fig. 9.3.12

înalt de numai 2,4 m și lat de 1 m, de asemenea pardoseala se înalță, iar intervalul dintre coloane se micșorează. Odată ajunși lângă statuia luptătorului se constată că aceasta este destul de mică. Procedeu contrar duce la obținerea unei perspective încetinite. Mărind dimensiunile obiectelor depărtate, acestea par mai aproape decât sînt. Această metodă este explicată în toate tratatele de perspectivă. Dürer (1545) o explică pentru coloane și pentru litere, Serlio (1545) pentru apareajul zidăriei. Referitor la această perspectivă Baltrušaidis amintește o istorioară privind pe Fidias. Cu ocazia unui concurs pentru o statuie a Minervei, ce trebuia să fie așezată pe un pilastru, Alcamene a sculptat o statuie armonioasă, iar Fidias una cu membrele diforme, cu gura căscată și nasul alungit. În ziua expoziției primul a fost lăudat, iar al doilea a fost luat în rîs. Situația s-a inversat odată cu punerea statuiilor la locul stabilit. R. Arnheim îl citează pe Vasari care în perioada Renașterii spunea că atunci cînd statuile urmează să fie puse pe un loc înalt și nu este suficient spațiu sub ele, pentru a le privi, acestea trebuie executate cu un cap sau două mai înalte.

La colonada din Piața San Pietro din Roma, Bernini folosește, de asemenea, perspectiva încetinită creînd acel trapez cu latura mică către privitor, iar Michelangelo uzează de același procedeu la Piața Capitolului.

CORECȚII OPTICE

Efectele de perspectivă pot deveni uneori supărătoare în perceperea unor elemente de arhitectură. Dacă de cele mai multe ori perspectiva ajută la orientarea în spațiu și la perceperea corectă a distanțelor, de multe ori efectele ei fac ca să nu se mai perceapă elementele ca avînd proporțiile cunoscute. Vechii greci au cunoscut foarte bine toate acestea și, deși nu au folosit perspectiva în reprezentările grafice, au recurs adesea la o serie de artificii care să corecteze unele efecte supărătoare ale ei, în domeniul arhitecturii. Aceste metode de corectare a defectelor de percepere a elementelor de arhitectură sînt adesea semnalate în tratatele de specialitate sub denumirea de *corecții optice*. Arhitecții antici au ajuns la rafinamente deosebite în acest domeniu, fapt care a făcut ca realizările lor de arhitectură să fie de o inegalabilă frumusețe.

Coloana de colț ce se profilează pe gol pare mai subțire decît cele profilate pe plin (pe clădire), de aceea grecii o îngroșau cu a 50-a parte din diametrul ei (fig. 9.3.13). Ochiul percepe coloanele fron-

tale cilindrice ca fiind concurente într-un punct situat deasupra. Pentru a corecta acest defect optic grecii îngroșau coloanele în partea de jos, prin operația numită galbare.

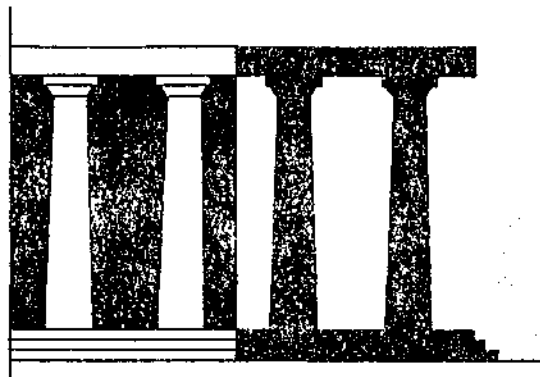


fig. 9.3.13

Frontonul, care așezat vertical pare înclinat pe spate, era așezat puțin înclinat spre față, iar arhitravele erau scoase cu a 20-a parte din înălțimea lor. Liniile orizontale ale fațadelor erau în proiecție hiperbole, pentru a anula curbura ce rezulta din percepția vizuală. Această curbura de corecție era aplicată și suprafețelor, astfel o pardoseală dalată era executată cu o umflătură ușoară în centru, fiind știut faptul că un caroiaj plan este perceput cu o mică depresiune în mijloc.

La Panteonul din Roma casetele de pe cupolă sînt astfel construite pentru a se vedea la fel, indiferent de poziția lor pe curba cupolei. Valabilitatea acestor procedee a fost probată atunci cînd, în epoca modernă, s-a încercat copierea fidelă a o serie de monumente ale Antichității, fără să se țină seama de corecțiile optice. Deși au folosit proporțiile antice, copiile moderne au dezamăgit, neridicîndu-se la frumusețea celor dintîi.

COMPARAREA MĂRIMILOR ÎN PERSPECTIVĂ

În perspectiva de observație, cît și în perspectiva după natură sau construită, este foarte greu să se aprecieze cu exactitate distanțele, lungimile sau mărimile unghiulare, fără să existe elemente de dimensiuni cunoscute, cu ajutorul cărora să se măsoare în perspectivă. Această măsurare se face cu ușurință în planele frontale și cu oarecare dificultate în profunzime. Elementul de dimensiuni cunoscute poate deveni modulul cu ajutorul căruia se poate măsura.

Astfel, lungimea unei străzi poate fi măsurată cu privirea, numărînd intervalele dintre stîlpii de ilu-

minat. Aceste intervale de dimensiuni cunoscute servesc drept modul de apreciere a lungimilor. De asemenea, înălțimea unui bloc de locuit se poate afla numărând nivelele și înmulțind cu înălțimea de etaj cunoscută.

Pe o mare foarte liniștită, un vas pare mult mai aproape decât în condițiile unei mări plină de tala-zuri. Valurile constituie termen de comparație, care redă mult mai bine profunzimea. Cine nu a privit cerul într-o noapte cu lună plină? Când este la orizont luna pare enormă, în timp ce dimensiunile ei scad apreciabil pe măsură ce urcă pe boltă cerească. La orizont casele, copacii, relieful constituie tot atâtea elemente de comparație. Tot atât de greu este de apreciat pe boltă distanța dintre două avioane sau altitudinea la care se găsesc. Se știe că, cu cât obiectele sînt mai depărtate, cu atât se văd mai mici. Un caz paradoxal îl constituie aprecierea mărimii unei sfere. Văzută de aproape, sfera pare mai mică decât de la depărtare. Geometric, de la depărtare se vede o porțiune mai mare de calotă (fig. 9.3.14). Dacă privim munții, de la depărtare par mai înalți, deoarece le descoperim și părțile ascunse (în cazul perspectivei pe

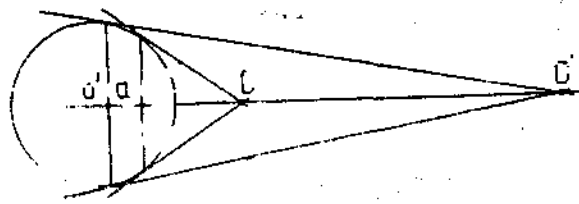


fig. 9.3.14

tablou vertical). La aprecierea mărimii valurilor, lucrurile se petrec invers (creîndu-se o perspectivă pe tabloul înclinat). Văzut de aproape, un bloc-torn pare mult mai înalt (perspectivă pe tablou înclinat), văzut de departe putem să-i apreciem adevărata mărime (perspectivă pe tablou vertical). „Concluzia celor spuse mai înainte este că, în majoritatea cazurilor, evaluarea mărimilor în spațiu are loc printr-o serie de comparații cu mărimi și calități ale lucrurilor deja cunoscute, iar determinarea unei mărimi necunoscute este cu atât mai sigură cu cât ea este înscrisă într-un context cunoscut” (Corado Malteze, 1979).

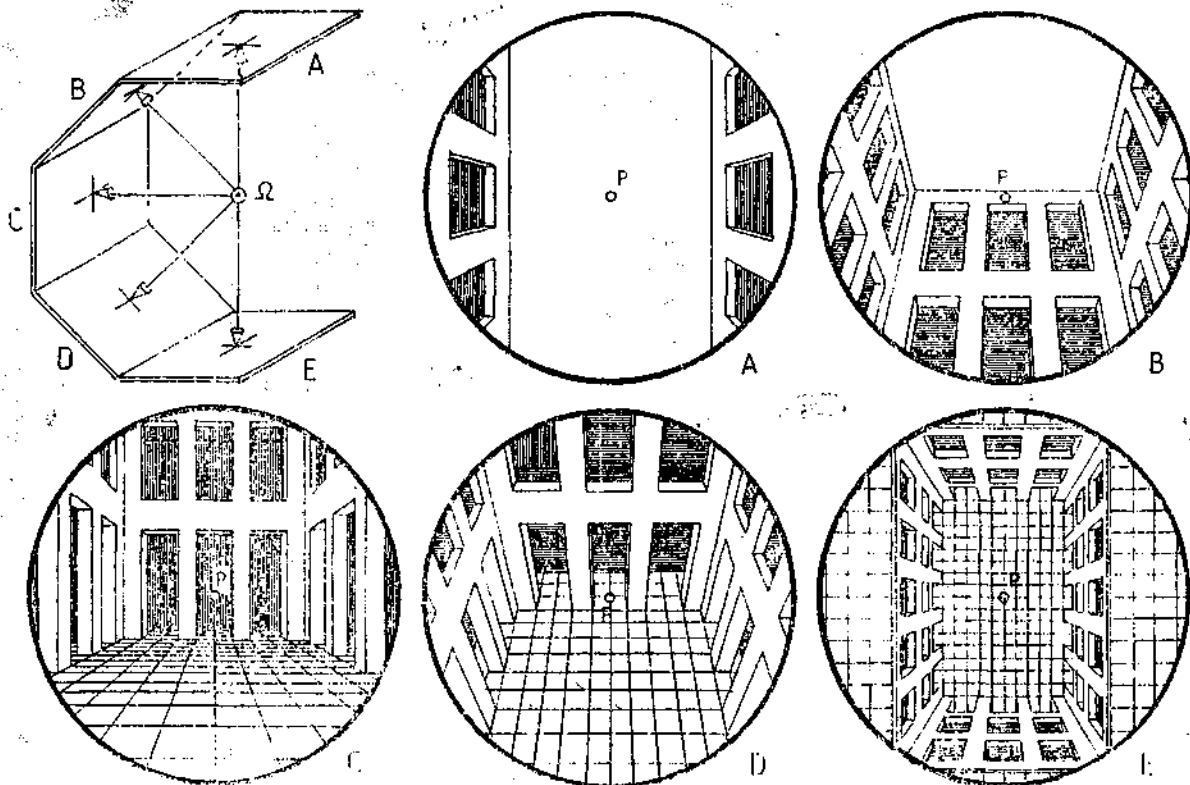


fig. 9.4.1

2.4. CLASIFICĂRILE PERSPECTIVEI

Perspectiva a fost împărțită de Leonardo da Vinci în două mari capitole:

— *perspectiva liniară*, care are ca scop determinarea urmei fiecărei raze vizuale pe tabloul de perspectivă, prin construcții geometrice de proiecție conică. Pe lângă punerea în perspectivă a diferitelor obiecte, perspectiva liniară se mai ocupă și cu construcția umbrelor și a oglinzilor;

— *perspectiva aeriană*, care se ocupă cu modelarea perspectivei liniare, adică cu gradația umbrei și a luminii, cu gradația culorilor în funcție de distanță și de reflexe. Deoarece toate aceste operații nu pot fi prinse în formule și trasee geometrice, perspectiva aeriană se bazează foarte mult pe experiența perspectivei de observație (desenul după natură).

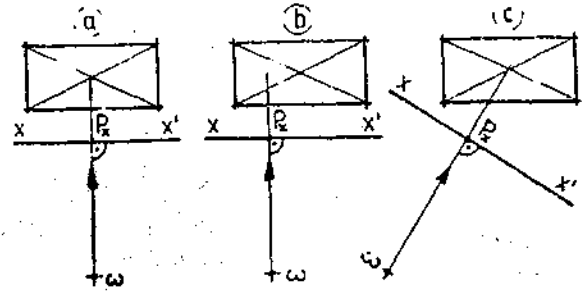


fig. 9.4.2

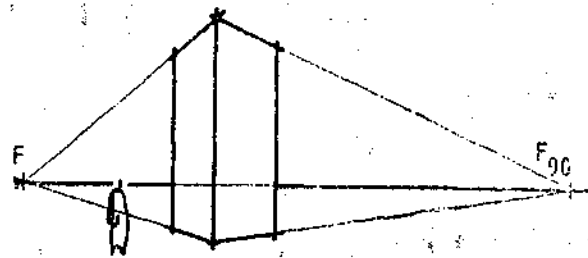
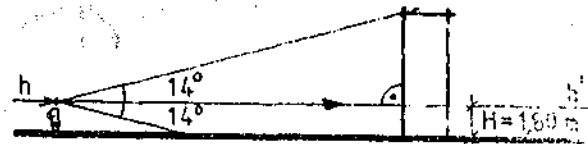


fig. 9.4.3

CLASIFICĂRILE PERSPECTIVEI LINIARE

1) După poziția direcției principale de privire
 În funcție de direcția privirii, tabloul poate să ia poziții diferite, după cum se vede în figura 9.4.1. În pozițiile A și E tabloul este orizontal, în poziția C tabloul este vertical, iar în pozițiile B și D tabloul este înclinat. Se observă foarte ușor că pozițiile A și E dau imagini asemănătoare cu cea din poziția C sau, mai exact, formează același tip de perspectivă; acestea fiind mai rar folosite în construcția perspectivei de arhitectură, se vor studia în continuare doar două tipuri de perspectivă: pe tablou vertical și pe tablou înclinat.

a) *Perspectiva pe tablou vertical*. Direcția principală de privire este orizontală, iar tabloul este vertical deoarece este perpendicular pe direcția principală de privire. Această perspectivă păstrează verticalele din spațiu și în tabloul de perspectivă, iar pe aceste verticale se păstrează aceeași unitate de măsură. Perspectiva pe tablou vertical este și ea de trei tipuri:

- perspectivă frontală centrală (fig. 9.4.2, a);
- perspectivă frontală laterală (fig. 9.4.2, b);
- perspectivă de colț sau la 2 puncte de fugă (fig. 9.4.2, c).

Toate aceste trei tipuri pot fi construite fiecare în trei moduri diferite, și anume:

- perspectiva la nivelul ochilor — linia orizontului este la înălțimea omului — $H = 1,80$ m (fig. 9.4.3);
- perspectiva cu orizont supraînălțat — linia orizontului este mai sus decât cota celui mai înalt obiect pus în perspectivă (fig. 9.4.4);

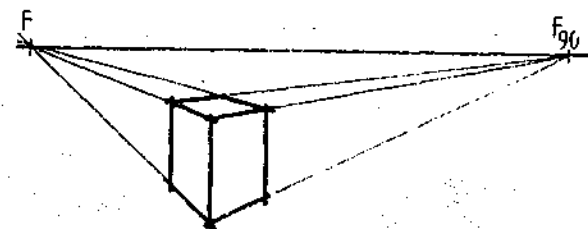
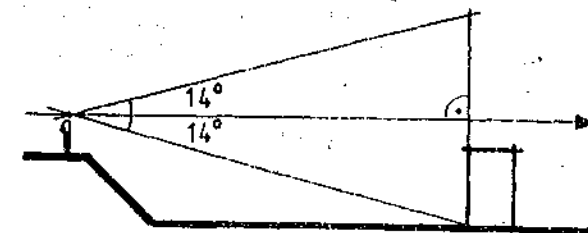


fig. 9.4.4

— perspectiva cu orizont coborât — linia orizontului este mai jos decât cota $\pm 0,00$ a obiectului pus în perspectivă (fig. 9.4.5).

b) *Perspectiva pe tablou înclinat.* Verticalele din spațiu sînt concurente în perspectiva pe tablou înclinat, iar unitățile de măsură se micșorează pe verticală. Perspectiva pe tablou înclinat este de două feluri:

— perspectivă ascendentă — direcția principală de privire este ascendentă; este utilizată la perspectiva obiectelor de arhitectură foarte înalte sau la perspectiva de interior a plafoanelor (fig. 9.4.6);
— perspectivă descendentă — direcția principală de privire este descendentă; este utilizată în perspectiva ansamblurilor văzute de la mari înălțimi (fig. 9.4.7).

2) După forma tabloului

a) *Perspectiva pe tablou cilindric cu axa verticală.* Se introduce un unghi vizual mai mare decât unghiul optim pe orizontală. Este tabloul utilizat în vederile panoramice (la ansamblurile de obiecte de mică înălțime și de mare desfășurare orizontală). Acest tablou se poate desfășura pe un tablou plan (fig. 9.4.8).

b) *Perspectiva pe tablou cilindric cu axa fronto-ori-*

zontală. Se introduce un unghi vizual vertical mai mare decât unghiul optim perspectiv de 28° . Acest tablou se utilizează în cazul unui obiect cu o înălțime foarte mare, aproximînd mai bine decât tabloul înclinat, perspectiva aceluși obiect. Și acest tablou cilindric se poate desfășura pe un tablou plan (fig. 9.4.9).

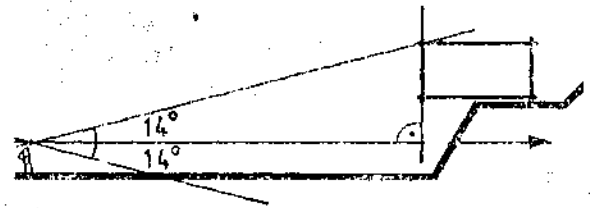


fig. 9.4.5

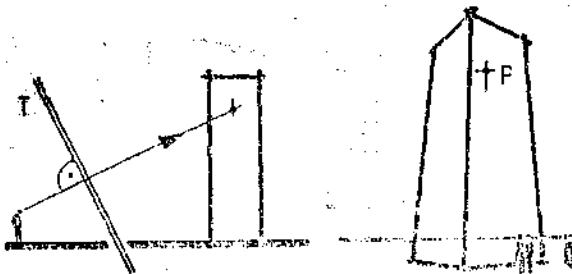
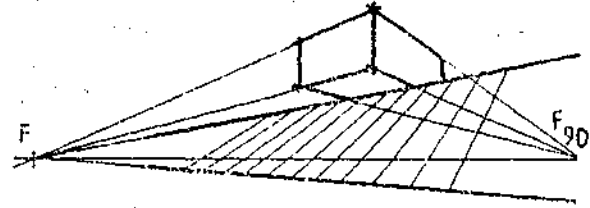


fig. 9.4.6

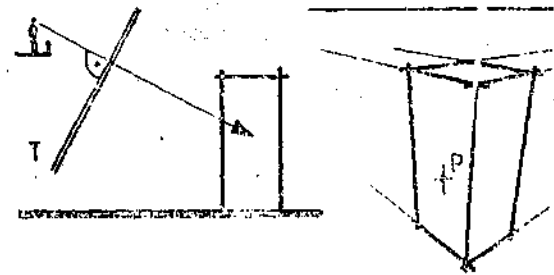


fig. 9.4.7

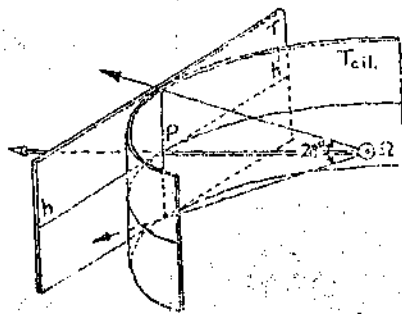


fig. 9.4.8

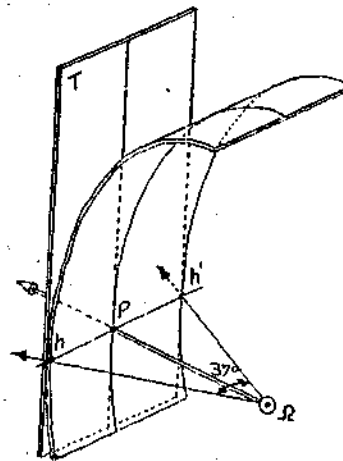


fig. 9.4.9

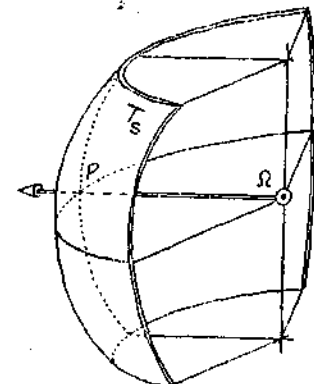


fig. 9.4.10

c) *Perspectiva pe tablou sferic.* La această perspectivă punctul de vedere este centrul sferei respective Ω , corespunzând unei vederi care depășește în toate direcțiile unghiul de valabilitate al proiecției conice în perspectivă. Un asemenea tablou nu se mai poate desfășura pe un tablou plan tangent sferei (fig. 9.4.10).

Toate aceste tipuri de perspectivă care înlocuiesc tabloul plan cu unul curb încearcă să se apropie cât mai mult de realitate, dar folosirea lor este anevoioasă și nu se dovedește utilă decât în cazuri cu totul izolate. Cinematograful modern încearcă tot mai mult utilizarea unor astfel de ecrane, pentru a crea spectatorului senzația de real.

9.5. ELEMENTELE SISTEMULUI PERSPECTIV

Sistemul perspectiv este un sistem de proiecție centrală (proiecție conică). După cum s-a văzut în capitolul introductiv, orice sistem de proiecție centrală se compune dintr-un centru de proiecție, razele proiectante și planul de proiecție. Centrul de proiecție se numește punct de vedere Ω (punct de observație), planul de proiecție — tabloul de perspectivă T , iar razele proiectante — raze vizuale. Raza vizuală principală se numește direcție principală de privire. Locul unde direcția principală de

privire întâlnește tabloul este punctul principal de privire P . În figura 9.5.1 este ilustrat sistemul perspectiv cu tabloul vertical (deci direcția principală de privire este orizontală). Tabloul este perpendicular pe planul orizontal pe care stau obiectele și care aproximează pământul. Planul vederii este paralel cu planul pământului și se mai numește și planul orizontului. El intersectează tabloul după linia orizontului (h, h'). Intersecția tabloului cu planul pământului se numește baza tabloului. Planul neutru este planul ce trece prin punctul de vedere și este paralel cu tabloul. Intersecția lui cu planul pământului se face după linia neutră. Proiecția punctului de vedere pe planul pământului constituie poziția observatorului ω și se citește numai în proiecție orizontală. Rabătind punctul de vedere Ω pe linia orizontului se obține punctul de distanță D , în dreapta și în stânga punctului principal de privire P .

Tabloul de perspectivă și planul neutru împart spațiul în trei părți:

- *spațiul real*, de la tablou către infinit;
- *spațiul intermediar*, între tablou și planul neutru;
- *spațiul virtual*, în spatele planului neutru, deci în spatele observatorului.

În spațiul real se află majoritatea obiectelor văzute din punctul de vedere ales. Reprezentanțele perspective sînt mai mici decât obiectele situate în spațiul

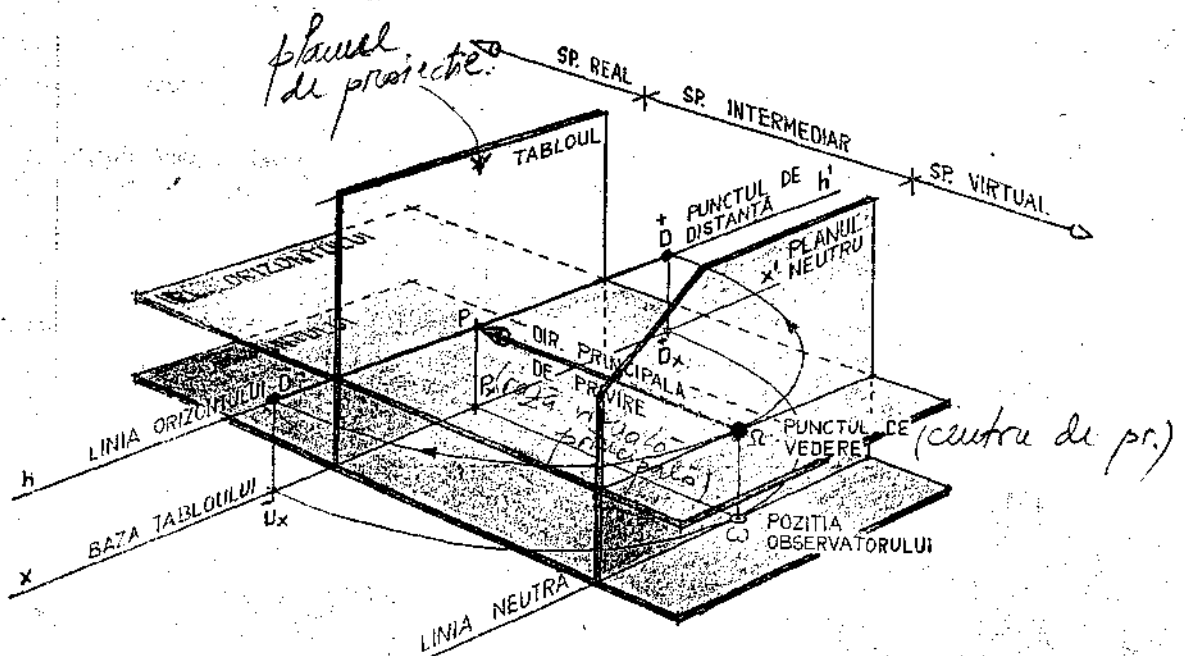


fig. 9.5.1

real. Ori de câte ori reprezentările obiectelor pe tablou sînt mai mari decît obiectele din spațiu, acestea din urmă se găsesc în spațiul intermediar. Obiectele situate în spațiul virtual, deci în spatele observatorului, nu pot fi reprezentate decît prin oglindire.

Odată cu schimbarea direcției privirii desenatorului, se schimbă și direcția planului tabloului și a planului neutru spre a rămîne perpendiculară pe direcția principală de privire. Se schimbă totodată și poziția și numărul obiectelor ce intră în cîmpul vizual. Cînd se construiește o perspectivă, direcția principală de privire rămîne fixă, iar dacă se dorește să se cuprindă în tablou cît mai multe obiecte, se mărește de fapt unghiul optim pentru obținerea unei bune perspective. Se vor studia toate acestea mai pe larg la alegerea punctului de vedere.

La un desen perspectiv punctul de vedere este unic. Fac excepție vastele compoziții cu o mare desfășurare, care nu pot fi cuprinse dintr-o singură privire nici de creator nici de privitor. Aceste compoziții pot avea mai multe puncte de vedere.

9.6. MECANISMUL PERSPECTIVEI CONICE PE TABLOU VERTICAL

Se știe din experiența vizuală că dacă se privește în lungul unei căi ferate se observă convergența șinelor într-un punct situat pe linia orizontului. În figura 9.6.1 este greu de spus pe care linie vine trenul. Aceeași convergență a liniilor se observă și în cazul unei prisme drepte dreptunghiulare. Privită de la o distanță relativ mică în raport cu dimensiunile ei, convergența muchiilor este mai accentuată. Odată cu depărtarea, obiectul se apropie de linia orizontului, iar convergența muchiilor sale scade (fig. 9.6.2).

În perspectiva conică se observă că dreptele paralele din spațiu sînt concurente pe tabloul de perspectivă într-un punct, numit punct de fugă, care se notează cu F . Dacă cele două drepte sînt paralele cu planul orizontal (drepte de nivel), atunci punctul lor de fugă F este situat pe linia orizontului (fig. 9.6.3). Segmentul AB cu punctul Ω formează planul $[P_1]$, iar segmentul CD cu punctul Ω formează planul $[P_2]$. Cele două planuri $[P_1]$ și $[P_2]$, avînd un punct comun (punctul de vedere Ω), au o dreaptă comună — dreapta lor de intersecție ΩF , care este paralelă cu AB și CD . Intersectînd cele două planuri $[P_1]$ și $[P_2]$ cu un al treilea plan $[T]$ — tabloul vertical, rezultă două drepte de intersecție $A*B*$ și $C*D*$ concurente pe dreapta de intersecție a planelor $[P_1]$ și $[P_2]$ în punctul F (punc-

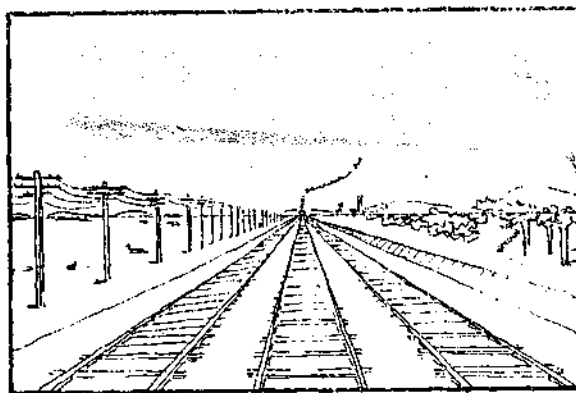


fig. 9.6.1

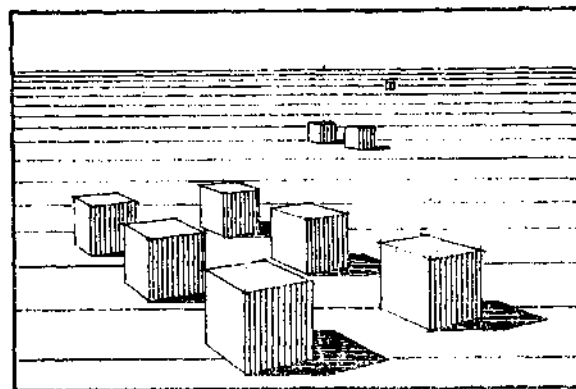


fig. 9.6.2

țul lor de fugă pe tabloul vertical T).

Figura 9.6.4 ilustrează axonometric mecanismul de construcție a perspectivei pentru o prismă dreaptă dreptunghiulară ce are o poziție în unghi față de tablou, iar punctul de vedere este situat deasupra ei. Rezultă perspectiva de colț a prisme (la două puncte de fugă). Principiul constă în a intersecta fiecare rază vizuală cu tabloul, acesta fiind obiectul perspectivei liniare. Această operație se poate face pe două căi:

- folosind razele vizuale directe și proiecțiile lor pe planul orizontal;
 - folosind razele vizuale directe și punctele de fugă, după ce s-a determinat înainte un punct de intersecție prin prima metodă. Punctul de fugă se află ducînd din Ω paralele la muchiile prisme.
- Acest procedeu stă la baza construcției perspectivei prin metoda dependentă.

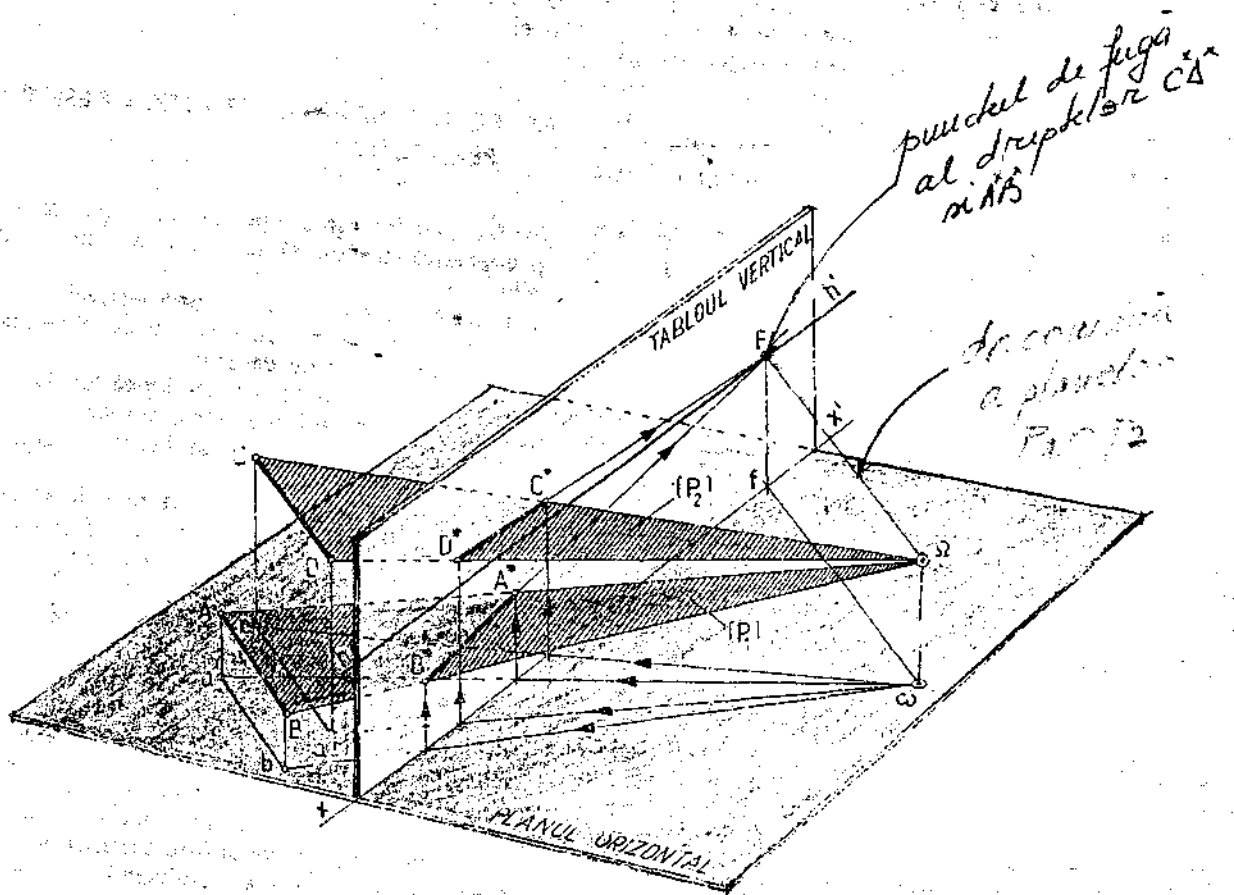


fig. 9.6.3

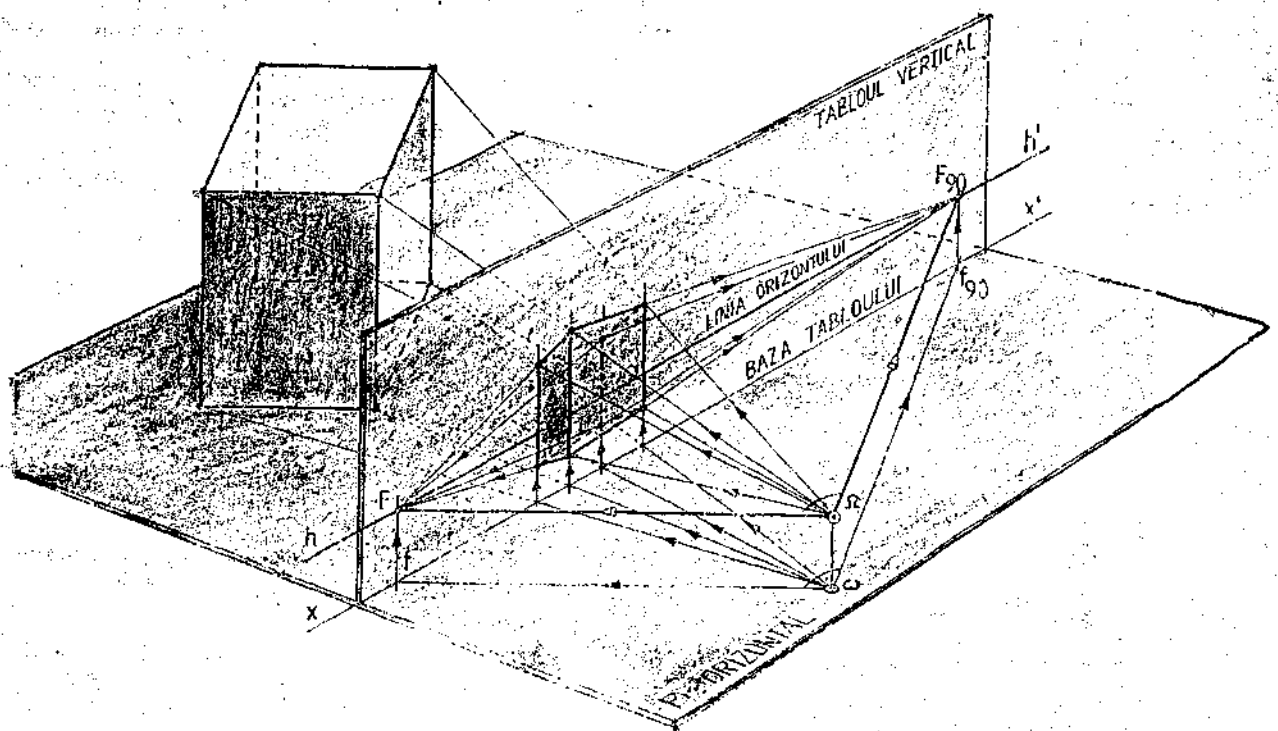


fig. 9.6.4

9.7. PROPRIETĂȚILE GEOMETRICE ALE PERSPECTIVEI

Așa cum s-a arătat în capitolul introductiv, perspectiva ca rezultat al proiecției conice are următoarele proprietăți geometrice:

- păstrează punctul, dreapta și intersecția;
- păstrează relațiile de incidență — coliniaritatea și concurența dreptelor;
- păstrează biraportul a patru puncte coliniare;
- raportul a trei puncte nu se păstrează în perspectivă;
- dreptele paralele din spațiu apar în perspectivă concurente în punctul de fugă;
- în perspectivă nu se păstrează relațiile metrice — dimensiunile liniare, suprafețele și unghiurile;
- curbele își păstrează gradul și tangența.

9.8. METODELE DE CONSTRUCȚIE ALE PERSPECTIVEI

Studiul teoretic al perspectivei și practica de proiectare au evidențiat patru metode distincte de construcție a perspectivei.

1. Metoda descriptivă sau dependentă recurge la epura de geometrie descriptivă (plan — vedere) și constă în a determina punctele de intersecție ale razelor vizuale cu tabloul. A fost inițiată și dezvoltată de Brunelleschi, Leonardo da Vinci, Monge. Este o metodă exactă, dar anevoioasă și neintuitivă.
2. Metoda liberă sau directă permite construcția perspectivei fără a folosi direct dubla proiecție ortogonală, bazându-se pe invarianții proiecției conice. Este o metodă intuitivă, deoarece toate operațiile se rezolvă direct în tabloul de perspectivă. Cei care au inițiat-o și dezvoltat-o au fost Desargues, Lambert, Poncelet.
3. Metoda axonometrică constă în trasarea desenului direct pe o rețea perspectivă dinainte construită pe tablou. Rețeaua conține și unitatea de măsură pe cele trei direcții, materializate de obicei prin rețele pătratice. Inițiată de pictorii Renașterii italiene, această metodă a fost dezvoltată de Desargues, Abraham Bosse și Pierre Omer.
4. Perspectiva de observație este metoda desenului după natură și practicarea ei poate duce la descoperirea legilor perspectivei, formând și o bună vedere în spațiu. Studiul perspectivei de observație apropie desenul de realitatea văzută.
În practica curentă, aceste metode se întrepătrund, lăsând perspectivei dependente sarcina de a pune în mare volumele în perspectivă, după care prin

perspectiva liberă sînt finisate detaliile. În lucrarea de față se dezvoltă o metodă mixtă care să permită o construcție intuitivă, exactă și rapidă a perspectivei.

9.9. RECOMANDĂRI ÎN PRACTICA DESENULUI PERSPECTIV

Pentru a obține rapid o perspectivă bine construită și expresivă, trebuie să se țină seama de următoarele:

- metoda de construcție a perspectivei se alege în funcție de tipul perspectivei și de obiectele ce compun ansamblul de desenat;
- traseele geometrice și succesiunea lor să reprezinte clar fenomenul geometric din spațiu. Pentru aceasta se recomandă să nu se folosească construcții geometrice abstracte;
- metoda de construcție aleasă trebuie să creeze o imagine spațială care să permită desenatorului să-și controleze desenul încă de la primele linii;
- construcțiile grafice să nu depășească cu mult tabloul de perspectivă și, în orice caz, să se poată executa în cadrul planșetei;
- metoda de construcție folosită trebuie să conducă la dimensiunile finale ale perspectivei, fără să mai necesite măririi sau micșorării ulterioare;
- este de dorit să se folosească construcții grafice cât mai simple, cu o liniatură cât mai discretă, pentru a nu încărca desenul în mod inutil;
- se recomandă evitarea intersecțiilor la unghiuri prea ascuțite, acestea conducând la construcții lipsite de precizie;
- dreptele trebuie determinate prin unirea a două puncte cât mai depărtate, pentru a evita deformările;
- pentru a mări precizia desenului se recomandă utilizarea multiplelor verificări;
- la punerea în perspectivă a unor ansambluri de volume complicate, acestea trebuie înscrise în volume simple ce sînt ușor de construit și controlate în perspectivă (de exemplu, prisma dreaptă drept-unghiulară).
- nu se vor pune niciodată apropiat sau cuprinse în același cadru mai multe perspective, deoarece ele se influențează reciproc, distrugînd senzația de perspectivă.

10.

PERSPECTIVA DEPENDENTĂ PE TABLOU VERTICAL

10.1. GENERALITĂȚI

Perspectiva dependentă este metoda de a determina punctele de intersecție a razelor vizuale cu tabloul de perspectivă. Dar folosind epura de geometrie descriptivă, se poate spune că perspectiva dependentă este „metoda razelor vizuale în dublă proiecție ortogonală” (A. Gheorghiu, 1963).

Pentru a reprezenta în perspectivă un obiect, este suficient să se reprezinte muchiile și vîrfurile din care este compus. Pentru a pune o muchie în perspectivă, este suficient să se reprezinte în perspectivă două puncte ale sale. Deci, pentru a reprezenta un obiect în perspectivă, este suficient să se reprezinte punctele principale din care este compus obiectul, ca apoi, prin unirea acestor puncte, să se pună în evidență muchiile, vîrfurile și fețele obiectului.

Dacă Brunelleschi folosește, alături de epura de geometrie descriptivă, planul de profil drept tabloul de perspectivă, Leonardo da Vinci este primul care suprapune tabloul peste planul vertical de proiecție, făcînd în felul acesta o mare economie

de linii de construcție. Baza tabloului, numită linie de pămînt (xx'), a fost suprapusă peste axa OX din epura de geometrie descriptivă. Mecanismul vitroului lui Leonardo da Vinci este ilustrat în schița axonometrică din figura 10.1.1. Perspectiva punctului este totodată și perspectiva verticalei. După cum se vede din schița axonometrică, prin acest procedeu perspectiva iese mai mică decît proiecțiile obținute în epura de geometrie descriptivă, dezvoltîndu-se deasupra liniei de pămînt xx' (fig. 10.1.2).

Pentru a obține o perspectivă suficient de mare, care să nu mai necesite mărimi ulterioare, tabloul va fi plasat dincolo de proiecția orizontală a obiectului.

10.2. PERSPECTIVA PUNCTULUI

Reprezentarea punctului în perspectivă se face intersectînd două drepte așezate în poziții particulare. După poziția acestor două drepte (la intersecția cărora se găsește punctul), se pot distinge

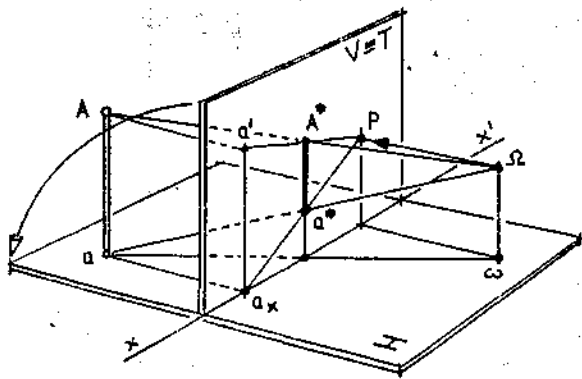


fig. 10.1.1

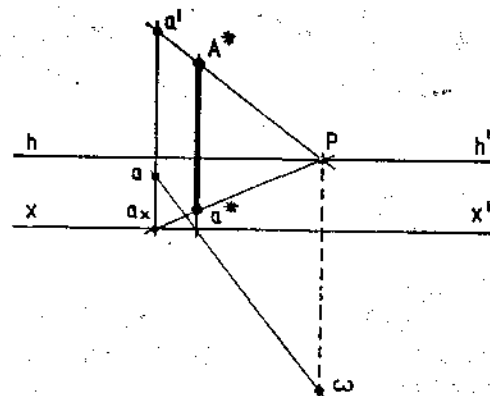


fig. 10.1.2

mai multe metode de construcție a perspectivei punctului.

Metoda dreaptă cu dreaptă (metoda celor două puncte de fugă) — F, F_{90} . Punctul se găsește la intersecția a două drepte orizontale, care în perspectivă fug la punctele de fugă F și F_{90} (fig. 10.2.1). Din a se duc paralele la adevăratele direcții de fugă (1) și (3), iar la intersecția cu tabloul (xx') se ridică verticale. Pe aceste verticale se iau cotele în adevărată mărime. Unind aceste cote cu cele două puncte de fugă obținem perspectiva punctului A^* .

Metoda punct cu punct (ωP). Este metoda intersecției razei vizuale cu tabloul. Punctul se construiește la intersecția unei drepte de capăt (care în perspectivă fug la P) cu planul vertical ce trece prin proiecția punctului de vedere ω și este orientat după

direcția razei vizuale. Acest plan vertical ce conține raza vizuală intersectează tabloul după o verticală. Deci în perspectivă punctul se găsește la intersecția acestei verticale cu dreapta de capăt, care trece prin punct și fugă la P (fig. 10.2.2). Această metodă se folosește când punctele de fugă nu sînt accesibile.

Metoda ωF . Punctul se găsește la intersecția unei drepte orizontale (care în perspectivă fugă la punctul de fugă F) cu o dreaptă verticală, care este intersecția planului vertical (ce trece prin punct și prin ω) cu tabloul de perspectivă (fig. 10.2.3).

Metoda FP . Punctul se găsește la intersecția unei drepte orizontale (care în perspectivă fugă la F) cu o dreaptă de capăt care în perspectivă fugă la P (fig. 10.2.4).

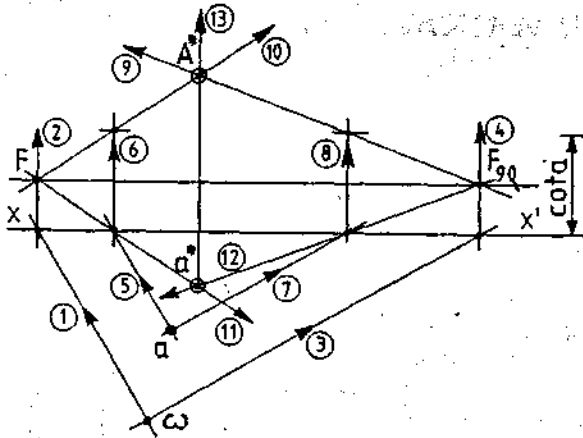


fig. 10.2.1

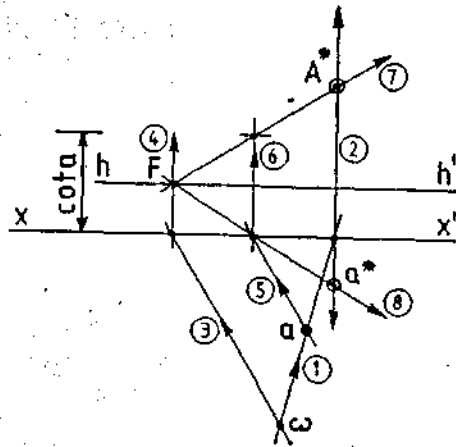


fig. 10.2.3

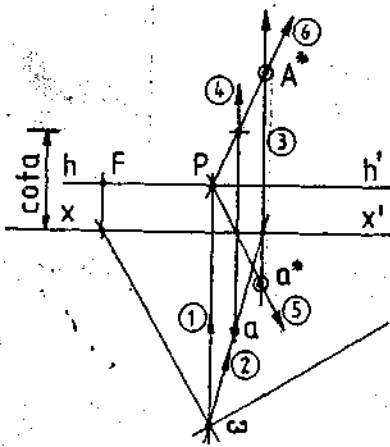


fig. 10.2.2

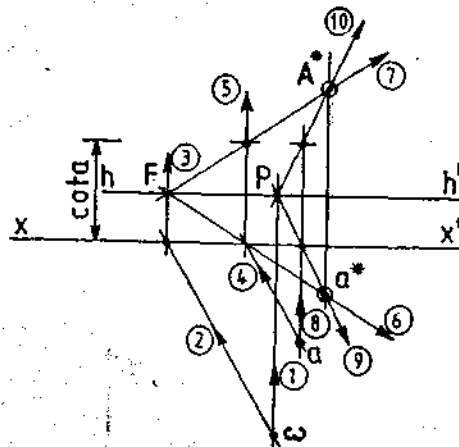


fig. 10.2.4

Pentru simplificarea problemei se va studia construcția perspectivei unei prisme drepte dreptunghiulare, în interiorul căreia se poate înscrie orice volum sau ansamblu de volume de arhitectură. **Metoda dreaptă cu dreapă (metoda F, F_{90})**. Este metoda cea mai comodă, deoarece asigură în mod direct construcția horizontalelor la punctele de fugă, dar nu totdeauna poate fi folosită. Practica dovedește că, de cele mai multe ori, un punct de fugă este inaccesibil sau chiar amîndouă. Pentru a obține o perspectivă mai mare se plasează, în plan, obiectul între tablou și poziția observatorului — ω (fig. 10.3.1). Din ω se duc paralele la direcțiile dominante ale obiectului și se obțin punctele de fugă. Muchia cea mai avansată către privitor se obține prin procedeul arătat la perspectiva punctului, apoi se prelungeste în plan cealaltă pereche de muchii perpendiculare pînă la intersecția cu tabloul; unind aceste intersecții cu punctele de fugă se delimitează fețele vizibile ale obiectului.

și fără verificări suplimentare poate să ducă la deformări destul de mari. La construcția perspectivei prin metoda punct cu punct se folosește și proiecția verticală a obiectului. Metoda constă practic în determinarea pe tablou a fiecărui punct important al obiectului (fig. 10.3.2). Pe lângă imprecizie, această metodă mai are dezavantajul că aglomerează foarte mult centrul perspectivei cu linii de construcție.

Metoda ωF . Folosind un punct de fugă, se eliberează centrul perspectivei de liniile de construcție; rezultă deci o metodă combinată (fig. 10.3.3).

Metoda FP. Folosind punctul principal de privire, și această metodă aglomerează centrul perspectivei (fig. 10.3.4).

Aceste metode se folosesc după caz:

- în situația în care un punct de fugă sau amîndouă sînt inaccesibile;
- pentru ca intersecția din care rezultă punctul să se facă la un unghi cît mai aproape de 90° ;
- pentru economie de linii de construcție;
- pentru verificări.

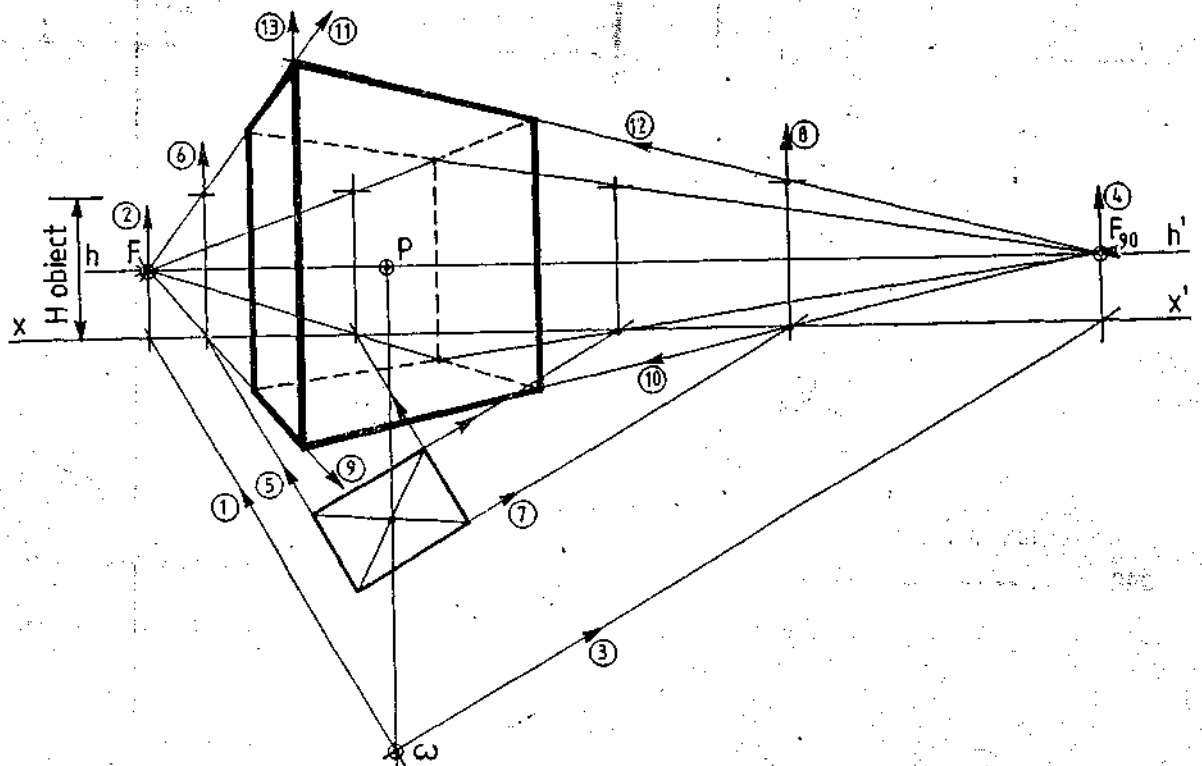


fig. 10.3.1

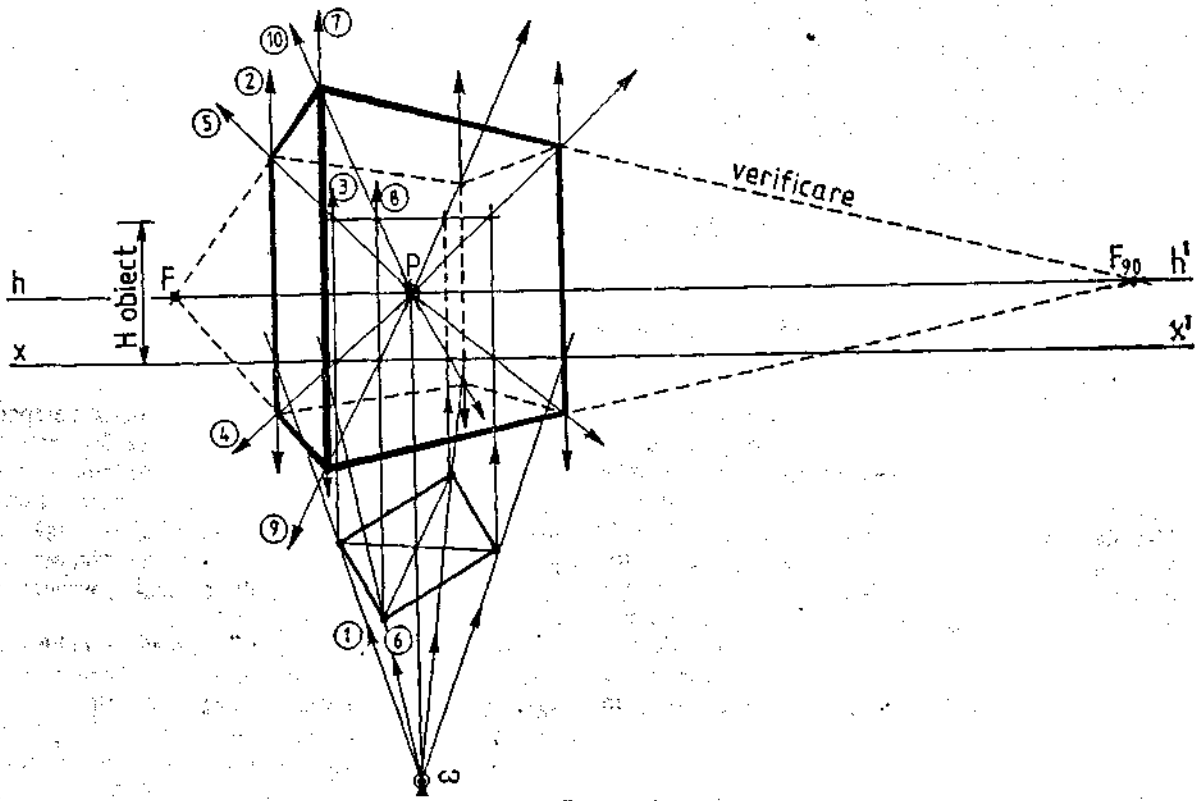


fig. 10.3.2

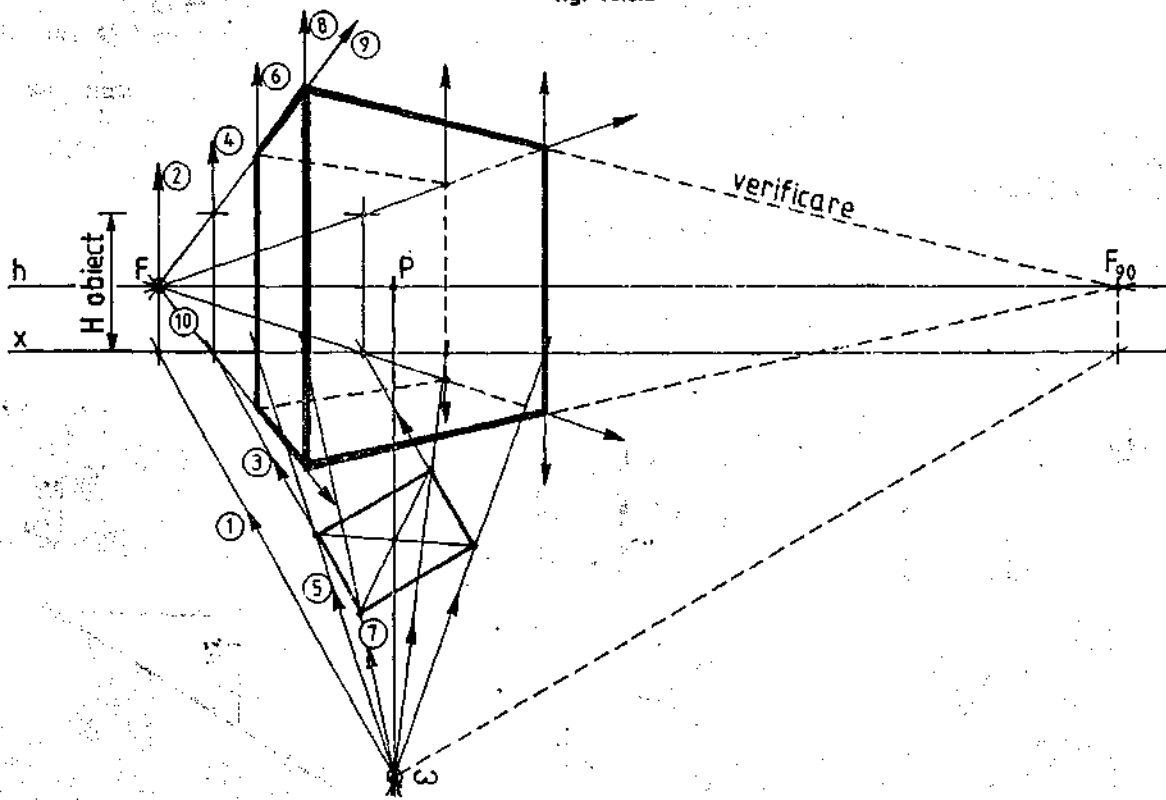


fig. 10.3.3

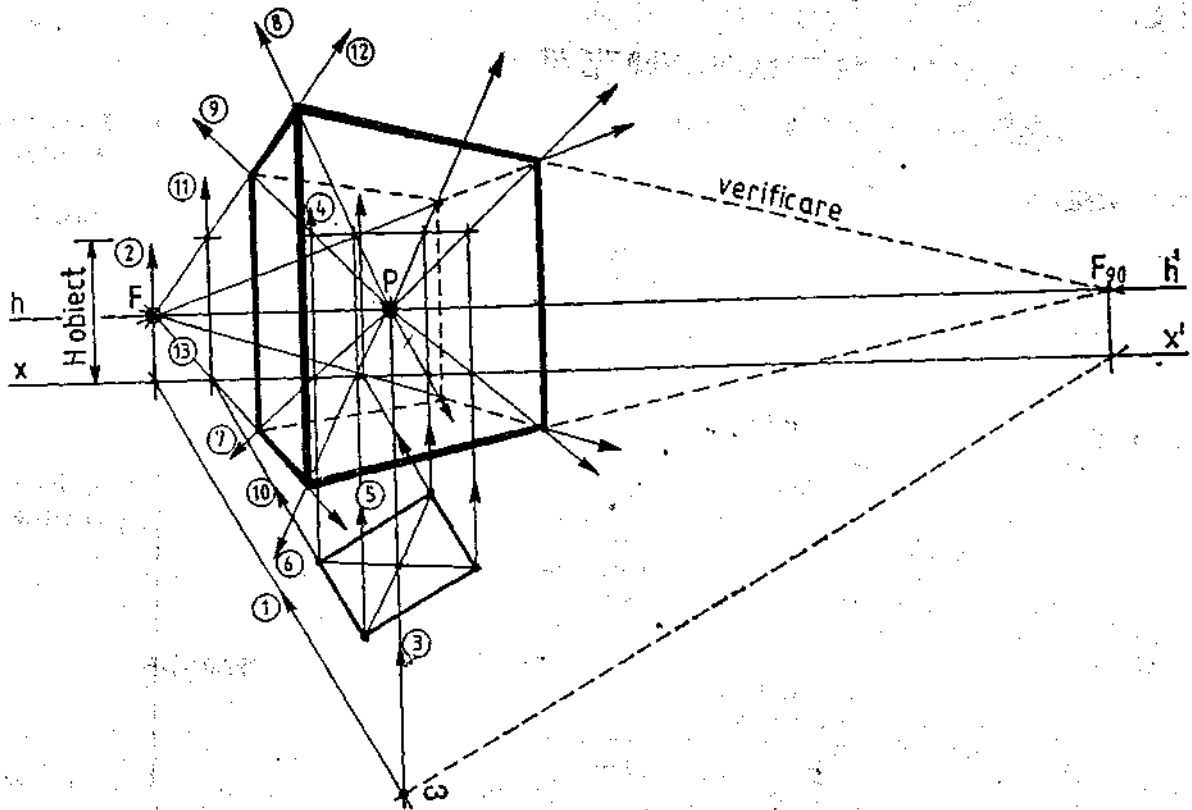


fig. 10.3.4

În general metodele perspectivei dependente necesită un volum mare de linii de construcție, lucru care face ca în practică aceste metode să fie greu de folosit. De aceea, la construcția perspectivei

volumelor de arhitectură se folosesc metodele perspectivei dependente în combinație cu perspectiva liberă, care prezintă o serie de avantaje evidente.

11.

PERSPECTIVA LIBERĂ PE TABLOU VERTICAL

11.1. GENERALITĂȚI. DEFINIȚII

Matematicianul J. H. Lambert este primul care împarte metodele de construcție a perspectivei în dependente și libere. În anul 1759 îi apare cartea cu titlul „Perspectiva liberă, sau învățătura de a compune de bună voie orice tablou perspectiv, fără proiecția orizontală”. După cum reiese din acest titlu, prin metoda perspectivei libere se poate construi un desen perspectiv fără să se folosească direct epura de geometrie descriptivă. Toate operațiile se fac direct în tabloul de perspectivă. *Perspectiva liberă* este metoda de a obține direct pe tablou perspectiva obiectelor date în spațiu și de a rezolva asupra lor orice problemă geometrică, pe baza invariantilor proiecției conice. Prin perspectiva de observație se percep proprietățile geometrice ale volumelor din spațiu, iar cu ajutorul invariantilor proiecției conice aceste proprietăți pot fi redată în desenul perspectiv. Deci, și desenul după natură poate să fie un desen exact, realizat prin riguroase construcții geometrice.

Metoda perspectivei libere ușurează foarte mult folosirea desenului perspectiv ca mijloc de studiu în proiectare.

Perspectiva liberă prezintă următoarele avantaje față de metodele dependente de construcția perspectivei:

- se apropie cel mai mult de procesul percepției vizuale și prin aceasta este mai intuitivă;
 - este mai rapidă decât perspectiva dependentă;
 - perspectiva liberă permite un control al desenului perspectiv încă de la primele linii;
 - permite construcția perspectivei pornind de la elemente ce se fixează de la început în tablou, dând posibilitate desenatorului să obțină efectul dorit fără să facă prea multe încercări.
- Metodele perspectivei libere sînt folosite în finalizarea desenului perspectiv obținut prin metode

dependente — perspectiva detaliilor. *Perspectiva liberă* rezolvă direct pe tablou cele două categorii de probleme geometrice:

— probleme ce tratează relațiile de poziție (conținere, intersecție, coliniaritate, concurență, tangență, paralelism) independent de mărimile lor (lungimi și unghiuri).

— probleme ce tratează relațiile metrice (lungimi și unghiuri) și care se rezolvă în tabloul de perspectivă cu ajutorul invariantilor proiecției conice, cunoscînd linia orizontului și poziția punctului de vedere.

„A rezolva probleme metrice pe tabloul de perspectivă înseamnă într-adevăr a face geometrie în peisaj” (V. Gheorghiu, 1963).

11.2. PUNCTUL ȘI COMPARAȚIA VERTICALELOR

În proiecția paralelă punctul se reprezintă printr-un bipunct (punctul din spațiu și proiecția sa) față de un plan de referință sau prin dreptunghiul de poziție față de două plane de proiecție (fig. 11.2.1). În perspectivă lucrurile se petrec asemănător, punctul putînd fi reprezentat printr-un bipunct în raport cu planul orizontal ce se întinde în fața privitorului. Acest plan orizontal fiind reprezentat prin dreapta lui de fugă — linia orizontului, bipunctul se reprezintă deci în raport cu linia orizontului.

Luînd în tabloul de perspectivă un punct A în spațiu și proiecția lui a pe planul orizontal, se poate localiza foarte ușor acest punct în spațiu, raportîndu-l la linia orizontului (fig. 11.2.2). Punctul este mai depărtat de observator cu cît proiecția sa pe planul orizontal este mai apropiată de linia orizontului. Punctul A cu proiecția sa a formează o dreaptă

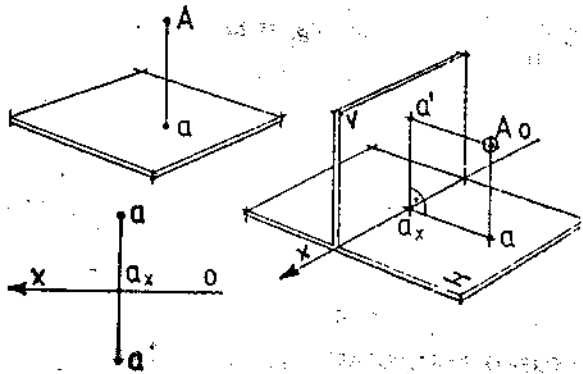


fig. 11.2.1

verticală; deci, în figura 11.2.2 s-a reprezentat și verticala în perspectivă. Tot față de linia orizontului se compară în perspectivă înălțimile verticalelor. Dacă în tabloul de perspectivă există un segment de o lungime cunoscută, se pot măsura pe tablou toate segmentele verticale. Linia orizontului reprezintă pe tablou și planul vederii (vezi sistemul perspectiv). Dar planul vederii și planul orizontal de referință (planul pământului) fiind paralele, rezultă că segmentele verticale dintre ele sînt egale. Deci toate verticalele ce se sprijină pe pămînt au în tablou aceeași înălțime pînă la linia orizontului (înălțimea de la care este făcută perspectiva). Dacă se cunoaște înălțimea de la care a fost făcută perspectiva se poate afla și înălțimea întregului segment. Dacă nu se cunoaște această înălțime se pot doar compara diferite verticale în tabloul de perspectivă, în raport cu linia orizontului (fig. 11.2.3). Comparînd cele trei verticale constatăm că verticala B este cea mai înaltă. Notînd cu a înălțimea orizontului, verticala B are $4a$, verticala A are $2,5 a$, iar verticala C are $2a$.

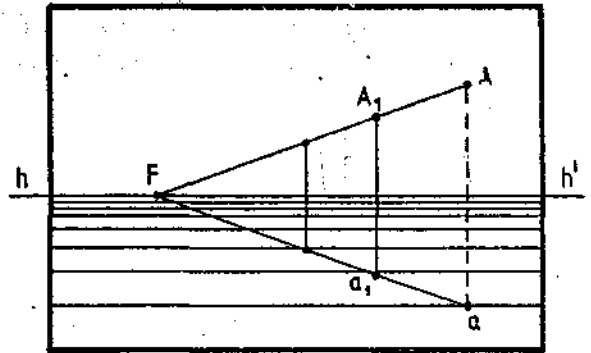


fig. 11.2.2

Dacă se translatează un segment vertical către profunzime pe tablou el se micșorează, deși în realitate nu-și modifică dimensiunea. Unind punctele extreme a două poziții succesive ale acestei verticale, se obțin două drepte concurente pe linia orizontului în punctul de fugă F (v. fig. 11.2.2). Dacă punctul de fugă iese deasupra liniei orizontului, segmentul din spate este mai înalt, iar dacă punctul de fugă iese sub linia orizontului, segmentul din spate este mai mic (fig. 11.2.4). Diferența dintre ele se poate afla refăcînd construcția din figura 11.2.2.

Cînd se stă în picioare și se privește o mulțime de oameni ce se află toți pe un plan orizontal, aceștia au capul pe linia orizontului. Dacă unii sînt mai sus sau mai jos, aceștia stau respectiv pe o ridicătură sau pe o depresiune a planului orizontal. Diferența de înălțime se află imediat făcînd comparația cu linia orizontului, în locul respectiv (fig. 11.2.5). Făcînd perspectiva de la înălțime, oamenii care se află pe planul orizontal au capul mai jos decît linia orizontului, iar pentru a-i reprezenta corect

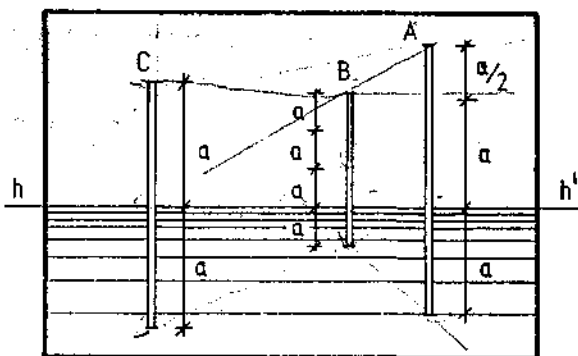


fig. 11.2.3

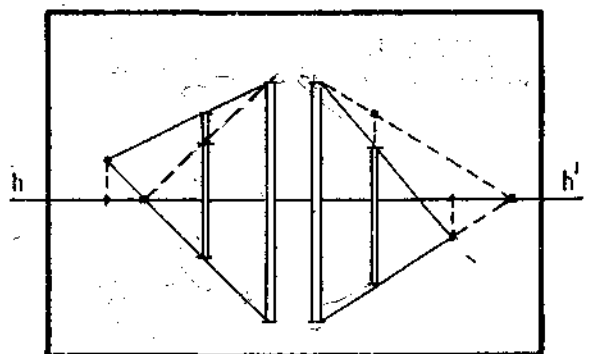


fig. 11.2.4

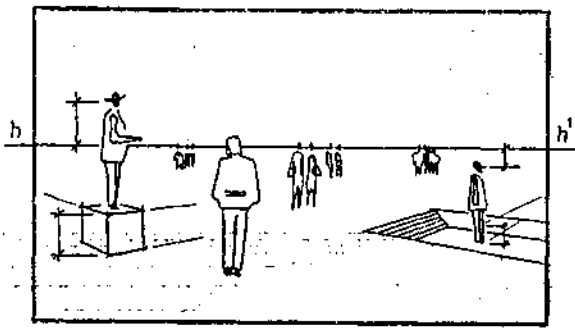


fig. 11.2.5

trebuie să se determine diferența de înălțime în fiecare loc în parte (fig. 11.2.6). Se poate spune deci de la ce înălțime a fost construită perspectiva, făcând diferența până la linia orizontului și comparând-o cu înălțimea omului din punctul respectiv.

11.3. DREAPTA ȘI PLANUL ÎN PERSPECTIVĂ

DREPTE OARECARE

Unind două puncte din spațiu A și B se obține o dreaptă, dar pentru a-i determina poziția în spațiu trebuie reprezentată și proiecția (ab) pe planul orizontal (fig. 11.3.1). Prolungind proiecția până la linia orizontului se obține punctul de fugă F al proiecției. Punctul unde dreapta din spațiu se intersectează cu proiecția ei pe planul orizontal este punctul unde acea dreaptă intersectează planul orizontal și se notează cu h. Punctul de fugă F al dreptei (AB) din spațiu este sub linia orizontului, la intersecția cu verticala coborâtă din f. Dacă se consideră proiecția drept umbra pe pământ a dreptei, figura capătă mai multă spațialitate. Se poate observa că dreapta ce trece prin punctele A și B vine de deasupra privitorului și coboară către profunzime, înțepind pământul în h. În schița axonometrică din figura 11.3.2 sînt arătate diferitele poziții pe care poate să le aibă o dreaptă oarecare în raport cu privitorul. Sînt drepte care înțepă planul orizontal în fața observatorului și drepte care înțepă planul orizontal în spatele acestuia. Reprezentările perspective ale acestor drepte sînt arătate în figura 11.3.3. Dreptele din pozițiile a și b înțepă pământul în fața observatorului, iar punctul h este reprezentat sub linia orizontului în spațiul vizibil (spațiul real). Dreptele din pozițiile c și d înțepă pământul în spatele observatorului, iar punctul h se află deasupra

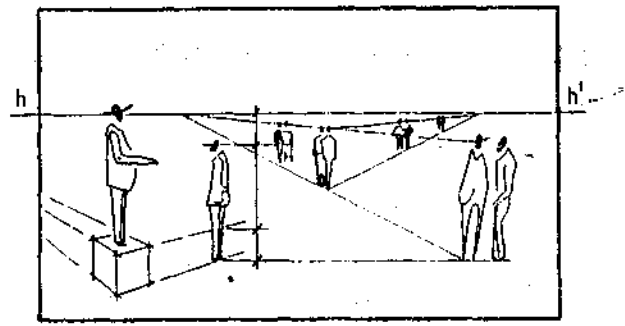


fig. 11.2.6

liniei orizontului (în spațiul virtual).

Luînd ca sens direcția principală de privire se poate spune că: dreptele din pozițiile b și c sînt drepte ascendente și au punctul de fugă F deasupra liniei orizontului, iar dreptele din pozițiile a și d sînt drepte descendente și au punctul de fugă F sub linia orizontului.

DREPTE PARTICULARE

În figura 11.3.4 sînt reprezentate pozițiile particulare pe care pot să le aibă dreptele în raport cu planul neutru și deci în raport cu tabloul de perspectivă. Numai dreapta orizontală are o poziție oarecare față de planul neutru. Cînd această dreaptă este perpendiculară pe planul neutru (pe tablou) se numește dreaptă de capăt și este paralelă cu direcția principală de privire.

Dreapta frontală se găsește într-un plan paralel cu planul neutru și are proiecția paralelă cu linia neutră. Dreapta fronto-orizontală este paralelă cu linia neutră.

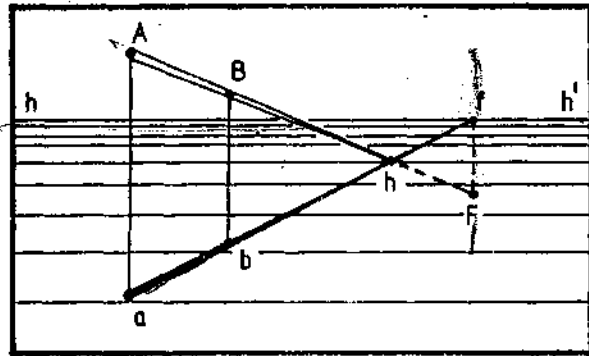


fig. 11.3.1

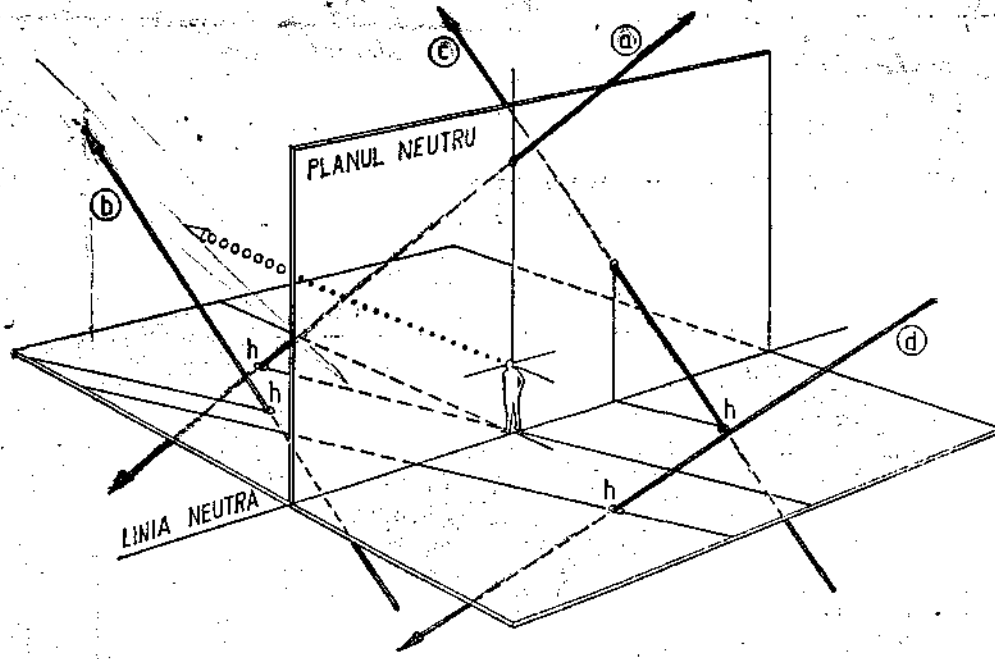


fig. 11.3.2

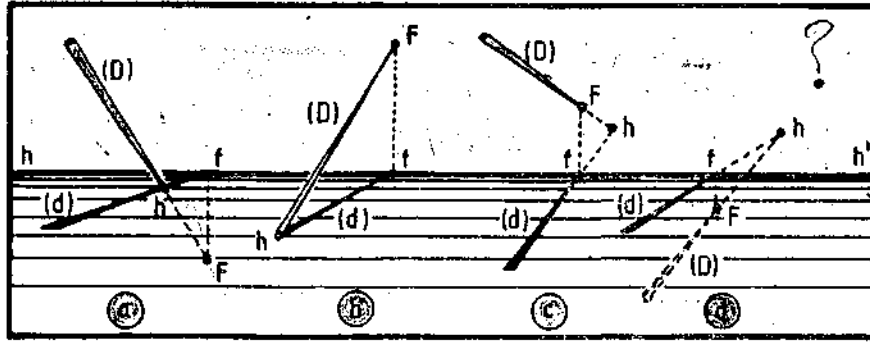


fig. 11.3.3

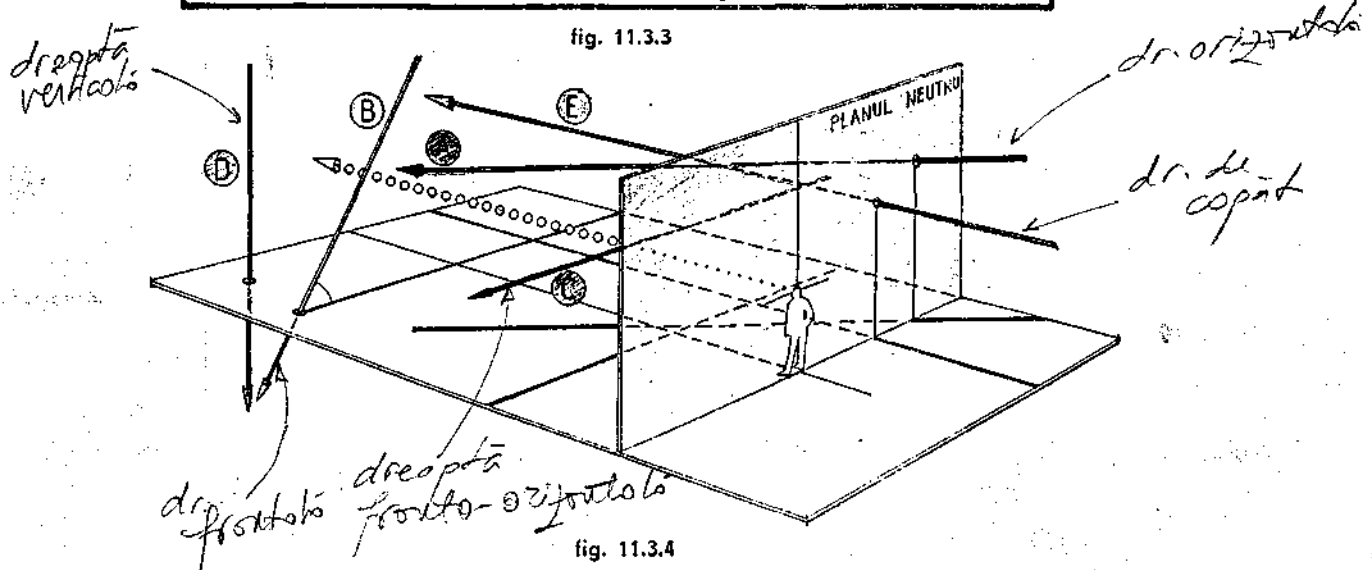


fig. 11.3.4

11.4. DREPTE CONCURENTE IN PUNCTE INACCESIBILE

PUNCTE DE CONCURENȚĂ OARECARE INACCESIBILE

Problema care se pune este: fiind date două drepte concurente (D_1) și (D_2) într-un punct inaccesibil, să se ducă printr-un punct dat M o a treia dreaptă concurentă cu primele două. Această problemă are mai multe moduri de rezolvare.

a) În apropierea punctului M se duce o dreaptă care taie dreapta (D_1) în punctul B și dreapta (D_2) în punctul D . Punctele B , D și M formează un triunghi. La o distanță oarecare se construiește prin paralelism un triunghi asemenea — triunghiul ACN . Prin punctul N trece dreapta căutată (fig. 11.4.1).

b) În figura 11.4.2 se duc prin punctul M perpendiculare la cele două drepte (D_1) și (D_2) ; acestea taie dreptele opuse în punctele A și B . Din punctul M se duce apoi o perpendiculară pe dreapta (AB) . Aceasta este dreapta căutată. Punctul M este ortocentrul triunghiului format de punctele A , B și punctul de concurență. Din punct de vedere grafic

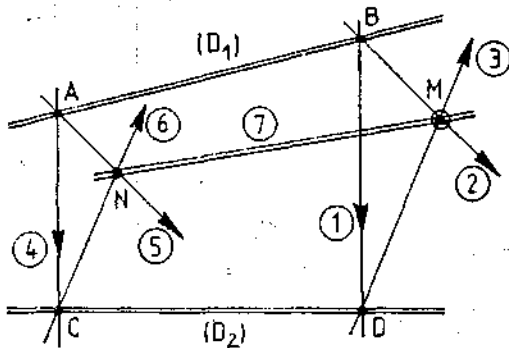


fig. 11.4.1

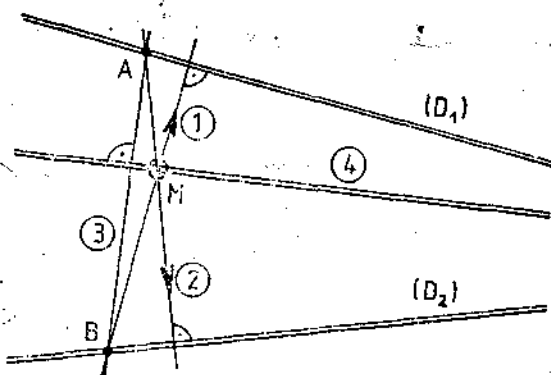


fig. 11.4.2

construcția este mai puțin precisă pentru că, de cele mai multe ori, dreapta (AB) trece foarte aproape de punctul M .

c) Se duce prin punctul M o dreaptă oarecare care taie dreptele (D_1) și (D_2) în punctele A și B (fig. 11.4.3). O paralelă la dreapta (AB) taie cele două drepte date în punctele C și D . Se duce diagonala patrulaterului format. Ducând prin punctul M paralela la dreapta (D_2) , se obține pe diagonală punctul E . Din punctul E se duce paralela la dreapta (D_1) și se obține pe dreapta (CD) punctul N . Dreapta care trece prin punctele N și M este concurentă cu cele două drepte date.

d) Prin punctul M se duce o dreaptă oarecare care taie pe (D_1) și (D_2) în punctele A și B . La o distanță oarecare se duce o paralelă la dreapta (AB) , care taie dreptele (D_1) și (D_2) în punctele C și D . Din punctul D se ia pe o dreaptă ajutoare raportul A_0M_0, M_0B_0 . Unind pe A_0 cu C și ducând o paralelă din M_0 la dreapta (A_0C) se obține punctul N căutat (fig. 11.4.4).

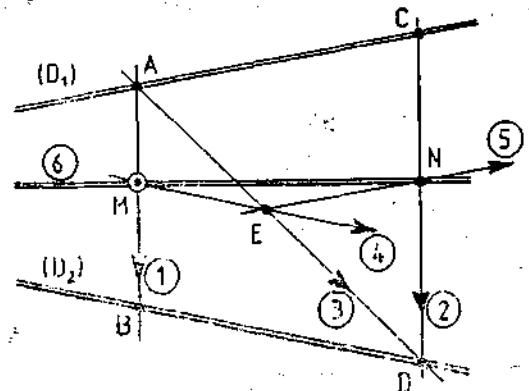


fig. 11.4.3

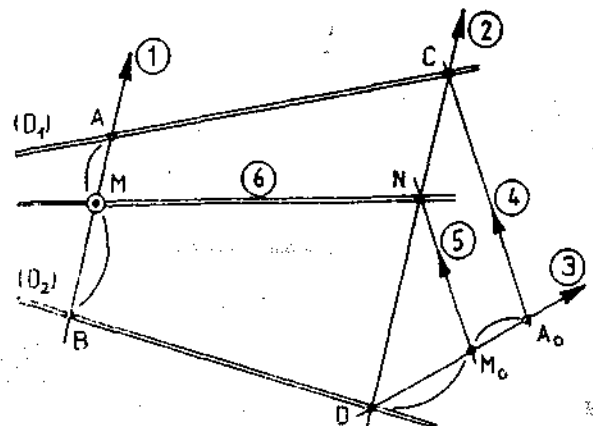


fig. 11.4.4

PUNCTE DE FUGĂ INACCESIBILE PE LINIA ORIZZONTULUI

De cele mai multe ori, în construcția perspectivei unul dintre punctele de fugă este inaccesibil. Se pune problema să se ducă drepte concurente în acest punct. Pentru rezolvarea problemei este necesar să se cunoască două drepte concurente în punctul de fugă inaccesibil. Una dintre ele este linia orizontului.

a) Având linia orizontului hh' și dreapta (D) în perspectivă, să se ducă prin punctul M o dreaptă concurentă cu dreapta (D) pe linia orizontului (fig. 11.4.5). Prin punctul M și în extremitatea din dreapta se duce câte o perpendiculară pe linia orizontului. Acestea intersectează dreapta (D) în punctele A și B care apoi se unesc cu un punct K pe linia orizontului. Din punctul B se duce o

orizontală pînă la intersecția cu dreapta (KA), iar din punctul de intersecție se coboară o verticală. Din punctul de intersecție cu dreapta (KM) se duce o paralelă la linia orizontului și se obține punctul căutat. Această construcție ne ajută la trasarea etajelor unei fațade.

b) Fie ABCD o fațadă în perspectivă. Dacă se stabilește înălțimea de etaj pe muchia cea mai apropiată, se poate împărți fațada într-un număr de nivele, ca în figura 11.4.6. Mai simplu se poate rezolva problema împărțind în același număr de nivele muchiile AC și BD.

c) Fie dreapta (D) în perspectivă. Să se ducă prin punctul M o dreaptă concurentă cu dreapta (D) pe linia orizontului. În general în perspectivă se duc foarte multe drepte concurente în puncte de fugă inaccesibile, de aceea se recomandă construcția din figura 11.4.7, care este mult mai rapidă și

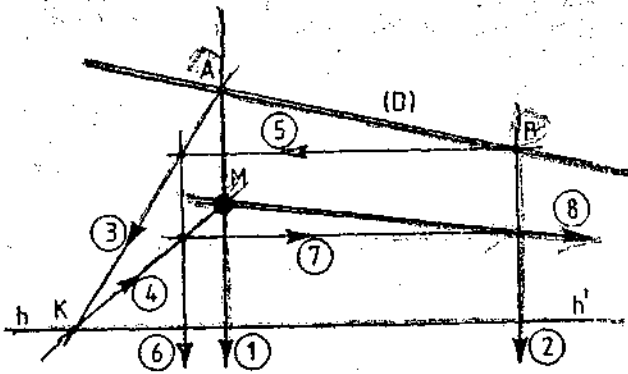


fig. 11.4.5

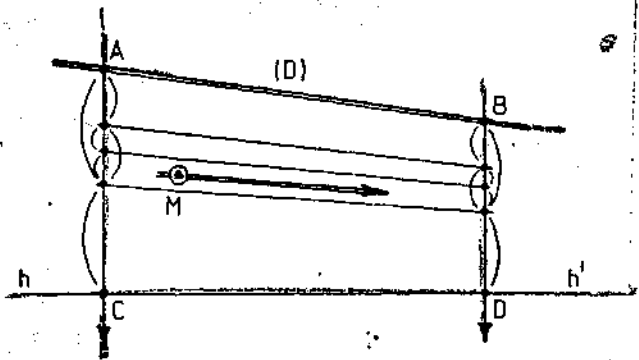


fig. 11.4.7

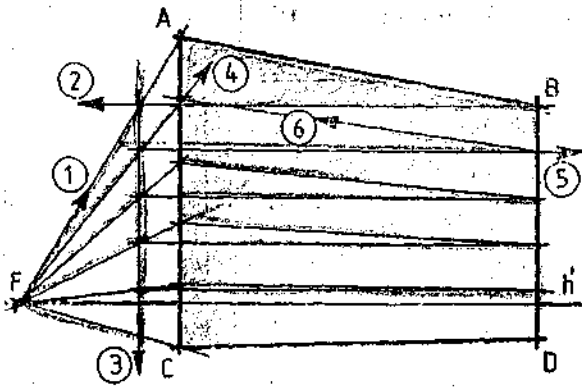


fig. 11.4.6

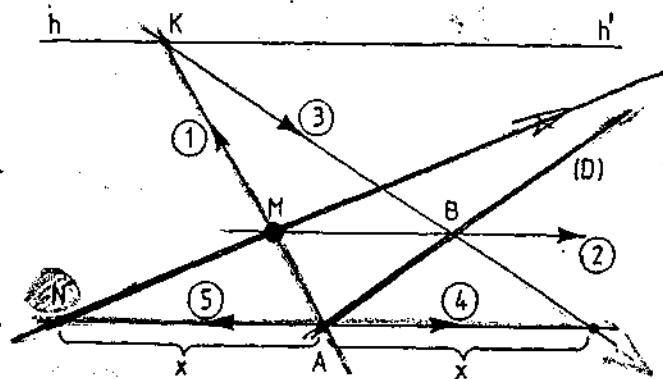


fig. 11.4.8

mai utilă. În extremitățile formatului tabloului se
 dau două drepte perpendiculare pe linia orizontului
 și se obține patrulaterul ABCD. Se împart succesiv
 în cîte două părți egale laturile AC și BD.
 Prin cînd dreptele concurente obținute se apropie
 de punctul dorit. Apoi se duce prin punctul M
 o paralelă la dreapta concurentă cea mai apropiată.
 Eroarea rezultată este neglijabilă în perspectivă.
 a) Avînd în planul orizontal o dreaptă (D) în per-
 spectivă, să se ducă prin punctul M, situat în același
 plan orizontal, o dreaptă paralelă cu dreapta (D),
 și concurentă cu ea pe linia orizontului (fig. 11.4.8)
 Se ia un punct A pe dreapta (D) dată.
 Luînd punctele A cu M se obține punctul de fugă
 A' pe linia orizontului. Cu ajutorul punctului K
 translatăm segmentul MB din profunzime în planul
 punctului A. Luînd același segment și în stînga
 punctului A rezultă punctul căutat.

**DREPTE CONCURENTE PE LINIA ORIZONTULUI
 INACCESIBILĂ**

- a) Se dau în planul orizontal două drepte (D_1) și (D_2) paralele. Să se traseze prin punctul M situat în același plan o dreaptă (D_3) paralelă cu (D_1) și (D_2) — (fig. 11.4.9). Construcția în perspectivă se bazează pe proprietatea a două dreptunghiuri în prelungire, care au centrele lor geometrice situate pe o dreaptă paralelă cu laturile. Dreptele (1), (2) și (5) sînt paralele cu linia orizontului.
- b) Se dau în perspectivă două drepte paralele (D_1) și (D_2) și o dreaptă (D_3) care nu fuge la același punct de fugă cu primele două, toate conținute în planul orizontal. Să se ducă prin punctul M, aflat în planul orizontal, o dreaptă (D_4) paralelă cu dreapta (D_3) . După cum se vede această problemă este foarte asemănătoare cu cea de mai sus și are același mod de rezolvare (fig. 11.4.10).

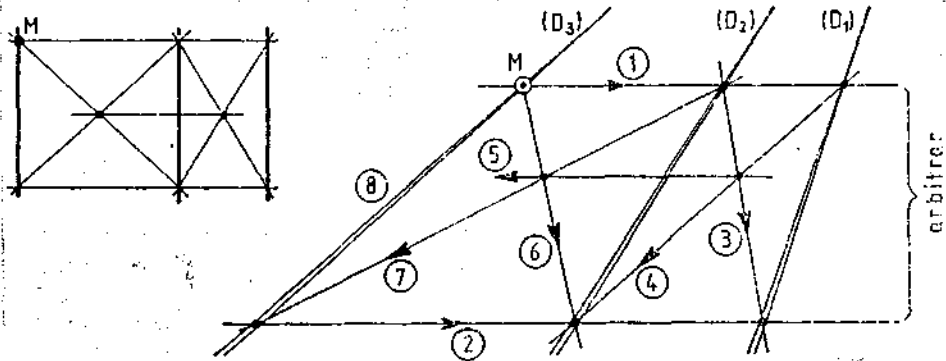


fig. 11.4.9

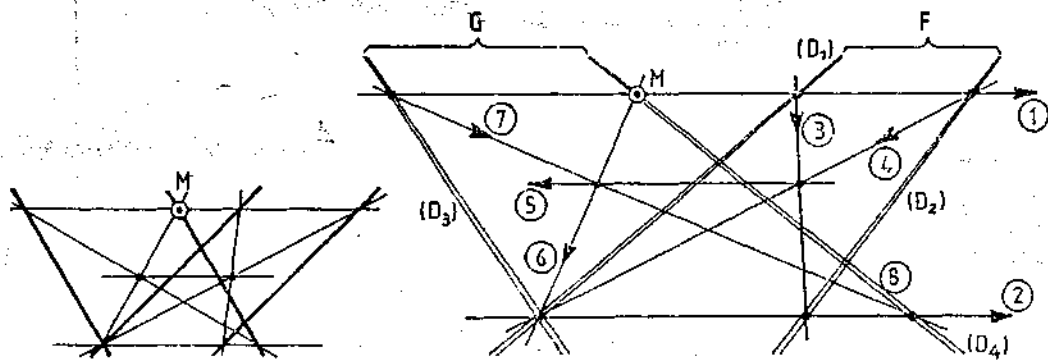


fig. 11.4.10

11.5. DIVIZIUNI PERSPECTIVE

IMPĂRTIREA UNUI SEGMENT DE DREAPTĂ ÎN PĂRȚI EGALE SAU PROPORȚIONALE

Această operație grafică făcută în tablou se bazează pe transpunerea teoremei lui Thales în perspectivă. S-a arătat în capitolul 9 că diviziunile egale din spațiu descresc în perspectivă odată cu depărtarea. În același plan frontal unitatea de măsură rămâne aceeași în orice direcție (fig. 11.5.1), iar împărțirea unui segment în părți egale se face direct, ca într-o proiecție ortogonală. De la un plan frontal la altul unitatea de măsură se schimbă, micșorându-se în profunzime după legea descrescărilor perspective. În perspectiva pe tabloul vertical, pe fronto-orizontală sau pe verticală se operează cu aceeași unitate de măsură. Aceasta ajută la împărțirea în părți egale sau proporționale a oricărui segment de dreaptă în perspectivă.

a) Să se împartă segmentul orizontal AB, dat în perspectivă, în 6 părți egale. Se ia din punctul A pe o fronto-orizontală 6 unități egale. Unind extremitatea cu punctul B se află direcția după care se duc paralele în perspectivă. Dreapta (2) determină pe linia orizontului punctul K, care este punctul de fugă al acestor paralele (fig. 11.5.2).

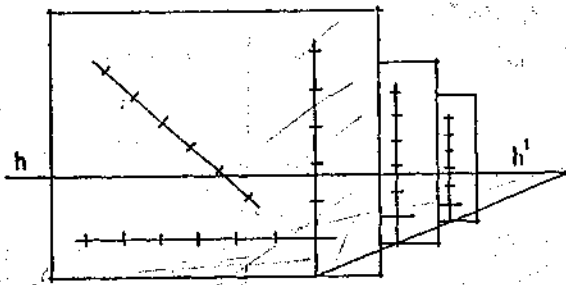


fig. 11.5.1

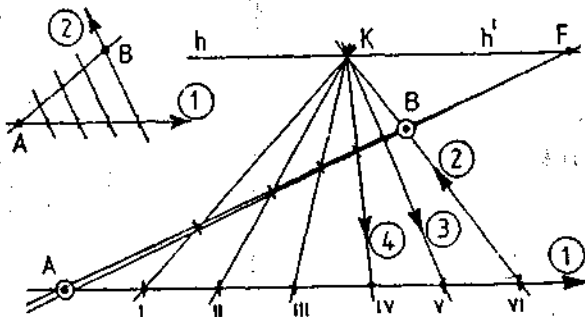


fig. 11.5.2

b) Împărțirea unui segment de dreaptă oarecare se poate face în două moduri. Utilizând împărțirea pe verticală, problema se rezolvă mai rapid (fig. 11.5.3), dar pentru aceasta trebuie să fie accesibil punctul de fugă F al proiecției segmentului AB, dat în perspectivă; cînd acest lucru nu este posibil, se utilizează fronto-orizontală dusă din A. Se împarte mai întâi proiecția segmentului AB dat în perspectivă, utilizînd punctul de fugă ajutător K și apoi, ridicînd verticale, se împarte segmentul AB din spațiu (fig. 11.5.4). După cum se vede, în această construcție nu s-a utilizat punctul de fugă F al proiecției segmentului dat, deoarece acesta nu este totdeauna accesibil.

În același mod se poate împărți în perspectivă un segment dat în orice raport, cu condiția să se poată transpună grafic acest raport într-o proiecție ortogonală.

CONTINUAREA UNOR DIVIZIUNI PERSPECTIVE DATE

De cele mai multe ori formatul tabloului nu este suficient de mare pentru a permite să se ia pe o fronto-orizontală toate diviziunile necesare împărțirii unui segment din perspectivă. Foarte des poate să apară necesitatea continuării aceluiași diviziuni pe o dreaptă pusă în perspectivă. Pentru rezolvarea problemei se poate proceda în două moduri:

a) se poate folosi același punct de fugă ajutător K de la construcțiile precedente (fig. 11.5.5). Se determină unitatea pe o fronto-orizontală cît mai aproape de punctul B. Pentru a rezulta o construcție cît mai precisă, trebuie să se determine cel puțin 2—3 unități cu care se va continua împărțirea în perspectivă. Se va repeta acest procedeu de cîte ori este nevoie;

b) se pot folosi două puncte de fugă ajutătoare K_1 și K_2 pe linia orizontului, dar trebuie în același timp să fie accesibil punctul de fugă F al dreptei date (D) în perspectivă (fig. 11.5.6). Construcția corespunde proiectiv unei construcții grafice din plan, bazată pe proprietățile paralelogramului. Pe dreapta (D) este traslatată în profunzime unitatea aleasă în perspectivă. În același mod se poate împărți o dreaptă din perspectivă într-un raport repetabil, cum ar fi, de exemplu, un sir de stîlpi. Se ia în perspectivă grosimea unui stîlp (ab) și intervalul dintre stîlpi (bc), iar prin procedeul arătat mai sus se translatează acest raport de cîte ori este nevoie (fig. 11.5.7).

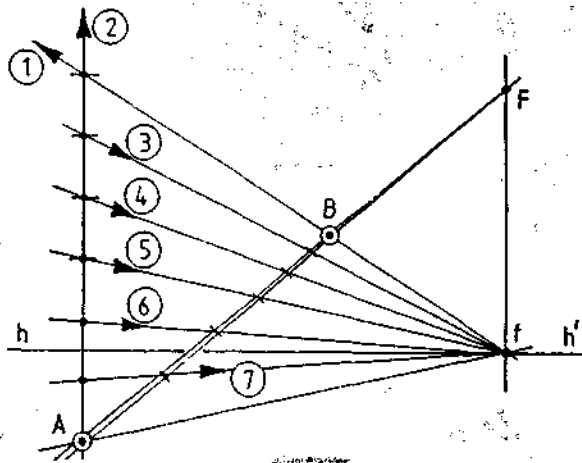


fig. 11.5.3

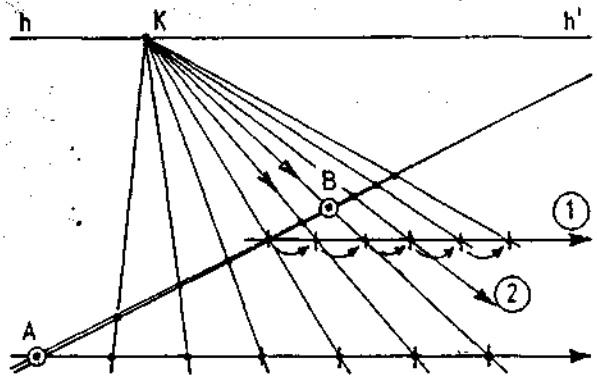


fig. 11.5.5 a

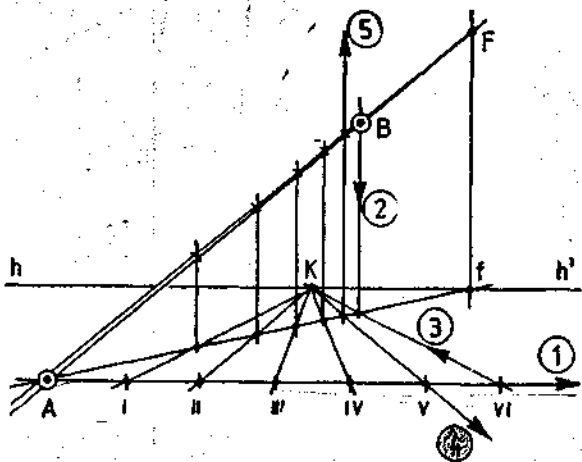


fig. 11.5.4

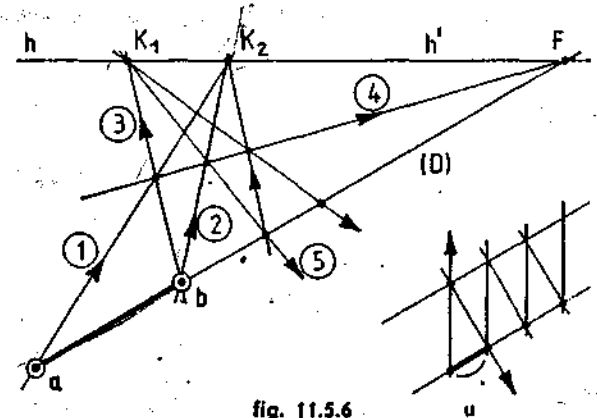


fig. 11.5.6

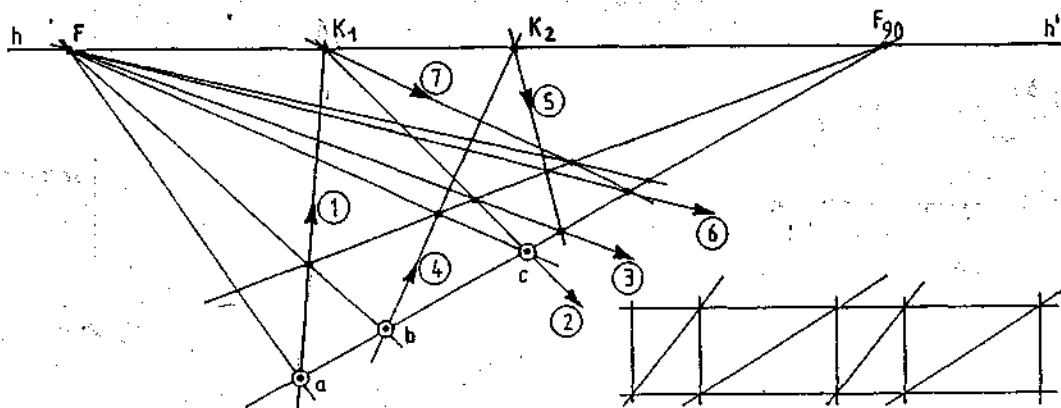


fig. 11.5.7

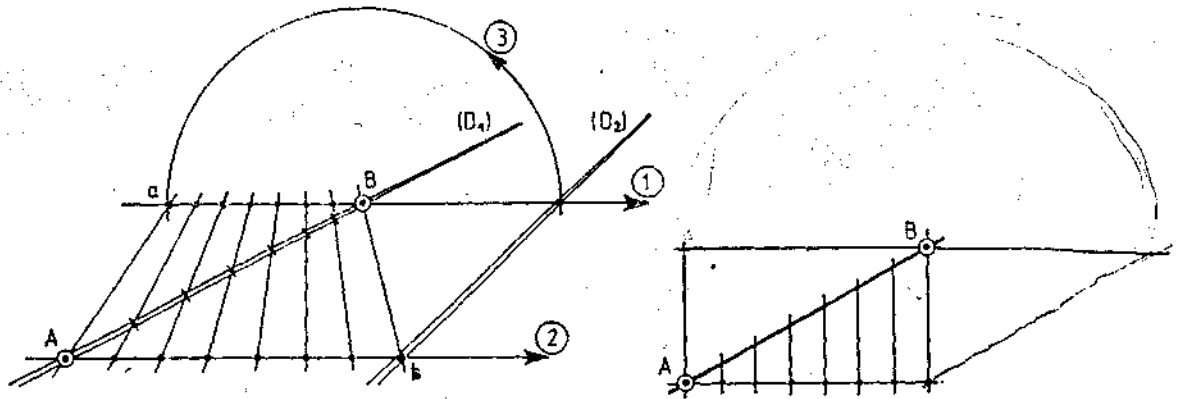


fig. 11.5.8

DIVIZIUNI PERSPECTIVE ÎN CAZUL LINIEI DE ORIZONT INACCESIBILĂ

Se dau două drepte orizontale (D_1) și (D_2) paralele în perspectivă, deci concurente pe linia orizontului, care în cazul de față este inaccesibilă (fig. 11.5.8). Se cere să se împartă segmentul AB în 7 părți egale. Rezolvarea problemei se bazează pe construcția grafică din plan cu ajutorul căreia se împarte diagonala dreptunghiului în părți egale. Se duce din A și din B câte o fronto-orizontală, iar apoi se transpune segmentul ab în profunzime. Se obține segmentul aB egal în perspectivă cu segmentul Ab . Se împart cele două segmente în câte 7 părți egale și pe diagonala AB se obțin 7 diviziuni egale în perspectivă.

dreapta de intersecție a fațadei cu pământul și apoi se ridică verticale. În general, această dreaptă fiind foarte aproape de linia orizontului se folosește orizontala de sus a fațadei. Se obține astfel un desen mult mai precis.

b) La împărțirea într-un număr par de părți se poate folosi metoda aflării mijlocului prin inter-

DIVIZIUNI PERSPECTIVE DE FIGURI PLANE

a) Împărțirea unei fațade în fișii verticale egale sau proporționale se poate face folosind metodele arătate la împărțirea unui segment în părți egale sau proporționale (fig. 11.5.9). Mai întâi se împarte

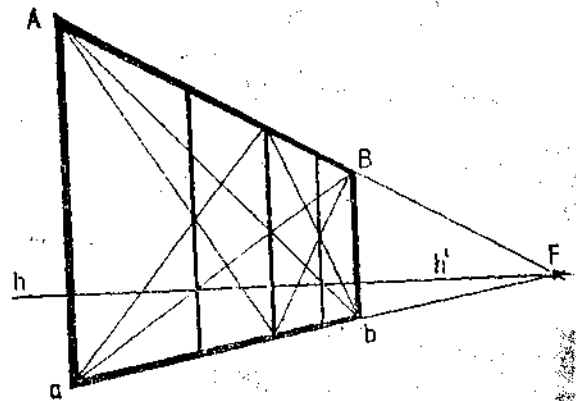


fig. 11.5.10

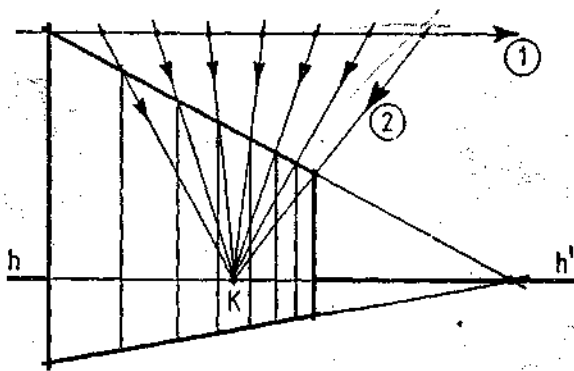


fig. 11.5.9

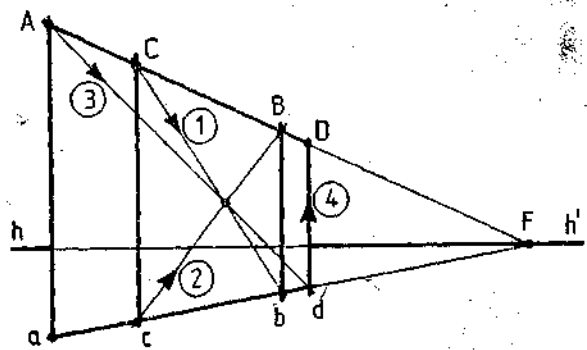


fig. 11.5.11

ecția diagonalelor. Această metodă este mai rapidă și poate fi folosită și în cazul lui F inaccesibil (fig. 11.5.10). Același procedeu al intersecției diagonalelor servește și la împărțirea fațadei în raportul de plin și gol (stîlp—travee). Se pornește de la dreptunghiul în perspectivă $AaBb$, care este împărțit în raportul de plin-gol de verticala Cc (fig. 11.5.11). Prin simetrie perspectivă în raport cu centrul O al dreptunghiului $CcBb$ se obține verticala Dd .

c) Împărțirea pe verticală a fațadei în perspectivă se poate face folosind punctul de fugă al diagonalei F_d ce se găsește pe dreapta de fugă a planului vertical (fig. 11.5.12).

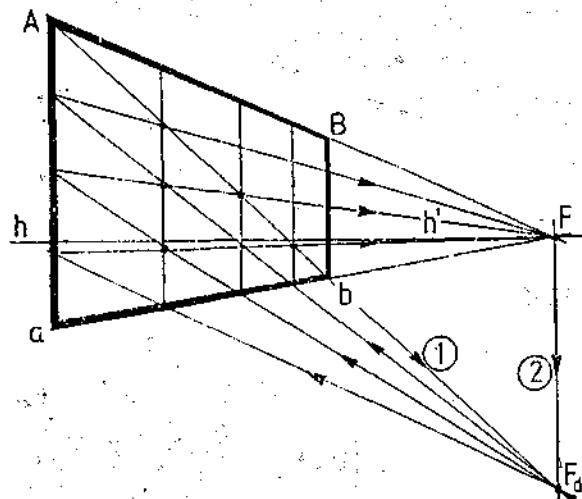


fig. 11.5.12

DIVIZIUNI PERSPECTIVE PE UN PLAN OARECARE

Pentru împărțirea planului $[P]$ în părți egale se procedează astfel:

- se împarte proiecția lui orizontală (folosind linia orizontului) și apoi se face ridicarea în planul $[P]$;
- se împarte direct planul $[P]$, ducînd o paralelă la dreapta lui de fugă FG (fig. 11.5.13).

Cînd dreapta de fugă a planului oarecare $[P]$ este inaccesibilă se poate afla direcția ei (fig. 11.5.14). Pe diagonala CA se ia un punct arbitrar M și se duc prin el paralele la CB și CD . Rezultă direcția căutată XY .

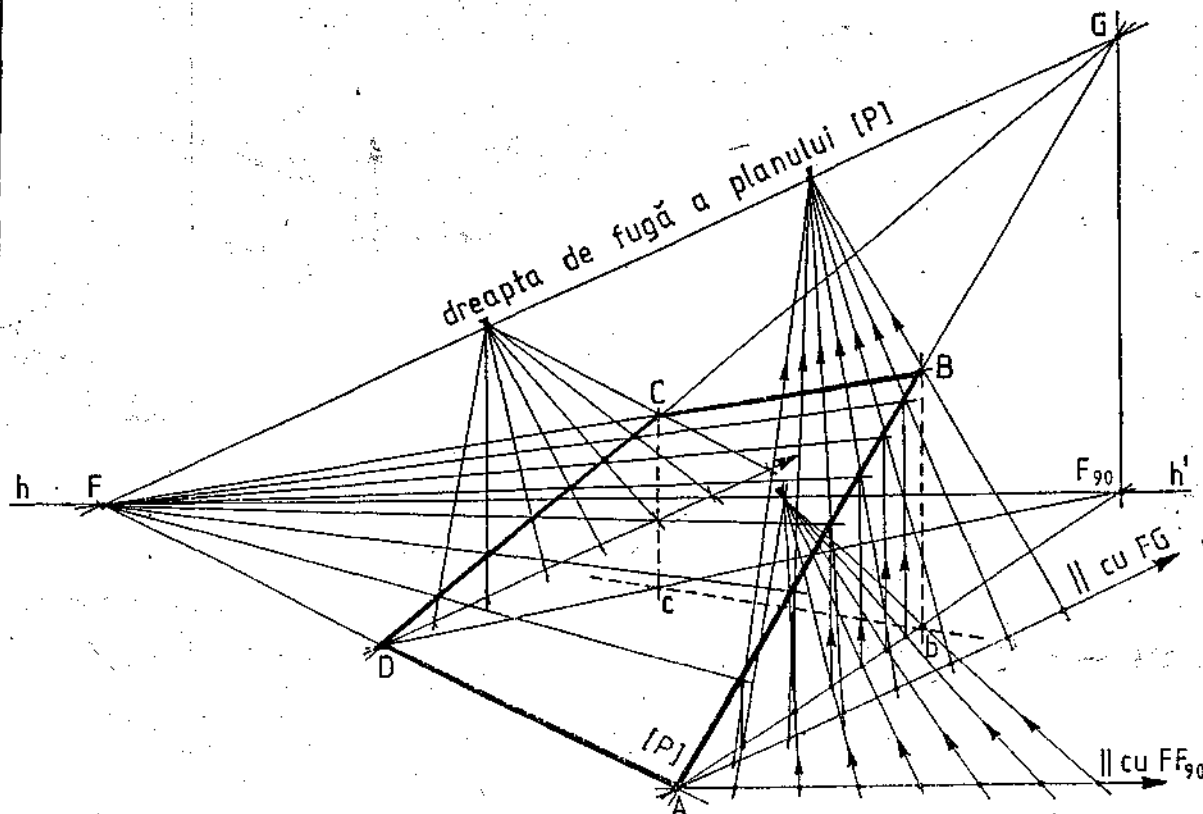


fig. 11.5.13

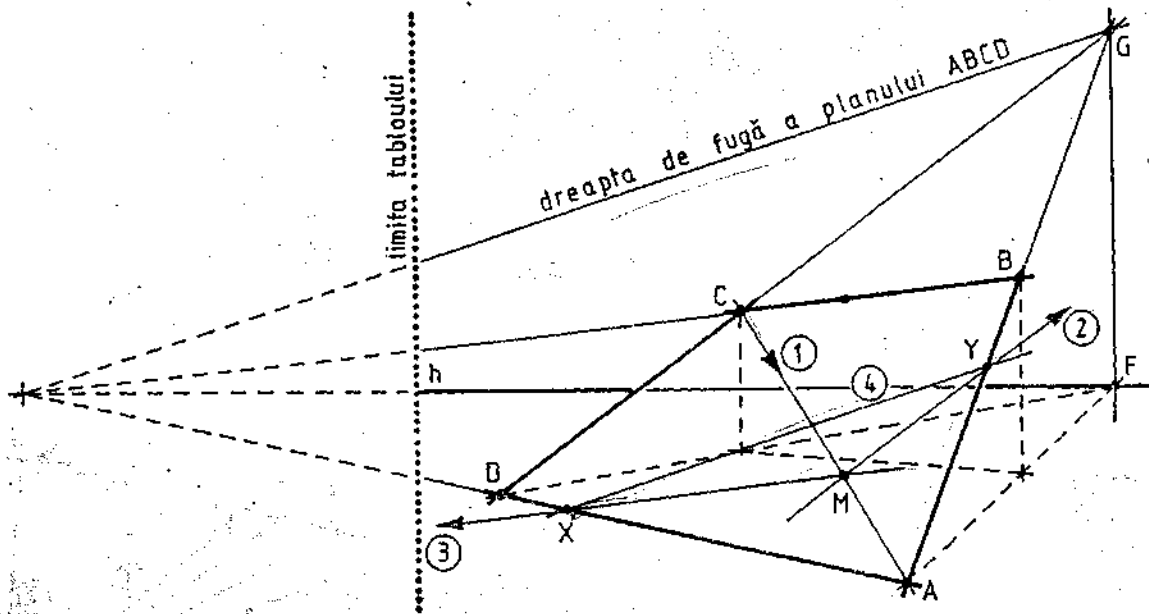


fig. 11.5.14

11.6. PUNCTE DE FUGĂ

GENERALITĂȚI

Primul care definește și utilizează punctele de fugă este Guidobaldo del Monte (1545—1607), de la care ne-a rămas tratatul de perspectivă în 6 cărți cu titlul „Perspectivae libri sex”, Pesaro, 1600. Avantajul construcției perspectivei cu ajutorul punctelor de fugă apare mai ales în cazul mai multor drepte paralele. Perspectiva unei drepte este bine determinată de urma ei pe tablou, care este de fapt perspectiva ei, și de perspectiva punctului ei de la infinit, numit punct de fugă al dreptei. Punctul de fugă se obține ducând din punctul de vedere o paralelă la direcția dreptei respective, până când aceasta intersectează tabloul (v. subcap. 9.6. Mecanismul perspectivei). Dacă dreapta de pus în perspectivă este orizontală, punctul ei de fugă rezultă pe linia orizontului; dacă are o poziție oarecare, punctul ei de fugă se află pe dreapta de fugă a planului în care este conținută dreapta respectivă (v. subcap. 11.3. Drepte și plane în perspectivă).

CONFIGURAȚIA PUNCTELOR DE FUGĂ F , F_{90} , F_{45}

S-a arătat că pentru a reda în perspectivă un ansamblu de volume sau un volum mai complicat,

se înscrie totul într-un volum cât mai simplu, de preferință o prismă dreaptă dreptunghiulară. Această prismă, fiind formată din plane ce se intersectează numai după muchii orizontale și verticale, este foarte simplu și rapid de pus în perspectivă. Se știe că omul nu poate să aprecieze cu exactitate, în spațiu, decât unghiul drept. Celelalte unghiuri sînt apreciate în raport cu unghiul de 90° . De asemenea se știe că unghiul de 90° subîntinde diametrul cercului, lucru care ușurează foarte mult studiul perspectivei. A transpune unghiul drept în perspectivă se reduce de fapt la a determina punctele de fugă a două direcții ce fac în plan 90° . Trebuie deci ca din punctul de vedere Ω să se ducă paralele la aceste direcții,

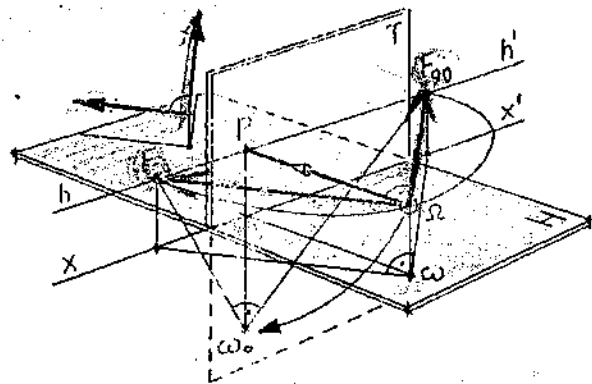


fig. 11.6.1

ωF și ωF_{90} - adevăratele direcții de fugă către F și F_{90}

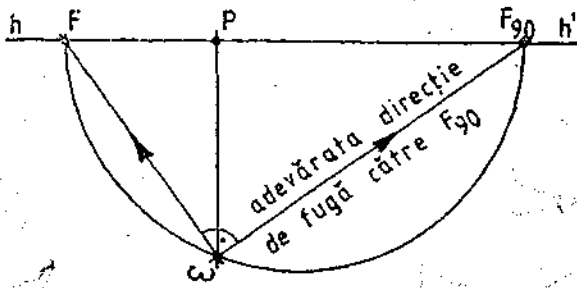


fig. 11.6.2

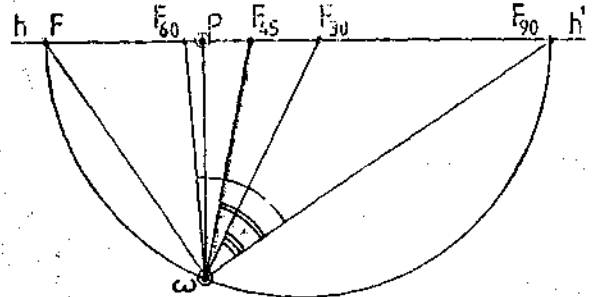


fig. 11.6.3

iar la intersecția cu tabloul rezultă punctele lor de fugă F și F_{90} . Se face acest studiu mai întâi într-o axonometrie (fig. 11.6.1). Rabătînd pe tablou punctul de vedere Ω , se obține poziția observatorului ω în tabloul de perspectivă liberă (fig. 11.6.2). Dreptele ωF și ωF_{90} constituie adevăratele direcții de fugă către F și F_{90} . Oricare altă dreaptă aflată în planul orizontal are punctul de fugă pe linia orizontului și face cu celelalte direcții un număr de grade. Pe linia orizontului pot fi determinate punctele de fugă ale tuturor direcțiilor de la 0° la 90° (de exemplu, F_{30} , F_{45} , F_{60} etc. — fig. 11.6.3); dintre toate acestea, mai important este F_{45} deoarece acest punct este punctul de fugă al diagonalei pătratului, fiind des folosit ca punct de fugă ajutător în construcția perspectivei. Acest punct de fugă la 45° poate fi determinat foarte ușor și într-un plan vertical. Luînd un pătrat vertical în perspec-

tivă, diagonalele lui dau direcțiile la 45° în plan vertical și totodată punctele lor de fugă pe dreapta de fugă a planului vertical (fig. 11.6.4). Diagonalele pătratului, făcînd același unghi cu planul orizontal, vor intersecta dreapta de fugă a planului vertical la distanțe egale de F . Rabătînd planul vertical al pătratului pe tabloul de perspectivă se obține poziția lui F_{45} vertical, în tabloul de perspectivă. Perpendiculara din F se intersectează cu dreapta la 45° dusă din ω , care este diagonala pătratului rabătut pe tablou (fig. 11.6.5). Cu piciorul compasului în F se aduce F_{45} pe dreapta de fugă a planului vertical. Deoarece triunghiul ωFF_{45} este dreptunghic isoscel, ω se află pe același cerc cu F_{45} ; deci, $+F_{45}$ și $-F_{45}$ se pot obține foarte ușor aducînd pe ω cu compasul pe dreapta de fugă a planului vertical. Rezultă astfel configurația punctelor de fugă F , F_{90} și F_{45} în plan orizontal și vertical (fig. 11.6.6).

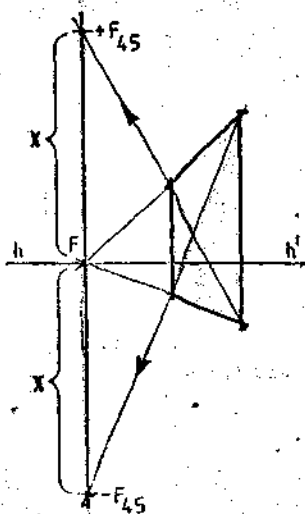


fig. 11.6.4

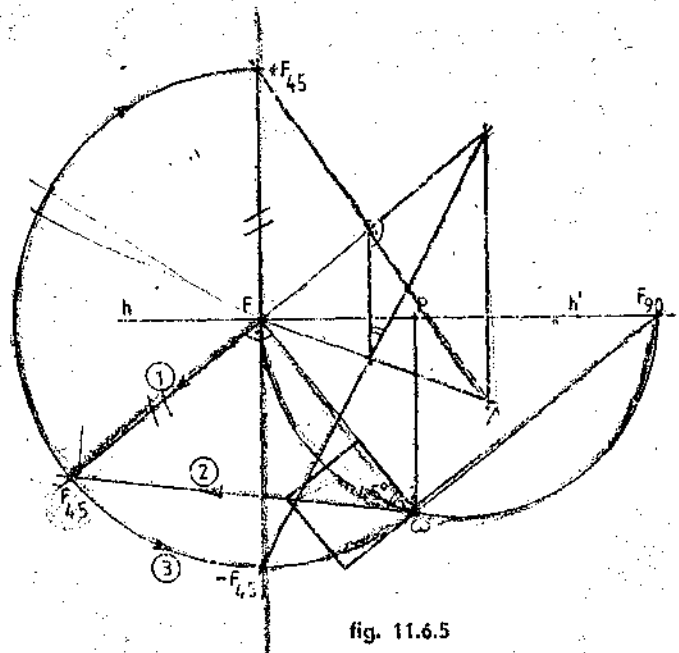


fig. 11.6.5

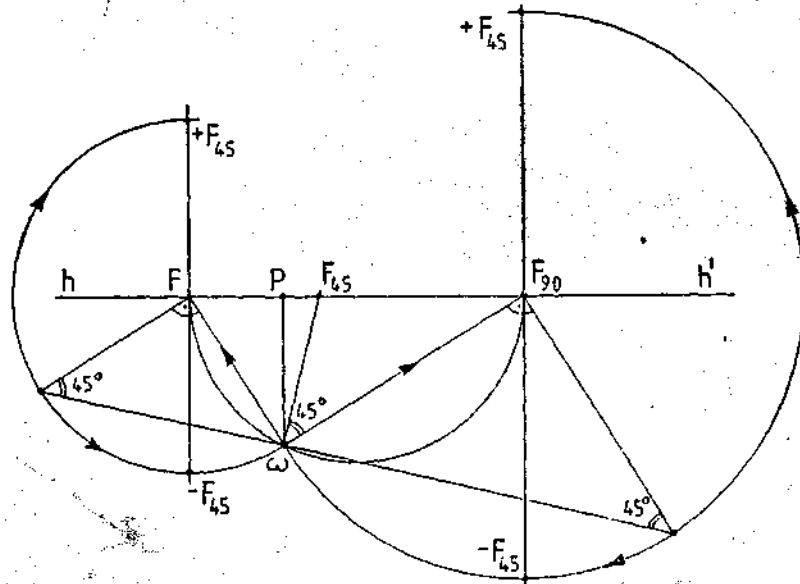


fig. 11.6.6.

AFLAREA UNEI DIRECȚII DE FUGĂ CÎND PUNCTUL DE FUGĂ ȘI POZIȚIA OBSERVATORULUI ω SÎNT INACCESIBILE

Ca să se poată construi drepte concurente într-un punct de fugă inaccesibil trebuie să se cunoască măcar două drepte concurente în el; una dintre ele este linia orizontului, cealaltă trebuie aflată. Cînd unul din cele două puncte de fugă nu este accesibil, se întîmplă foarte des ca și ω să nu fie accesibil. Pentru a rezolva problema trebuie să se cunoască punctul principal de privire și adevărata direcție spre punctul de fugă accesibil (de exemplu

spre F). Micșorînd configurația punctelor de fugă astfel ca ω și F_{90} reduse să intre în pagină (fig. 11.6.7). Pentru aceasta se împarte segmentul FP în trei părți egale și se duce la o treime o paralelă la adevărata direcție, obținîndu-se punctul $\omega/3$. În $\omega/3$ se fixează unghiul drept și se află F_{90} redus. Se împarte segmentul $P\omega/3$ în trei părți egale și se unește treimea cu $F_{90}/3$. Ducînd din punctul $\omega/3$ o paralelă la această dreaptă, se obține direcția către F_{90} . Au rezultat niște triunghiuri asemenea. Avînd o direcție către F_{90} și linia orizontului se pot trasa oricîte drepte concurente în acest punct.

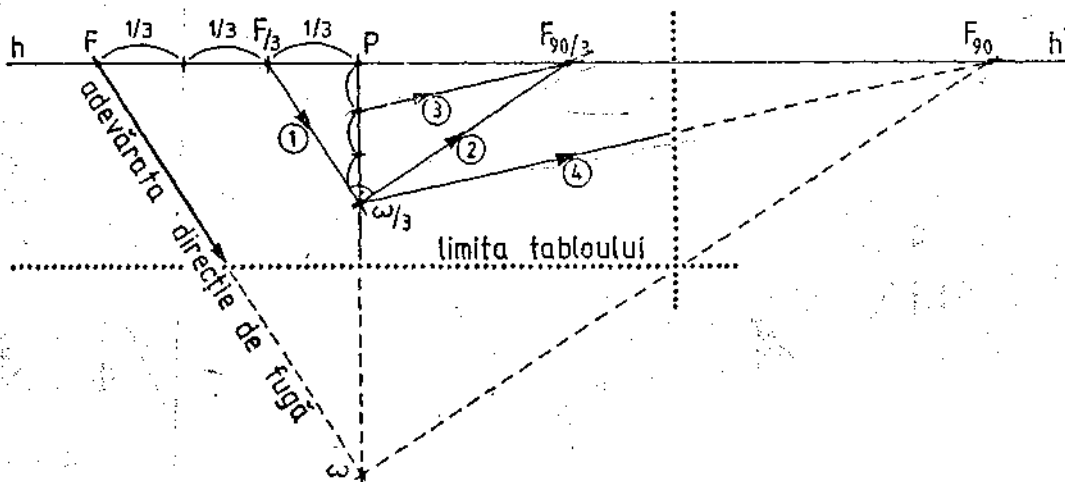


fig. 11.6.7

PĂTRATUL ȘI CUBUL ÎN PERSPECTIVĂ

Ducându-se latura pătratului (ab) în perspectivă și adevărată ei direcție, să se construiască perspectiva pătratului pe planul orizontal. Se alege punctul principal de privire P , astfel ca privirea să fie îndreptată către latura pătratului. Cunoscând una din adevăratele direcții de fugă ale pătratului se poate afla foarte ușor și cealaltă (fig. 11.6.8). Cu ajutorul lui F_{45} se transpune latura pătratului și pe direcția către F . Odată construit pătratul în planul orizontal, se poate construi și perspectiva cubului (fig. 11.6.9). Utilizând punctul F_{45} se construiește mai întâi fața stângă a cubului, apoi cu ajutorul punctelor de fugă F și F_{90} se construiește întregul cub.

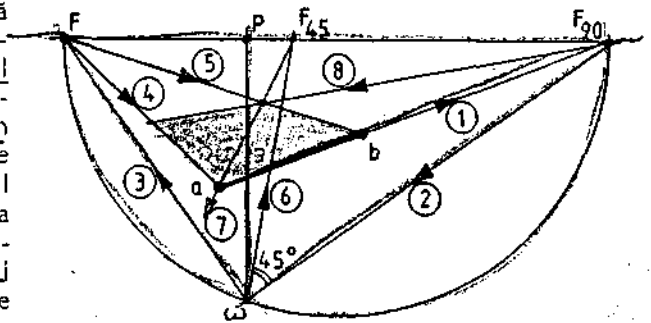


fig. 11.6.8

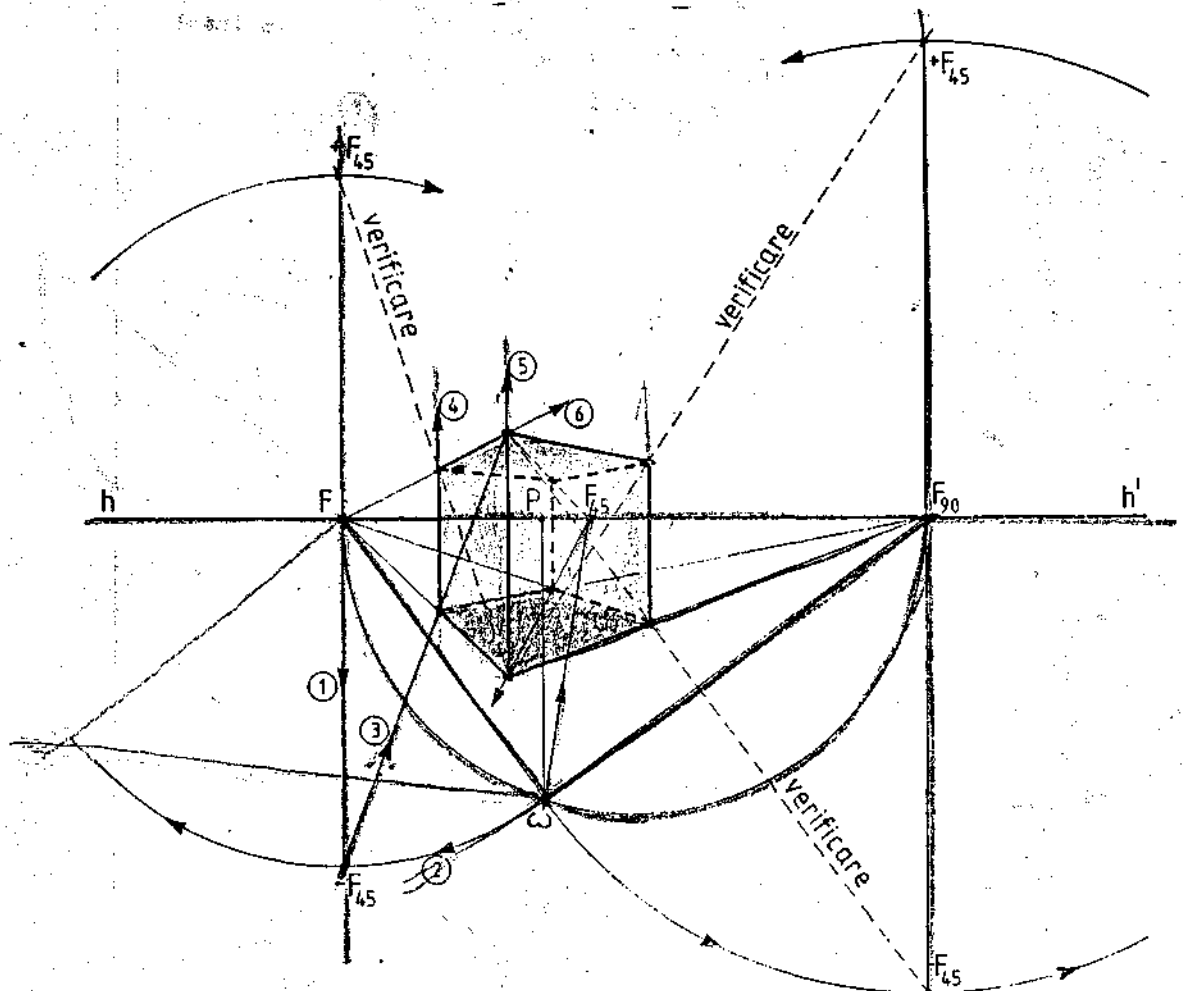


fig. 11.6.9

PUNCTE DE FUGĂ DIAGONALE

Orice direcție între F și F_{90} poate să fie diagonală unui dreptunghi pus în perspectivă și orientat după direcția punctelor de fugă (fig. 11.6.10). Pentru a afla punctul de fugă diagonal trebuie să se deseneze pe cele două direcții raportul laturilor dreptunghiului. Construcția dreptunghiului în perspectivă este asemănătoare cu cea a pătratului, numai că în loc să se folosească F_{45} , se folosește punctul de fugă diagonal $F_{n/m}$. Pornind de la perspectiva unei laturi se determină și cealaltă cu ajutorul lui $F_{n/m}$ (fig. 11.6.11).

UTILIZAREA PUNCTELOR DE FUGĂ DIAGONALE

Punctul de fugă diagonal se poate folosi la construcția unei prisme drepte dreptunghiulare căreia i se cunosc dimensiunile. Fie m și l dimensiunile în plan și n înălțimea acestei prisme. Se vor desena aceste dimensiuni reduse la scară în ω , obținând planul și o față rabătută pe tablou (fig. 11.6.12). Pornind de la o latură aleasă în perspectivă (ab), se construiește mai întâi planul. Pentru a afla înălțimea muchiei, se determină punctul de fugă diagonal $F_{n/m}$ al feței rabătute. Acesta se obține inter-

sectind diagonală acestei fețe rabătute cu perpendiculara pe adevărata direcție în F și aducând punctul de intersecție pe dreapta de fugă a feței verticale din stânga.

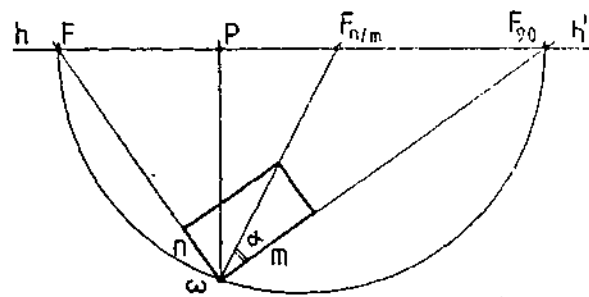


fig. 11.6.10

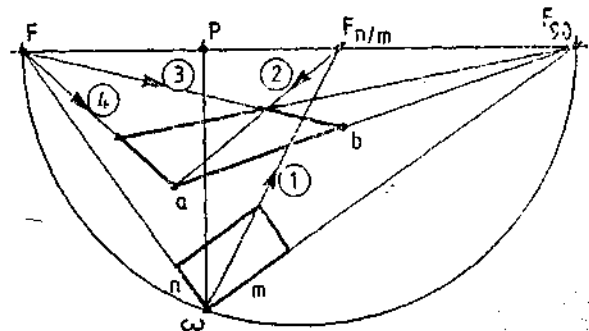


fig. 11.6.11

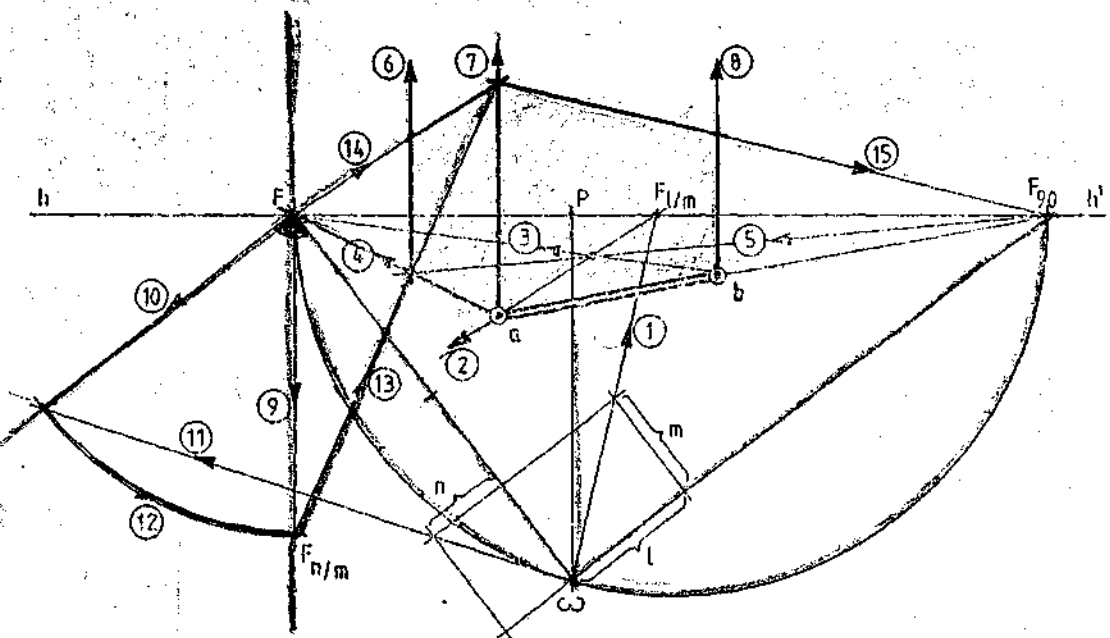


fig. 11.6.12

11. 7. PUNCTUL DE MĂSURĂ

DEFINIREA PUNCTULUI DE MĂSURĂ

Fiecărei direcții în perspectivă îi corespunde pe linia orizontului un punct cu ajutorul căruia se poate măsura pe ea. Acest punct se numește punctul de măsură M al direcției respective. Se pune problema, deci să se construiască în perspectivă un segment ab de o mărime dată, de exemplu, de 15 m (fig. 11.7.1). Pentru a rezolva această problemă metrică trebuie să se cunoască adevărata direcție de fugă a segmentului dat și înălțimea de la care este privit segmentul (de exemplu, $H = 5$ m). Adevărata direcție de fugă exprimă de fapt unghiul sub care este privit segmentul (este unghiul θ pe care îl face în plan segmentul cu tabloul). Înălțimea de la care se privește segmentul da unitatea de măsură $u = 5$ m, cu care se operează în planul frontal ce trece prin punctul de unde a fost măsurată această înălțime H . Se alege dreapta în perspectivă pe care se va determina segmentul și o extremitate a acestui segment, de exemplu punctul a . De asemenea, punctul principal de pri-

vire se alege astfel ca direcția principală de privire să fie îndreptată către segment. Coborând o verticală din P , la intersecția cu adevărata direcție de fugă a segmentului se găsește poziția observatorului ω .

Problema constă în a transpune cei 15 m din poziția frontală (deci în adevărată mărime) în poziția înclinată cu unghiul θ . În plan, această operație grafică se face cu un arc de cerc. În perspectivă trebuie să se ducă o paralelă la coarda subînținsă de arc de cerc din plan. Pentru aceasta trebuie să se afle care este punctul de fugă al acestei coarde. Punctul de fugă căutat se află ducând din ω o paralelă la coarda din plan. Acest punct se notează cu M și se numește punct de măsură. Unind cei 15 m determinați în planul frontal cu punctul de măsură M , se obține punctul b căutat. Punctul de măsură M al unei direcții în perspectivă se află rotind punctul ω în jurul punctului de fugă pînă la linia orizontului. Deci, celor două puncte de fugă F și F_{90} le corespund pe linia orizontului două puncte de măsură M și M_{90} . Aceste puncte de măsură sînt plasate de o parte și de alta a punctului principal de privire P , rezultînd astfel configurația punctelor de fugă și a punctelor de măsură (fig. 11.7.2).

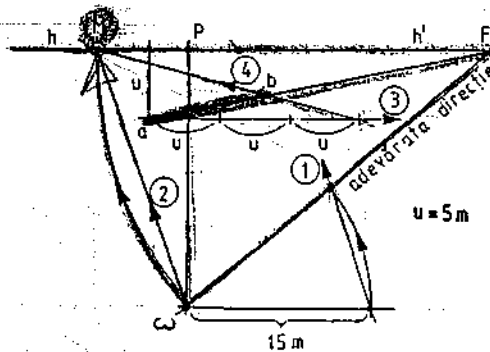


fig. 11.7.1

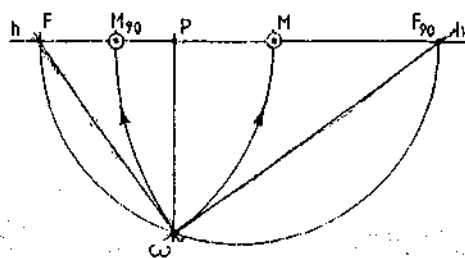


fig. 11.7.2

AFĂRELE LUI M ȘI M_{90} CÎND F_{90} ȘI ω SÎNT INACCESIBILE

Trebuie să se cunoască adevărata direcție de fugă către F și poziția punctului P pe linia orizontului (fig. 11.7.3). Se află punctele de fugă reduse, micșorînd întreaga configurație de un număr de ori, pentru a intra în formatul tabloului. În acest caz reducerea s-a făcut la jumătate. Se află punctele de măsură reduse m și m_{90} și apoi se revine, determinînd punctele M și M_{90} .

CONSTRUCȚIA PERSPECTIVEI CU AJUTORUL PUNCTELOR DE MĂSURĂ

Să se construiască perspectiva unei prisme drepte dreptunghiulare la care se cunosc dimensiunile în plan l și m și înălțimea n , știind că este privită de la înălțimea H (fig. 11.7.4). Se fixează în tabloul de perspectivă muchia cea mai avansată a prismei Aa în stînga lui P . Se va ține seama și de înălțimea orizontului H . Prin această muchie Aa (muchia cea mai avansată către privitor), se ia planul frontal în care apar dimensiunile prismei în adevărată mărime. Unind extremitățile adevăratelor mărimi din planul frontal cu punctele de măsură, se delimitează cele două fețe verticale vizibile ale prismei.

11. 7. PUNCTUL DE MĂSURĂ

DEFINIREA PUNCTULUI DE MĂSURĂ

Fiecărei direcții în perspectivă îi corespunde pe linia orizontului un punct cu ajutorul căruia se poate măsura pe ea. Acest punct se numește punctul de măsură M al direcției respective. Se pune problema deci să se construiască în perspectivă un segment ab de o mărime dată, de exemplu, de 15 m (fig. 11.7.1). Pentru a rezolva această problemă metrică trebuie să se cunoască adevărata direcție de fugă a segmentului dat și înălțimea de la care este privit segmentul (de exemplu, $H = 5$ m). Adevărata direcție de fugă exprimă de fapt unghiul sub care este privit segmentul (este unghiul θ pe care îl face în plan segmentul cu tabloul). Înălțimea de la care se privește segmentul, dacă unitatea de măsură $u = 5$ m, cu care se operează în planul frontal ce trece prin punctul de unde a fost măsurată această înălțime H . Se alege dreapta în perspectivă pe care se va determina segmentul și o extremitate a acestui segment, de exemplu punctul a . De asemenea, punctul principal de pri-

vire se alege astfel ca direcția principală de privire să fie îndreptată către segment. Coborînd o verticală din P , la intersecția cu adevărata direcție de fugă a segmentului se găsește poziția observatorului ω .

Problema constă în a transpune cei 15 m din poziția frontală (deci în adevărată mărime) în poziția înclinată cu unghiul θ . În plan, această operație grafică se face cu un arc de cerc. În perspectivă trebuie să se ducă o paralelă la coarda subîntinsă de arc de cerc din plan. Pentru aceasta trebuie să se afle care este punctul de fugă al acestei coarde. Punctul de fugă căutat se află ducînd din ω o paralelă la coarda din plan. Acest punct se notează cu M și se numește punct de măsură. Unind cei 15 m determinați în planul frontal cu punctul de măsură M , se obține punctul b căutat. Punctul de măsură M al unei direcții în perspectivă se află rotînd punctul ω în jurul punctului de fugă pînă la linia orizontului. Deci, celor două puncte de fugă F și F_{90} le corespund pe linia orizontului două puncte de măsură M și M_{90} . Aceste puncte de măsură sînt plasate de o parte și de alta a punctului principal de privire P , rezultînd astfel configurația punctelor de fugă și a punctelor de măsură (fig. 11.7.2).

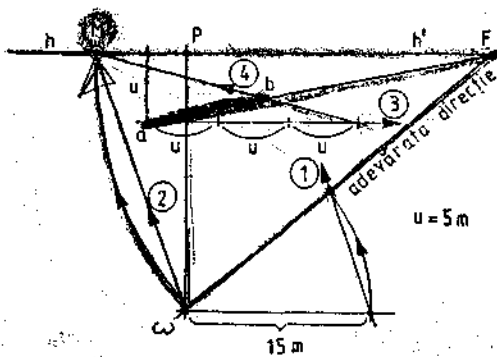


fig. 11.7.1

AFLAREA LUI M ȘI M_{90} CÎND F ȘI ω SÎNT INACCESIBILE

Trebuie să se cunoască adevărata direcție de fugă către F și poziția punctului P pe linia orizontului (fig. 11.7.3). Se află punctele de fugă reduse, micșorînd întreaga configurație de un număr de ori, pentru a intra în formatul tabloului. În acest caz, reducerea s-a făcut la jumătate. Se află punctele de măsură reduse m și m_{90} și apoi se revine, determinînd punctele M și M_{90} .

CONSTRUCȚIA PERSPECTIVEI CU AJUTORUL PUNCTELOR DE MĂSURĂ

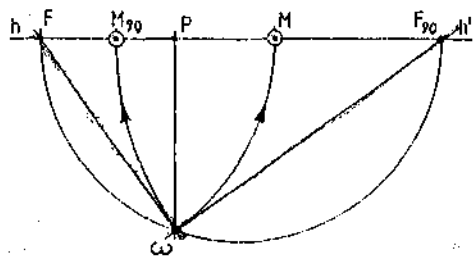


fig. 11.7.2

Să se construiască perspectiva unei prisme drepte dreptunghiulare la care se cunosc dimensiunile în plan l și m și înălțimea n , știind că este privită de la înălțimea H (fig. 11.7.4). Se fixează în tabloul de perspectivă muchia cea mai avansată a prismei Aa în stînga lui P . Se va ține seama și de înălțimea orizontului H . Prin această muchie Aa (muchia cea mai avansată către privitor), se ia planul frontal în care apar dimensiunile prisme în adevărată mărime. Unind extremitățile adevăratelor mărimi din planul frontal cu punctele de măsură, se delimitază cele două fețe verticale vizibile ale prisme.

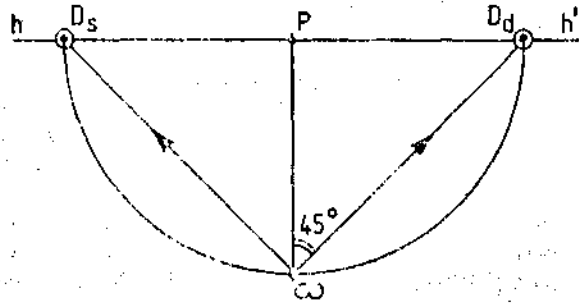


fig. 11.8.2

la P. Punctul principal de privire P este, în perspectiva frontală, punctul de fugă al tuturor dreptelor de capăt. Fijnd punct de măsură și F_{45} , punctul de distanță D este folosit la împărțirea planului orizontal în pătrate egale cu unitatea (fig. 11.8.3). În desenul de perspectivă liberă, distanța lui D față de P se poate lua arbitrar, dar totuși între anumite limite. Dacă D este foarte departe de P, pătratele din planul orizontal rezultă foarte strânse, (fig. 11.8.4, a), iar dacă D este foarte aproape de P aceste pătrate rezultă mult mai deschise, chiar deformate (fig. 11.8.4, b). Păstrînd aceeași dimensiune frontală pe tablou, apropierea sau depărtarea lui D de P dă unghiul sub care se privește (v. subcap.

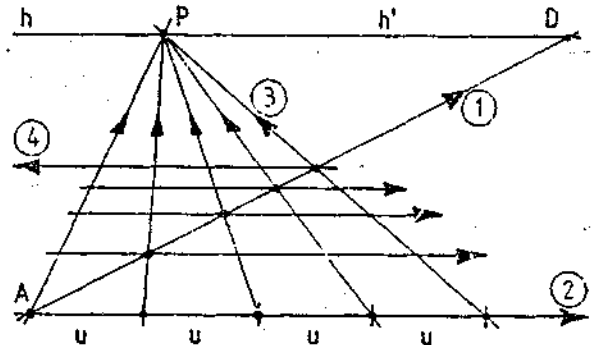


fig. 11.8.3

9.3. Condițiile unei bune perspective). Dintr-un studiu în plan se vede că se poate lua distanța PD egală cu lățimea perspectivei, deoarece această distanță corespunde conului vizual cu unghiul la vîrf de 53° (unde segmentul DP este egal cu diametrul cercului de bază al conului vizual — fig. 11.8.5). La distanțe mai mici apar deformări, iar la distanțe mai mari de P, perspectiva se aplatizează (unghiul vizual se micșorează). Precizări suplimentare vom face la studiul perspectivei frontale. Construcția cubului în perspectiva frontală cu ajutorul punctului de distanță este foarte simplă, deoarece două din fețele sale, fiind frontale, sînt pătrate (fig. 11.8.6). Cînd punctul de distanță

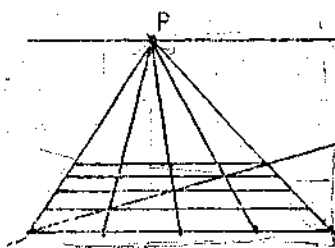


fig. 11.8.4, a

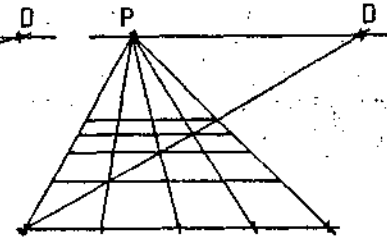


fig. 11.8.4, b

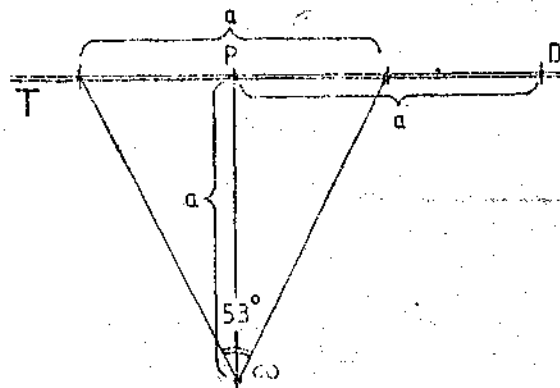


fig. 11.8.5

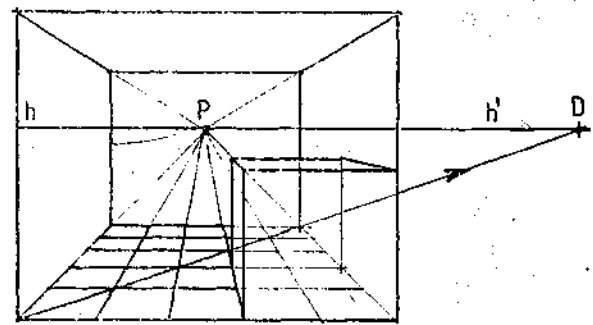


fig. 11.8.6

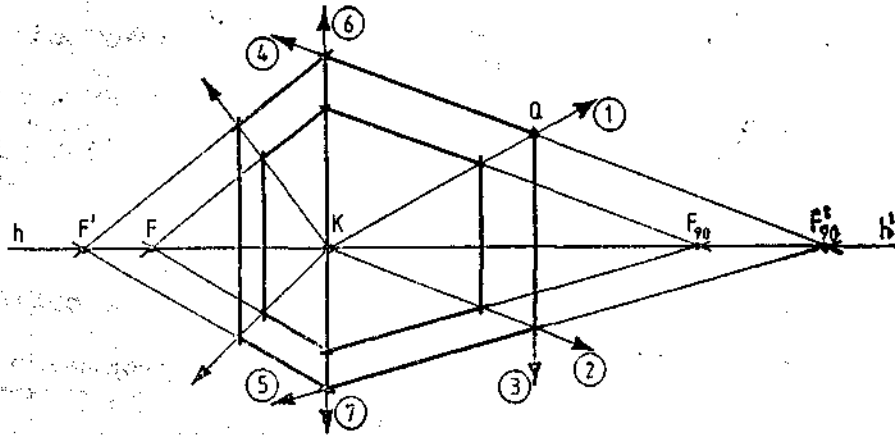


fig. 11.9.2

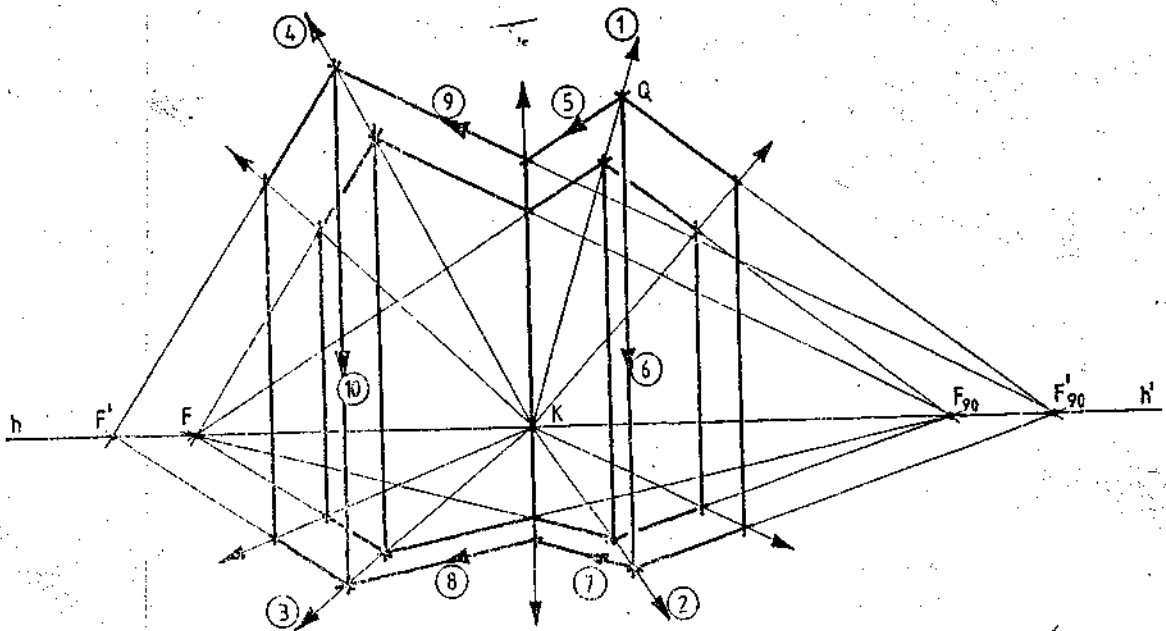


fig. 11.9.3

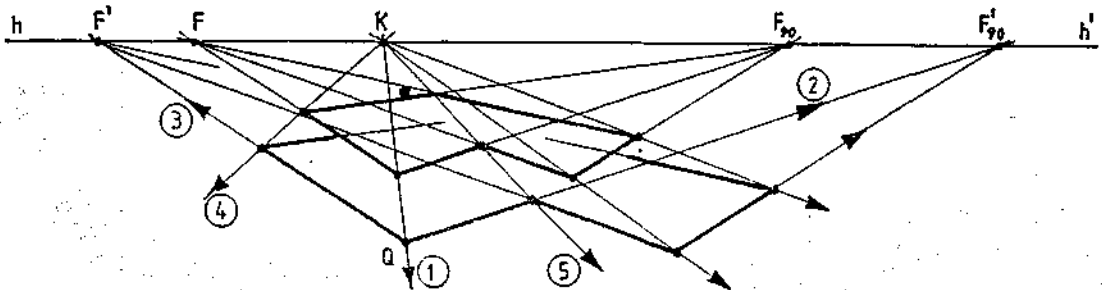


fig. 11.9.4

11.10. CERCUL ȘI SFERA ÎN PERSPECTIVĂ

IMAGINILE PERSPECTIVE ALE CERCULUI

Cercul din spațiu determină cu punctul de vedere Ω un con — conul vizuat. Tabloul joacă rol de plan de secțiune în acest con. Conform teoremei lui Dandelin (studiată în capitolul 6 la con și cilindru), felul curbei de secțiune este dat de poziția planului de secțiune. Cum tabloul este paralel cu planul neutru, se studiază perspectiva cercului în funcție de poziția planului neutru față de cercul din spațiu (fig. 11.10.1). Dacă planul neutru taie cercul din spațiu în:

a) zero puncte — cercul apare tot în câmpul vizual, iar perspectiva lui este elipsă;

b) într-un punct (tangent) — cercul trece prin poziția observatorului și perspectiva lui este parabolă;

c) două puncte — observatorul se găsește în interiorul cercului, iar perspectiva lui este hiperbolă.

În perspectiva de interior din figurile 11.10.2 și 11.10.3 se citesc clar imaginile perspective ale unor cercuri concentrice. Cercurile ce se văd complet dau imagini-elipse, iar cele ce se închid în spatele privitorului, dau imagini-hiperbole. Parabolele nu pot fi determinate decât teoretic, cu ajutorul epurei

de geometrie descriptivă. Perspectiva cercului se realizează înscriind cercul într-un pătrat. După cum pătratul este orientat frontal sau la două puncte de fugă, perspectiva cercului poate să fie frontală sau la două puncte de fugă. Pentru a mări exactitatea desenului, se construiește elipsa prin 8 puncte, ținând seama de relațiile ce există între pătrat și cercul înscris în el; tangența la laturi și raportul dintre diagonala pătratului și raza cercului înscris în el (fig. 11.10.4).

CERCUL ÎN PERSPECTIVA FRONTALĂ

Se construiește mai întâi perspectiva pătratului cu ajutorul punctului de distanță, iar apoi se transpune raza cercului pe diagonala pătratului în perspectivă (fig. 11.10.5). Elipsa va fi tangentă la dreptele AD și BD, aceste drepte fiind paralele cu diagonala pătratului.

CERCUL ÎN PERSPECTIVA LA DOUĂ PUNCTE DE FUGĂ

Problema este de a transpune raza cercului pe diagonala pătratului. Aceasta se rezolvă cu ajutorul lui F_{45} (fig. 11.10.6).

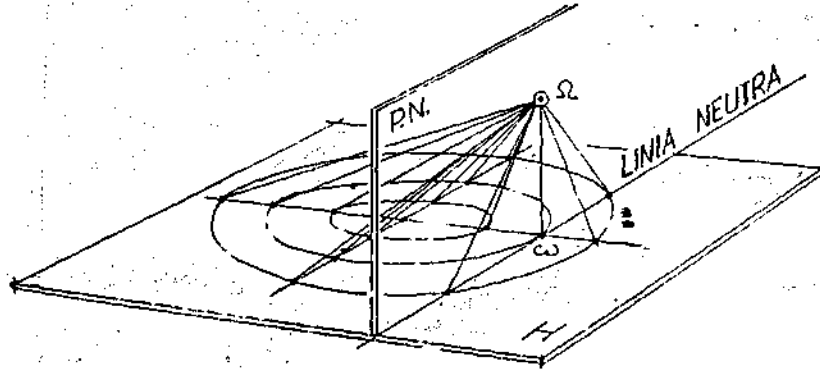


fig. 11.10.1.

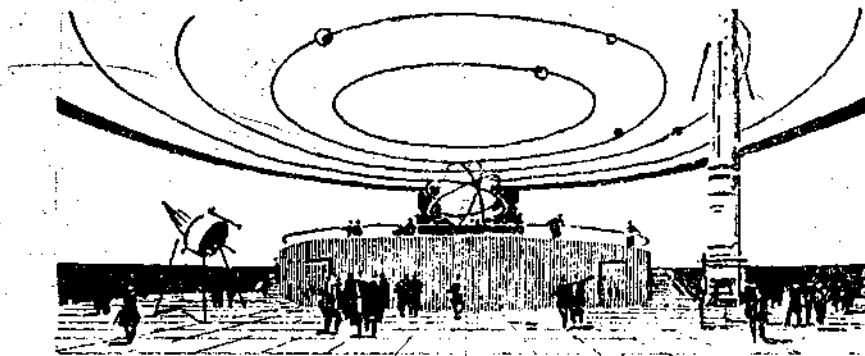


fig. 11.10.2

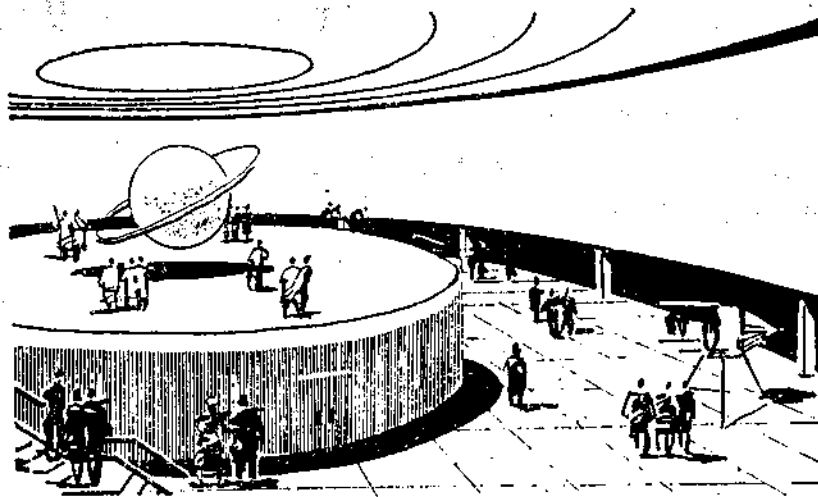


fig. 11.10.3

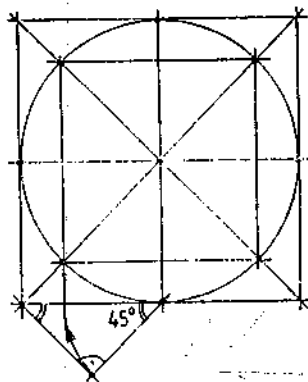


fig. 11.10.4

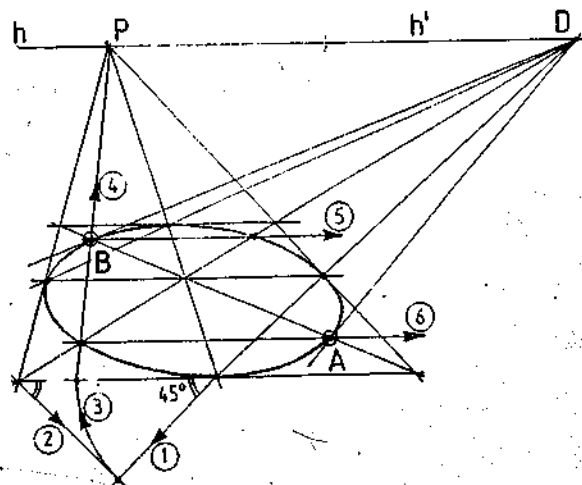


fig. 11.10.5

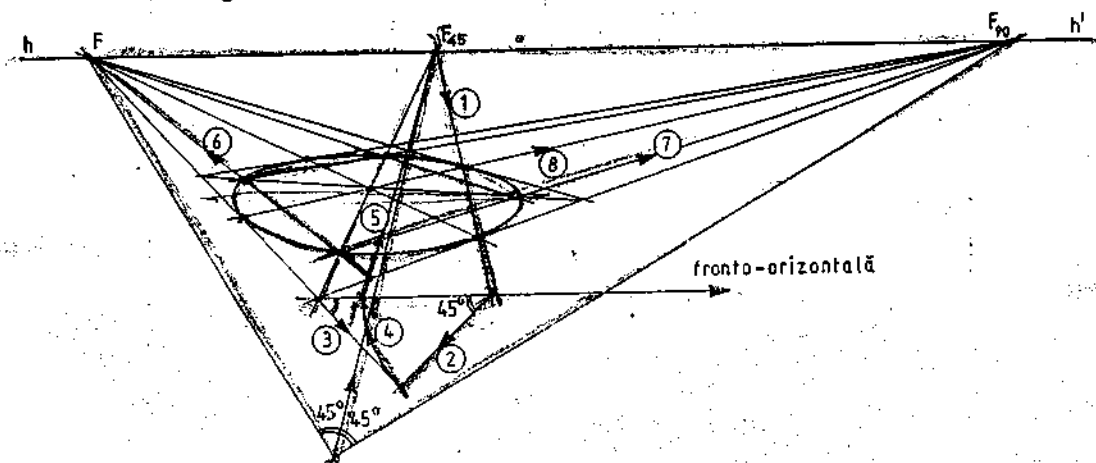


fig. 11.10.6

Se observă că cele două curbe rezultate în ambele perspective sînt puțin diferite de elipsele percepute de ochiul observatorului. Elipsa în perspectivă prezintă o oarecare asimetrie, iar această asimetrie este cu atît mai mare, cu cît elipsa este plasată mai la periferia unghiului optim vizual. Numai cercurile privite în centru dau perspective elipse simetrice față de axa lor verticală. În perspectiva de observație, datorită mobilității ochilor, nu se percepe această asimetrie. Ochii țintesc totdeauna centrul cercurilor aflate în cîmpul vizual. Desenul perspectiv fiind fix prezintă acest efect excesiv, efect ce nu este perceput în realitate. Cu puțină abilitate se poate corecta această deformare supărătoare. Efectul apare și mai evident în cazul perspectivei unor cilindri așezați frontal (fig. 11.10.7). Cilindrul din stînga are un contur aparent evident mai mare, deși este mai departe de punctul principal de privire. În realitate cei doi cilindri sînt egali, fiind situați și în același plan frontal. În cazul unghiului optim vizual, această diferență este practic neglijabilă. Dacă perspectiva este extinsă și pe verticală, planurile cercurilor de la partea superioară a cilindrilor par a nu fi orizontale. Și această deformare poate fi corectată în perspectivă (fig. 11.10.8).

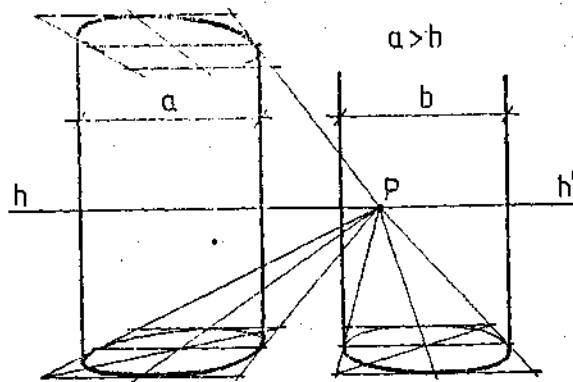


fig. 11.10.7

PERSPECTIVA SFEREI

Dacă direcția principală de privire trece prin centrul sferei, tabloul T este paralel cu planul cercului de contur al sferei, iar perspectiva ei este un

cerc (fig. 11.10.9). Teorema lui Dandelin se aplică și la perspectiva sferei, astfel sfera apare elipsă, cînd direcția principală de privire nu trece prin centrul ei (fig. 11.10.10). Extremitățile diametrului perpendicular pe tablou dau focarele elipsei F_1 și F_2 . Datorită mobilității ochilor, observatorul vede sfera totdeauna un cerc, ochii vizînd mereu centrul sferei, într-o perspectivă în care apar, de exemplu, două sfere, perspectivele lor vor fi niste elipse, deoarece direcția principală de privire nu poate să vizeze în același timp centrele ambelor sfere. Unghiul vizual fiind foarte îngust, perspectiva sferei apare practic ca fiind foarte aproape de un cerc; deci, nu se va greși niciodată dacă se va desena perspectiva unei sfere, care apare în întregime în cîmpul vizual, ca fiind un cerc. Dacă planul neutru este tangent la sferă, perspectiva ei este o parabolă. Această situație se întîlnește cînd observatorul desenează o calotă sferică

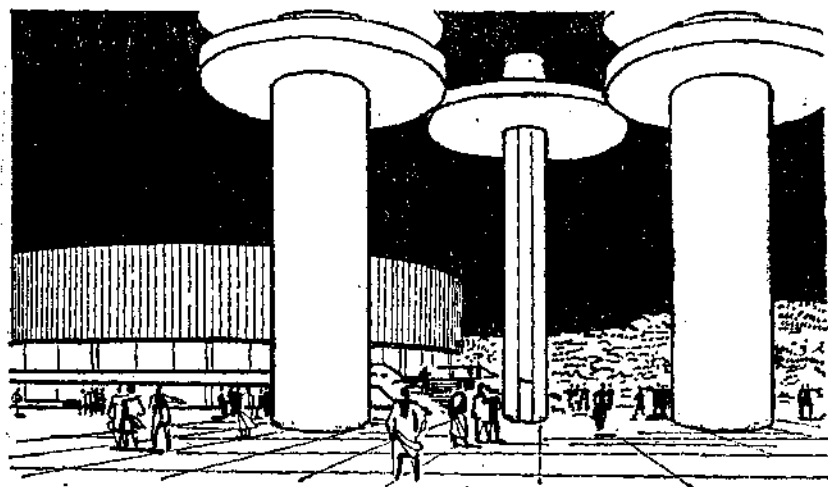


fig. 11.10.8

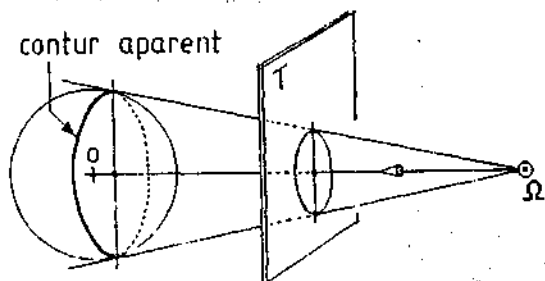


fig. 11.10.9

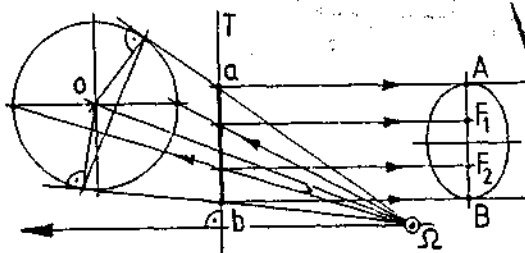


fig. 11.10.10

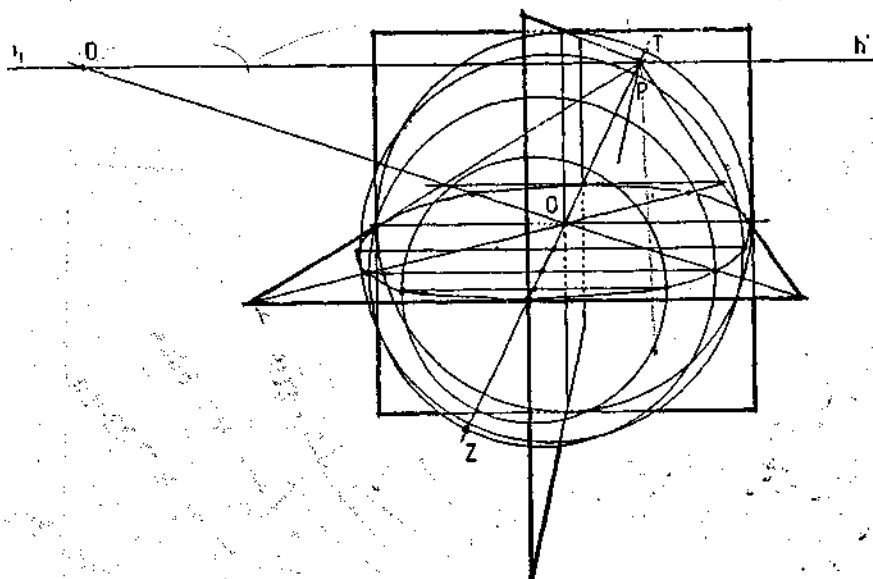


fig. 11.10.11

și se găsește pe sfera imaginară ce cuprinde această calotă sau când pur și simplu se găsește pe o cupolă sferică și desenează perspectiva mărginită de această cupolă.

Când planul neutru taie sfera, perspectiva ei este hiperbolă. Acesta este cazul perspectivei de interior a sferei.

Să se construiască sfera într-o perspectivă frontală cu ajutorul punctului de distanță (fig. 11.10.11).

Mai întâi se pune în evidență cercul ecuator, apoi se construiesc cercurile frontale cu centrul pe dreapta de capăt OP. Perspectiva sferei este înfășurătoarea acestor cercuri frontale și este o elipsă cu axa mare ZT pe dreapta de capăt OP.

PERSPECTIVA DE INTERIOR A SFEREI

Văzută din interior sfera nu prezintă un contur aparent, deci ea nu are o perspectivă limitată. Perspectiva de interior a sferei este totuși posibilă

punind în evidență cercurile ei paralele și meridiene. Pentru aceasta trebuie să facem un studiu în dublă proiecție ortogonală (fig. 11.10.12). A. Gheorghiu ne prezintă un astfel de studiu în tratatul său de perspectivă (1963). Se ia în dublă proiecție ortogonală planul și secțiunea unei bolți semisferice de centru (s, s') , care stă pe un cilindru vertical de înălțime l și punctul de vedere (ω, ω') de cotă H . Pentru simplificarea studiului se ia tabloul în axa bolții.

In plan se citește natura perspectivelor meridianelor. Meridianele ce trec prin punctele de intersecție r și t (ale planului neutru cu cercul de bază al semisferei) dau imagini parabolice, fiind tangente la planul neutru. Meridianele parabolice împart totalitatea meridianelor semisferei în două categorii:

-- meridiene hiperbolice, cele cuprinse în unghiurile r, st , și rst ;

-- meridiene eliptice, cele cuprinse în unghiurile rst , și tsr .

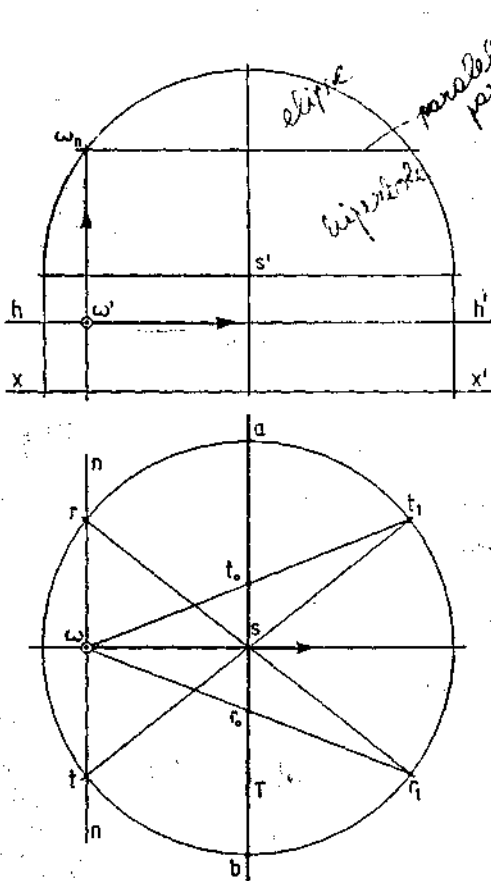


fig. 11.10.12

În secțiune, se citește natura cercurilor paralele. Paralelul ce trece prin ω' este în perspectivă o parabolă. Sub paralelul parabolic este zona paralelilor hiperbolici, iar peste acesta zona paralelilor eliptici.

Se construiește perspectiva de interior a sferei (fig. 11.10.13). Se desenează meridianul frontal al sferei a cărei perspectivă este el însuși (AVB). Pentru a pune în evidență câteva cercuri paralele, se împarte acest meridian frontal în arce egale prin punctele 1, 2, 3, 4. Prin aceste puncte vor trece ramurile curbelor ce reprezintă perspectiva cercurilor paralele. Virfurile acestor curbe se obțin unind punctele 1, 2, 3, 4 cu Ω_0 , răbătut pe linia orizontului. Acestea sînt de fapt raze vizuale, care intersectînd axa boltii dau punctele 1*, 2*, 3*, 4* — virfurile paralelilor în perspectivă. Punctele X și Y, prin care trece paralelul parabolic, au aceeași cotă cu cercul paralel din secțiune. Perspectivele meridianilor parabolici se obțin din planul dublei proiecții, unde r' și t' sînt proiecțiile pe tablou ale lui r_1 și t_1 , iar r_0 și t_0 sînt intersecțiile razelor vizuale cu tabloul. Se observă că perspectiva de interior a sferei, limitată de meridianul frontal, prezintă efecte excesive. Pentru obține o imagine corectă, se limitează tabloul perspectiv în jurul lui P, ținînd seama de condițiile unei bune perspective.

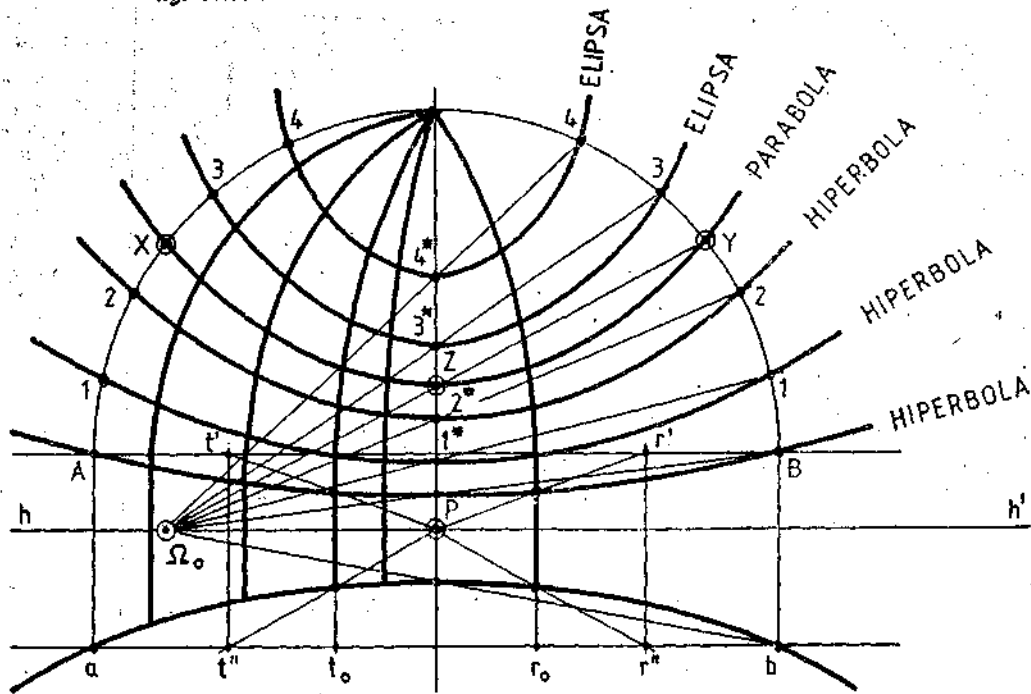


fig. 11.10.13

12.

CONSTRUCȚIA PERSPECTIVEI DE ARHITECTURĂ

12.1. METODE UZUALE DE CONSTRUCȚIE A PERSPECTIVEI

Pentru a construi perspectiva unui volum sau ansamblu de volume de arhitectură, trebuie să se încadreze acest volum sau ansamblu de volume într-un volum mai simplu, uzual într-o prismă dreaptă dreptunghiulară. Dacă se pune această prismă în perspectivă (prin metodele arătate), nu rămâne decât să fie mobilată cu obiectele pe care le conține, folosindu-se metodele perspectivei libere (diviziuni perspective și puncte de măsură). O prismă dreaptă dreptunghiulară se poate pune în perspectivă, astfel:

a) *metoda mixtă*, în care paralelipipedul dreptunghic se construiește prin metodele perspectivei dependente, iar detaliile se finisează cu ajutorul perspectivei libere;

b) *perspectiva liberă folosind punctele de măsură*, care este cea mai indicată, deoarece îmbină elasticitatea perspectivei libere (se operează unele schimbări de unghiuri direct în tablou) cu precizia perspectivei dependente (deoarece în prealabil se face un studiu de alegere a punctului de vedere, din care rezultă punctul principal de privire P și adevărata direcție de fugă către punctul de fugă accesibil);

c) *perspectiva liberă — pornind de la elemente fixate direct în tablou*, după care se determină celelalte elemente ale sistemului perspectiv, necesare construcției riguroase a perspectivei.

Ultimele două metode se dovedesc cele mai utile în construcția perspectivei de arhitectură, de aceea le vom aprofunda în studiul nostru. Metoda a treia se recomandă a fi folosită numai după o practică îndelungată de construcție a perspectivei. Metoda perspectivei libere, ce utilizează punctele de măsură, este mai completă și poate fi abordată încă de la începutul studiului perspectivei. Etapele de construcție a acestei perspective sînt:

— studiul privind alegerea punctului de vedere; această etapă este valabilă și la metodele mixte de construcție a perspectivei;

— transpunerea pe tablou a datelor obținute (punctul principal de privire P , punctul de fugă F accesibil, adevărata direcție de fugă către F accesibil);

— aflarea direcției către celălalt punct de fugă și a punctelor de măsură, prin metoda punctelor de fugă reduse (dacă este cazul);

— construcția paralelipipedului dreptunghic și analizarea acestuia din punct de vedere estetic;

— mobilarea acestui paralelipiped cu obiectele și detaliile de arhitectură, folosind diviziunile perspective și punctele de măsură; pentru ușurință se construiește grătarul perspectiv al planului paralelipipedului dreptunghic;

— trasarea umbrelor proprii și purtate;

— ambietarea perspectivei cu elemente care să o apropie cît mai mult de viziunea realului (oameni, mașini, elemente de arhitectură de dimensiuni cunoscută, elemente de vegetație și relief care să mărginească și să închidă perspectiva etc.).

12.2. ALEGEREA PUNCTULUI DE VEDERE

Pentru ca perspectiva unui volum de arhitectură să redea imaginea realității, trebuie ca ea să corespundă cît mai mult imagini pe care o realizează ochiul, atunci cînd se privește volumul considerat. Deci, pentru o bună perspectivă nu este suficientă o construcție geometrică corectă, ci trebuie respectate condițiile fiziologice ale mecanismului vederii umane. Aceste cerințe au fost formulate în cadrul definirii condițiilor obținerii unei bune perspective, dar nici acestea nu sînt suficiente. La fel ca în toate artele ce folosesc imaginea (fotografie, cinematografie, televiziune), succesul unei

perspective este în funcție de amplasarea punctului de vedere în raport cu obiectul. Această operație comportă două aspecte: un aspect este legat de poziția punctului de vedere în jurul obiectului, iar altul este legat de distanța punctului de vedere față de obiect; primul determină niște zone de vizibilitate în jurul obiectului, al doilea determină unghiul optim sub care este privit obiectul.

ZONE DE VIZIBILITATE

În jurul unei prisme drepte dreptunghiulare rezultă 8 zone de vizibilitate, limitate de prelungirile laturilor dreptunghiului de bază și caracterizate prin diverse contururi aparente în perspectivă. Sînt deci 4 zone frontale (hașurate) și 4 zone unghiulare sau de colț (fig. 12.2.1). Alegerea punctului de vedere într-o zonă frontală de vizibilitate se folosește la perspectivele de interior sau la perspectivele unor ansambluri de volume de arhitectură dispuse în compoziții concave.

Din zonele unghiulare de vizibilitate rezultă perspectivele de colț sau la două puncte de fugă. La perspectivele de colț, poziționarea punctului de vedere în plan mai este condiționată de factorii prezentați în continuare.

a) Se va evita alegerea punctului de vedere pe bisectoarea unghiului de 90° și într-o zonă apropiată ei (fig. 12.2.2). Dacă obiectul de arhitectură nu este compus în plan după această linie la 45° , perspectivele lui de pe bisectoare și din imediata ei apropiere sînt dezagreabile (fig. 12.2.3). Perspectivele făcute de pe bisectoarea unghiului fețelor a muchiilor, care pleacă din vîrfurile A, egal înclinată față de fronto-orizontala care trece prin A (deși fețele sînt inegale, ele „fug” sub același unghi). Pentru compozițiile simetrice față de bisectoarea la 45° acest aspect nu mai supără, deoarece fețele sînt egale și „fug” la fel (fig. 12.2.4).

b) Se va evita alegerea punctului de vedere pe una din prelungirile laturilor și într-o zonă din imediata ei apropiere. Rezultă perspective inexpresive, foarte apropiate de perspectivele frontale și care nu dau o imagine completă despre obiectul reprezentat în perspectivă (fig. 12.2.5).

c) Alegerea uneia sau alteia din cele două zone rămase, pentru amplasarea punctului de vedere, se face în funcție de scopul urmărit, de a pune în valoare una sau alta din fețele obiectului (v. fig. 12.2.2). Se va ține seama de faptul că perspectiva de arhitectură trebuie să creeze o imagine corectă despre obiectul proiectat. Numai perspectiva din zona B creează această imagine corectă a obiectu-

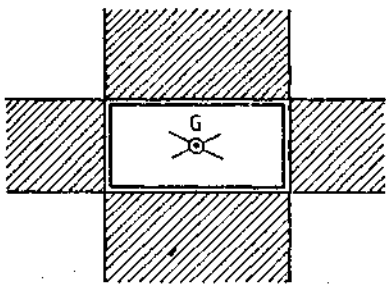


fig. 12.2.1

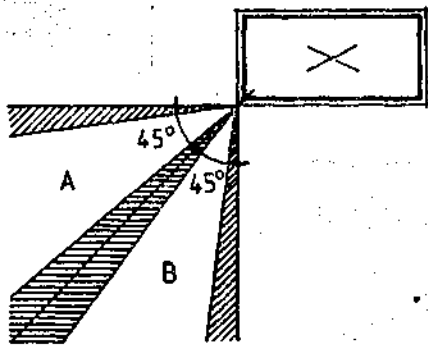


fig. 12.2.2

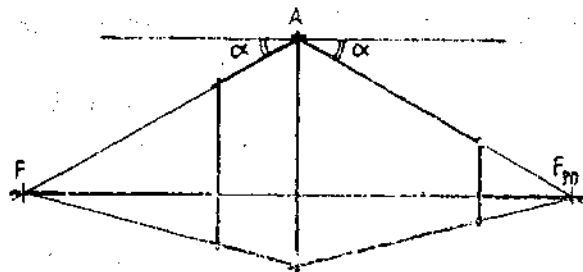


fig. 12.2.3

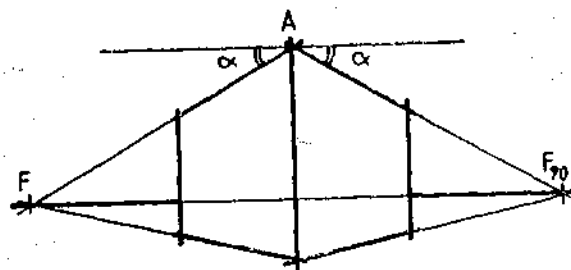


fig. 12.2.4

lui, adică în perspectivă va apărea fațada lungă mai mare decât fațada scurtă (fig. 12.2.6). Din zona A nu se poate aprecia corect forma obiectului (fig. 12.2.7).

Necesitățile compoziționale pot să dicteze alegerea punctului de vedere, dar și un punct de vedere impus poate să dicteze o anumită compoziție de arhitectură, deci acest aspect al punctului de vedere poate și trebuie să intervină în însăși proiectarea obiectului de arhitectură.

DISTANȚA PUNCTULUI DE VEDERE FAȚĂ DE OBIECT

Această distanță determină unghiul sub care se vede obiectul respectiv (fig. 12.2.8). Pentru fiecare poziție a punctului de vedere rezultă câte o imagine perspectivă a obiectului vizat (fig. 12.2.9). Se observă că, la apropierea de obiect, unghiul vizual sub care este privit obiectul se mărește, iar imaginea lui perspectivă se schimbă. La unghiuri foarte mici, imaginea obiectului este plată. Unghiul de fugă al muchiilor se accentuează odată cu creșterea unghiului vizual, ajungând în final să se obțină o perspectivă deformată. Dar în perspectivă obținută în poziția 4 se observă că apare și imaginea prismei din poziția 1. Aceasta este imaginea unei prismе identice cu prismă dată, dar situată la o distanță de aceasta, imagine ce poate să fie văzută sub același unghi ca în poziția 1. De aici, se

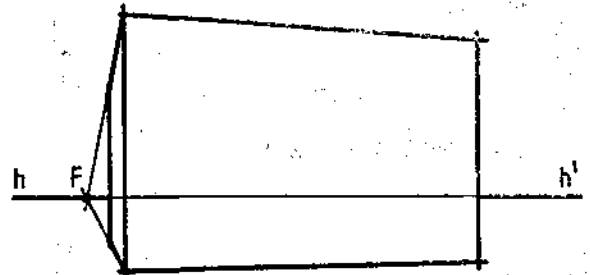


fig. 12.2.5

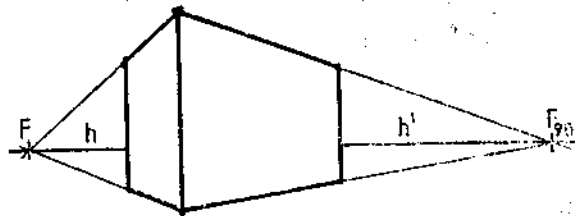


fig. 12.2.6

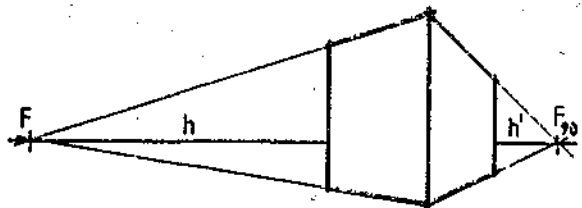


fig. 12.2.7

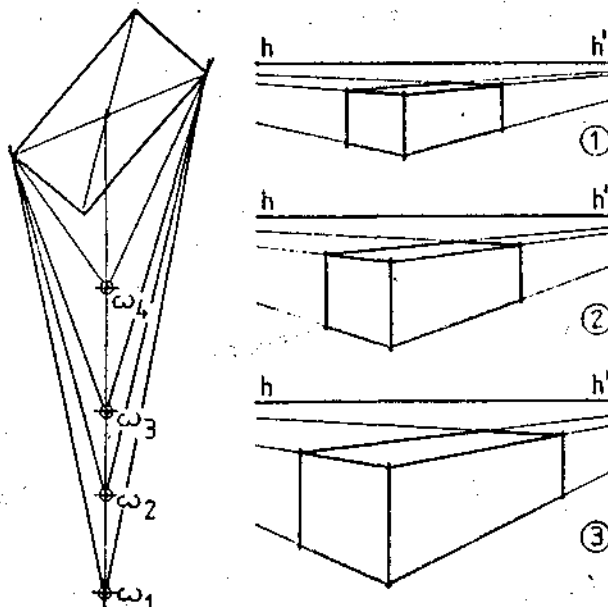


fig. 12.2.8

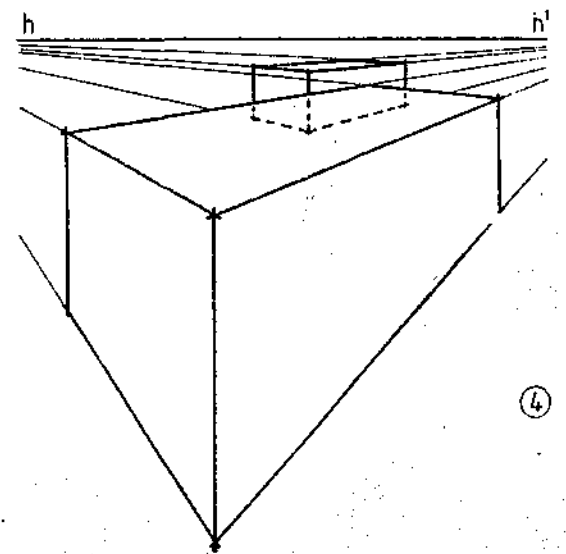


fig. 12.2.9

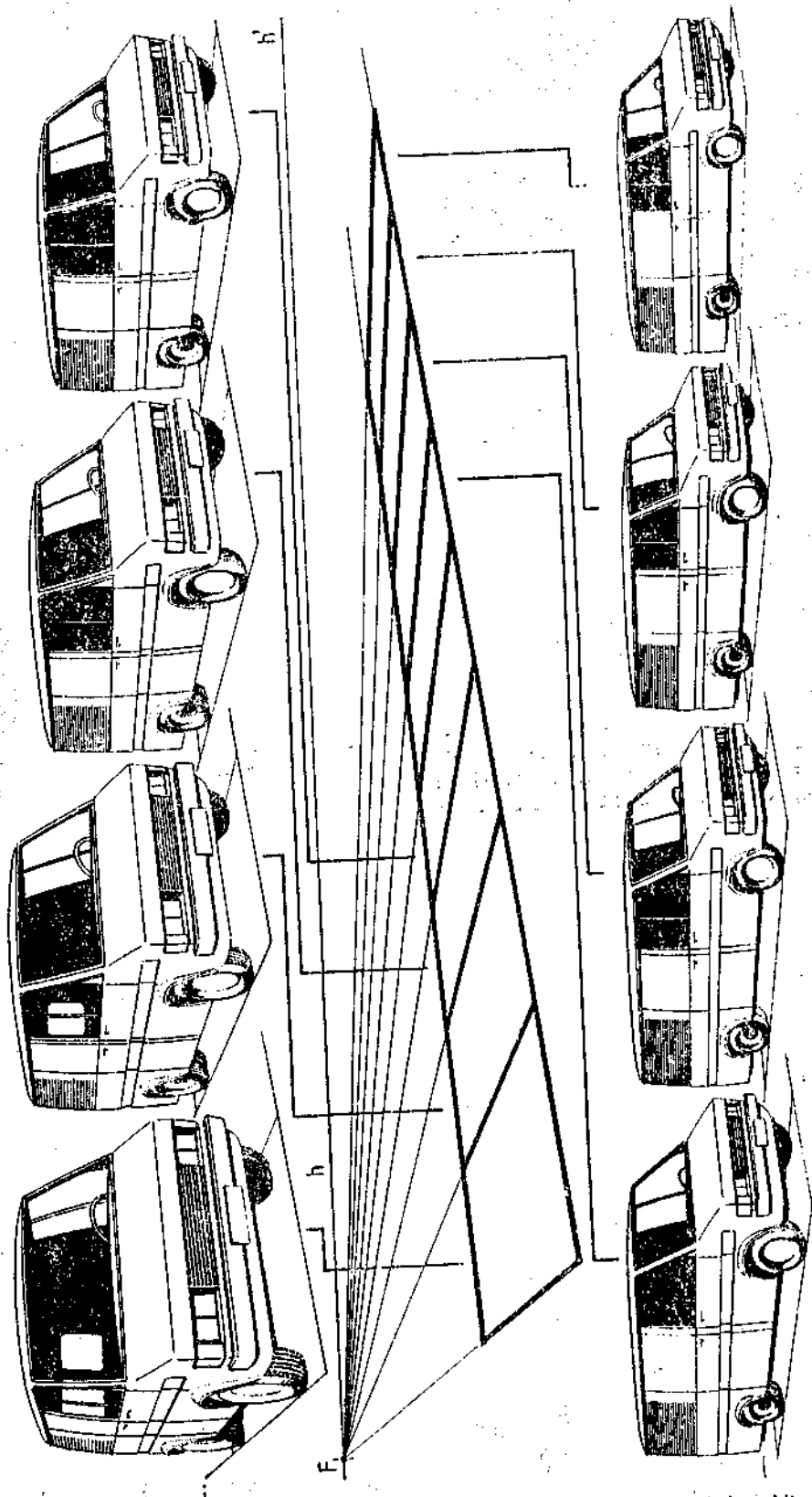


fig. 12.2.10

deduce că perspectiva din poziția 4 nu este deformată în totalitate, ci numai ceea ce iese din unghiul optim vizual. Dacă se acoperă partea de jos a acestui desen perspectiv, se obține o imagine nedeformată; deci, în perspectiva la două puncte de fugă, supără unghiurile apropiate de 90° . Imaginea aceluiași obiect suferă modificări și în funcție de locul pe care îl ocupă obiectul în tabloul de perspectivă (fig. 12.2.10). Se observă că, spre marginile tabloului perspectiv, imaginea automobilului capătă efecte excesive.

Distanța punctului de vedere față de obiect este dictată de unghiul optim vizual stabilit (v. subcap. 9.2 și 9.3) de 37° pe orizontală și 28° pe verticală. Dacă obiectul sau ansamblul de obiecte este dezvoltat mai mult în plan orizontal, iar perspectiva se face la nivelul ochilor, distanța punctului de vedere este dictată de unghiul optim perspectiv de 37° în plan orizontal (fig. 12.2.11). Dacă se construiește o perspectivă a unui bloc-turn, distanța punctului de vedere față de obiect este dictată de un-

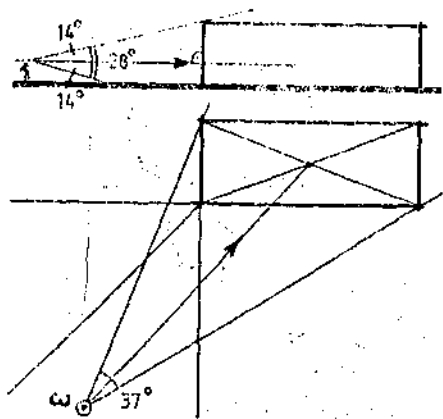


fig. 12.2.11

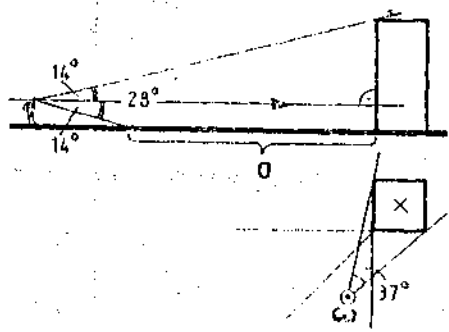


fig. 12.2.12

ghiul vertical de 28° . Unghiul de 28° pe verticală se alege astfel ca direcția principală de privire să fie orizontală (cazul perspectivei pe tabloul vertical). Rezultă că se iau 14° deasupra și 14° sub linia orizontului. Din figura 12.2.12 reiese că în perspectivă va apărea în fața obiectului de arhitectură și o porțiune de teren egală cu segmentul a. La perspectivele cu linia de orizont situată deasupra ansamblului de arhitectură trebuie să se compare dezvoltarea pe verticală a ansamblului cu înălțimea de la care este privit ansamblul. În funcție de această comparație se alege unghiul care dictează distanța punctului de vedere față de obiect. De fapt, când un obiect este privit de la înălțime, cu direcția principală de privire orizontală, observatorul trebuie să se depărteze foarte mult de el, pentru ca acesta să intre în unghiul optim vizual. Este cazul blocului-turn la care lipsește partea de deasupra (fig. 12.2.13). Linia de orizont face parte integrantă din perspectivă și ea trebuie să apară materializată într-un fel în tablou.

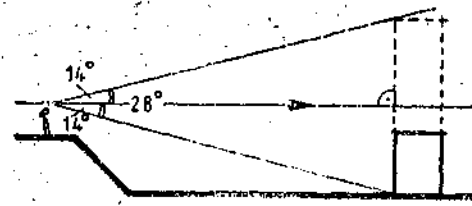


fig. 12.2.13

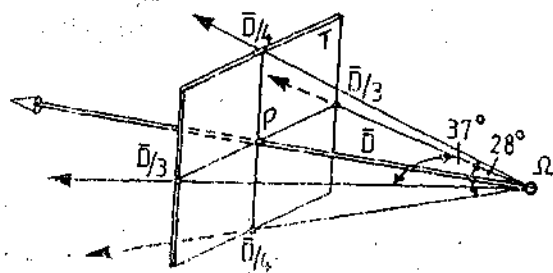


fig. 12.2.14

se ia $D/3$ (unde D este distanța de la Ω la P), iar pe verticală, $D/4$ în sus și în jos. Din cele arătate se constată că numai perspectiva frontală centrală este perfect simetrică în jurul lui P . Toate celelalte tipuri de perspectivă prezintă o oarecare asimetrie față de P , de aceea toate aceste perspective trebuie completate cu elemente de anturaj, pentru a se obține un tablou perspectiv cit mai aproape de realitate. Alegînd direcția principală de privire către centrul geometric al obiectului, completările ulterioare vor fi mici, fără să concureze obiectul pus în perspectivă.

Cînd ne rotim în jurul unui obiect privim obiectul sub același unghi. Locul geometric de unde un segment de dreaptă AB se vede sub același unghi este arcul de cerc capabil de unghiul dat. Construcția lui este arătată în figura 12.2.15. În practică nu se folosește această construcție grafică, deoarece unghiurile stabilite de 37° pe orizontală și 28° pe verticală nu sînt fixe. În exemplele ce urmează aceste unghiuri vor fi modificate, în funcție de tipul perspectivei, de compoziția ansamblului sau de efectul dorit a se obține în perspectivă.

În locul construcției grafice arătată în figura 12.2.15, pentru aflarea punctului de vedere se poate folosi o metodă mai practică. Se încadrează obiectul între laturile echerelor de 30° și 45° , ca în figura 12.2.16. La mijlocul distanței se află punctul de vedere căutat. În figura 12.2.16 se observă că direcția principală de privire, îndreptată în centrul geometric al dreptunghiului, nu este bisectoarea unghiului sub care se privește obiectul. Coincidența dintre bisectoarea unghiului și direcția principală de privire se realizează numai dacă tabloul este paralel cu diagonala dreptunghiului. În practică, lucrurile nu se petrec astfel și rezultă o perspectivă asimetrică față de P pe linia orizontului (fig. 12.2.17). Această asimetrie este însă foarte mică și nu deranjează, în plus simetria poate fi restabilită cu elemente de anturaj sau alte obiecte situate în prim plan. Prin această metodă se construiește perspectiva la un unghi ceva mai mare (v. fig. 12.2.16). Dacă, după ce se află unghiul, se reconstruiește bisectoarea și se consideră aceasta direcția principală de privire, se obține o perspectivă simetrică față de P și la unghiul dorit, dar nu se mai privește în centrul geometric al obiectului. Cum obiectele și ansamblurile de obiecte sînt în general asimetrice, nu este obligatoriu ca direcția principală de privire să treacă exact prin centrul geometric al dreptunghiului, ce îmbracă în plan aceste obiecte. Această direcție poate trece și prin imediata lui apropiere; deci, oricare din cele două metode poate fi folosită, dar prima se dovedește mai practică.

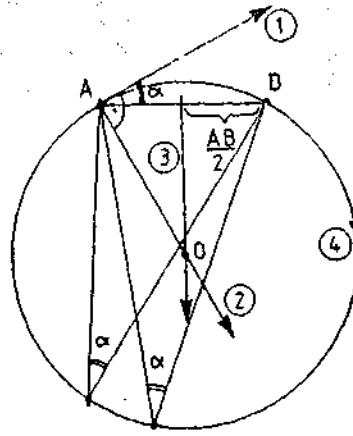


fig. 12.2.15

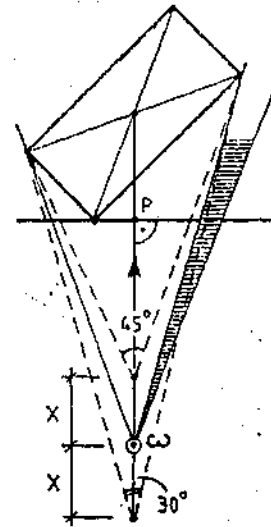


fig. 12.2.16

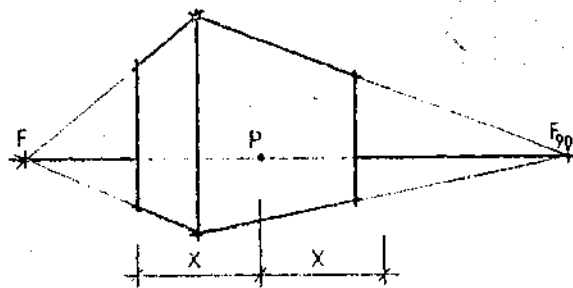


fig. 12.2.17

12.3. EXEMPLU PRACTIC DE ALEGERE A PUNCTULUI DE VEDERE

Să se construiască diferite tipuri de perspectivă ale ansamblului de arhitectură prezentat în figura 12.3.1. Pentru a simplifica problema, ansamblul a fost modulat atât pe orizontală, cât și pe verticală, modulul fiind de 6 m, iar volumul cel mai înalt se consideră de 20 de niveluri.

Studiul pentru alegerea punctului de vedere se poate efectua direct pe planurile de arhitectură, dacă acestea au dimensiuni convenabile, dar mai ușor se face pe prisma dreaptă dreptunghiulară ce îmbracă întregul ansamblu. Locul de unde se privește ansamblul se alege în funcție de următoarele aspecte:

- vederea principală poate să dicteze acest loc;
- volumele să nu se acopere unele pe altele;
- din considerente estetice;
- punct de vedere impus.

Se desenează patru schițe la mână liberă, din cele patru direcții distincte, și se compară între ele (fig. 12.3.2, a, b, c și d). Această etapă de studiu nu este obligatorie, problema putându-se rezolva și dintr-o simplă privire a planului de arhitectură. Se alege poziția (c) și se trece la găsirea locului precis al punctului de vedere. Fixarea punctului de vedere ω se poate face cu echerul de 30° și cel de 45° , cuprinzând între laturile lor punctele extreme ale obiectului. La jumătatea distanței dintre virfurile lor se găsește unghiul de 37° . O perspectivă făcută la un unghi de 37° este destul de plăcută. Pentru a-i da mai mult dinamism putem să ne apro-

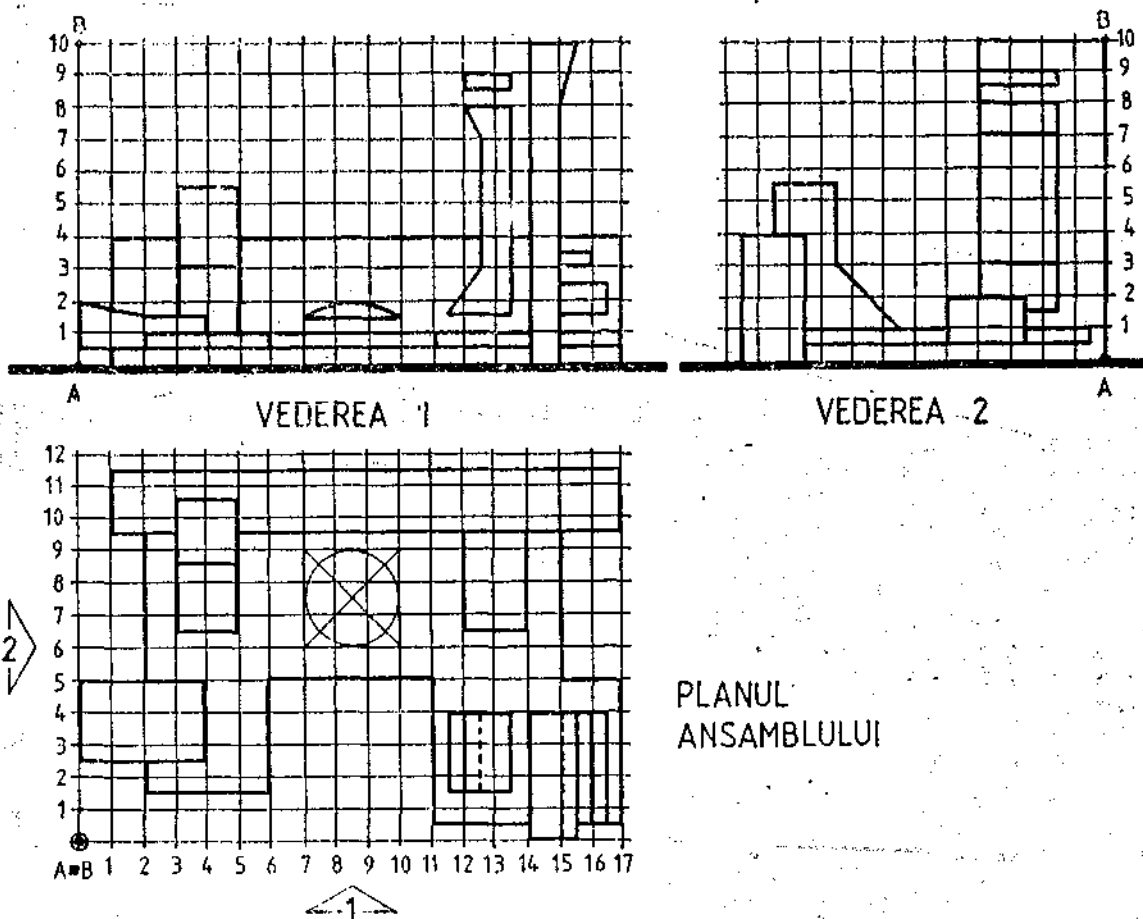


fig. 12.3.1

piem de obiect pînă la un unghi de $40^\circ \dots 45^\circ$. Exemplul ales permite acest lucru, deoarece zona din jurul muchiei AB nu este mobilată, iar în apropierea ei se găsesc numai volume joase. Apropiindu-ne, nu există pericolul să se depășească mult unghiul optim pe verticală. În același timp se va evita bisectoarea fețelor paralelipipedului anvelopant și suprapunerea muchiilor importante ale volumelor, ducînd raze vizuale din punctul de vedere (în plan). De asemenea se va avea grijă ca, și în perspectivă, fațada lungă să apară mai mare decît cea scurtă, pentru a nu altera cu nimic viziunea perspectivă a ansamblului.

Odată fixat punctul de vedere ω , se duce din el direcția principală de privire în centrul geometric al ansamblului. Prin muchia cea mai avansată către

privitor se va duce tabloul perspectiv, perpendicular pe direcția principală de privire (fig. 12.3.3). Pentru a ușura construcția perspectivei se alege tabloul prin această muchie. Muchia apare în perspectivă în adevărată mărime, iar perspectiva se construiește de la privitor către profunzime. În acest desen plan se obțin toate elementele necesare construcției perspectivei (F și F_{00} , M și M_{00} , P , A — poziția muchiei prisme în raport cu P). Segmentul CD dă lățimea perspectivei. În funcție de cît de mare se dorește a se construi perspectiva, se mărește întreg sistemul de un număr de ori și se transpun elementele în tabloul de perspectivă. Linia de orizont este plasată în partea de sus sau în partea de jos a formatului, după cum perspectiva este făcută cu orizontul supraînălțat sau la nivelul

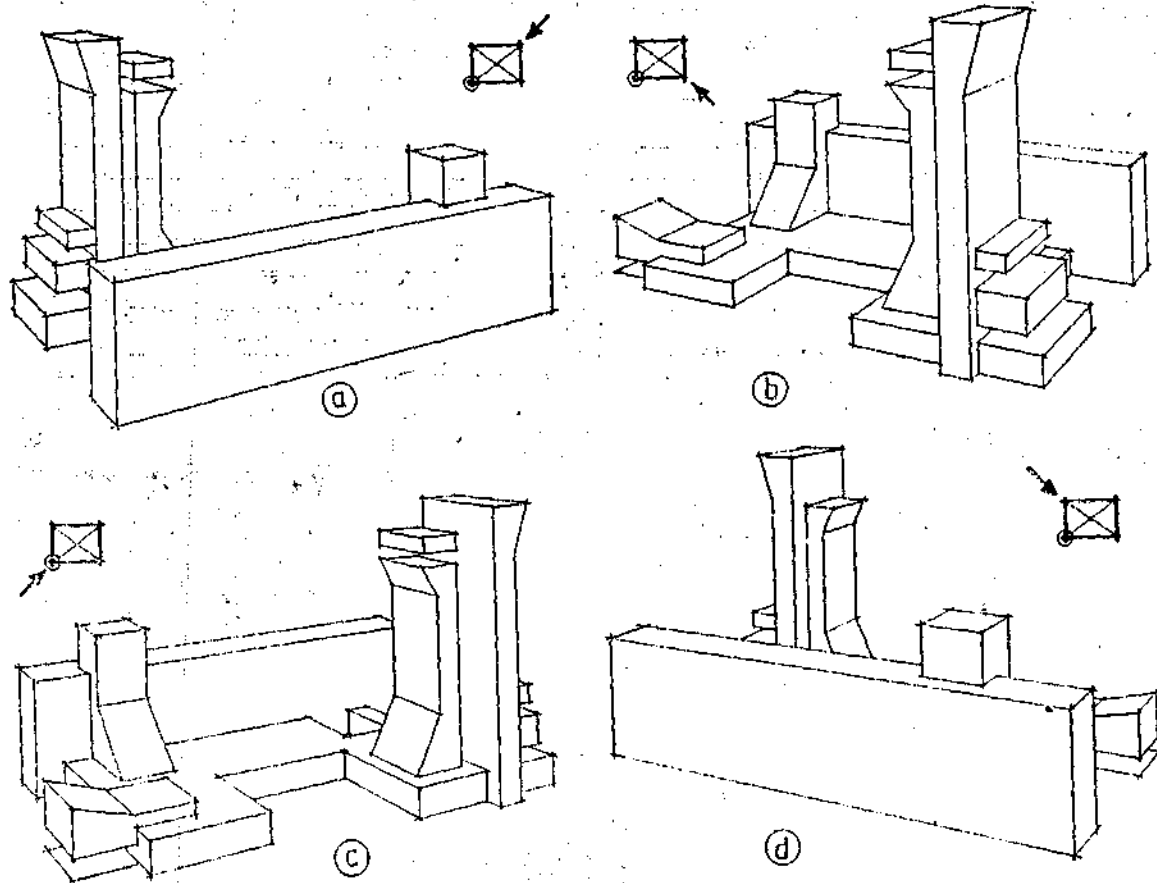


fig. 12.3.2

ochilor. Pe linia orizontului, în centrul tabloului se fixează punctul principal de privire P. Se va mai fixa în tablou punctul de fugă accesibil F, punctul A (poziția muchiei din tablou în raport cu P) și adevărata direcție de fugă către F. Punctele M și M_{90} vor fi determinate direct în tablou, pentru a evita eventualele erori rezultate din transpunerea datelor pe tabloul de perspectivă. Pentru o construcție mai rapidă a perspectivei este bine ca și al doilea punct de fugă F_{90} să fie accesibil. Se observă că o deplasare a lui ω în stânga micșorează foarte mult distanța dintre F și F_{90} (fig. 12.3.4).

Toate aceste date pot fi luate direct pe linia orizontului, fără a se mai face un studiu de alegere a punctului de vedere, dar acest lucru presupune o bogată experiență. Astfel sînt necesare o serie de tatonări, pentru a obține un paralelipiped corect pus în perspectivă. Acest procedeu se va studia la metodele libere de construcție a perspectivei.

12.4. PERSPECTIVA LA DOUĂ PUNCTE DE FUGĂ CU ORIZONTUL SUPRAÎNĂLȚAT

Se va construi perspectiva ansamblului dat de la înălțimea de 102 m, obținându-se pe verticală un număr întreg de moduli (17). Punctul de vedere ales rămîne valabil și pentru acest tip de perspectivă. Se trasează linia de orizont în partea de sus a

formatului și se trec pe ea elementele obținute, în raport cu punctul principal de privire. Se măsoară în fațadă și se vede cît reprezintă la scară cei 102 m. Segmentul obținut se mărește de același număr de ori, de cîte ori a fost mărit întregul sistem și se pune această dimensiune de la linia de orizont în jos, pe verticala coborîtă din punctul A. Se obține astfel unitatea de măsură pe verticală, cu care se operează în acest plan frontal. Cu ajutorul punctelor de măsură se construiește mai întii paralelipipedul ce cuprinde tot ansamblul. Dacă acest paralelipiped este deformat, înseamnă că ne-am plasat prea aproape de obiect. În acest caz nu se reface întreg studiul, ci doar se micșorează în tablou verticala celor 102 m, obținându-se astfel o nouă unitate de măsură. Dacă paralelipipedul obținut nu este deformat, se trece la construcția planului ansamblului în perspectivă. Planul poate fi rapid desenat pe grătarul perspectiv realizat cu ajutorul punctelor de măsură (fig. 12.4.1).

Urmează acum să fie ridicate înălțimile fiecărui punct din plan. Cota unui punct se calculează în funcție de adevăratele mărimi de pe muchia din tablou (AB). Cu ajutorul unui punct de fugă, se aduce proiecția punctului pînă la una din fețele prismei anvelopante. Aici se poate stabili cota punctului cu ajutorul celui alt punct de fugă, iar apoi această cotă este trasată pe verticala ridicată din proiecția punctului (fig. 12.4.2). Operația nu trebuie repetată pentru absolut toate punctele,

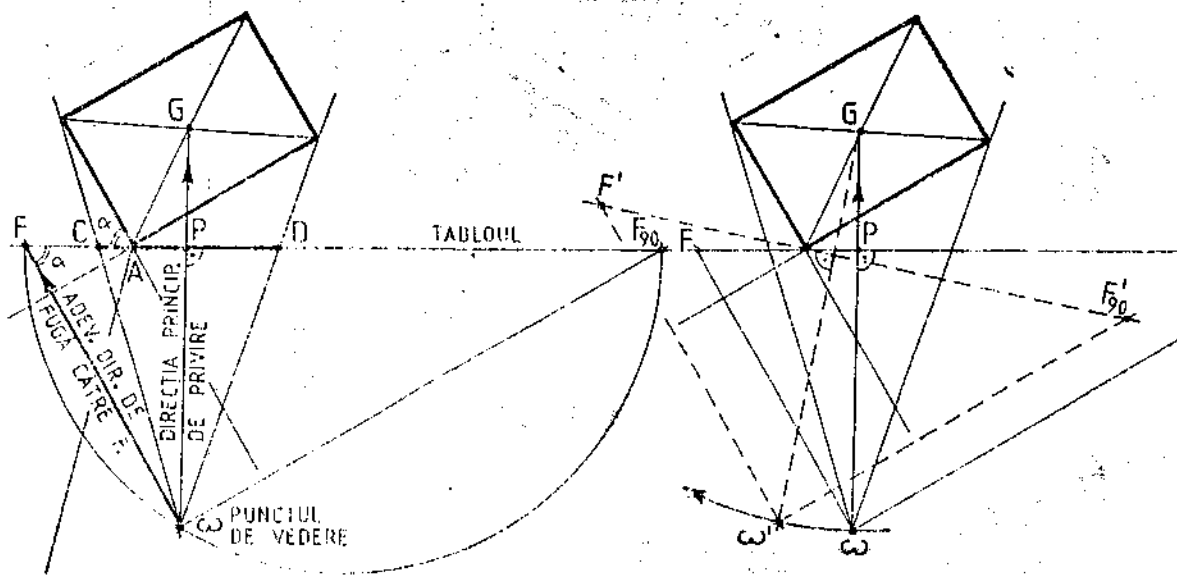


fig. 12.3.3

fig. 12.3.4

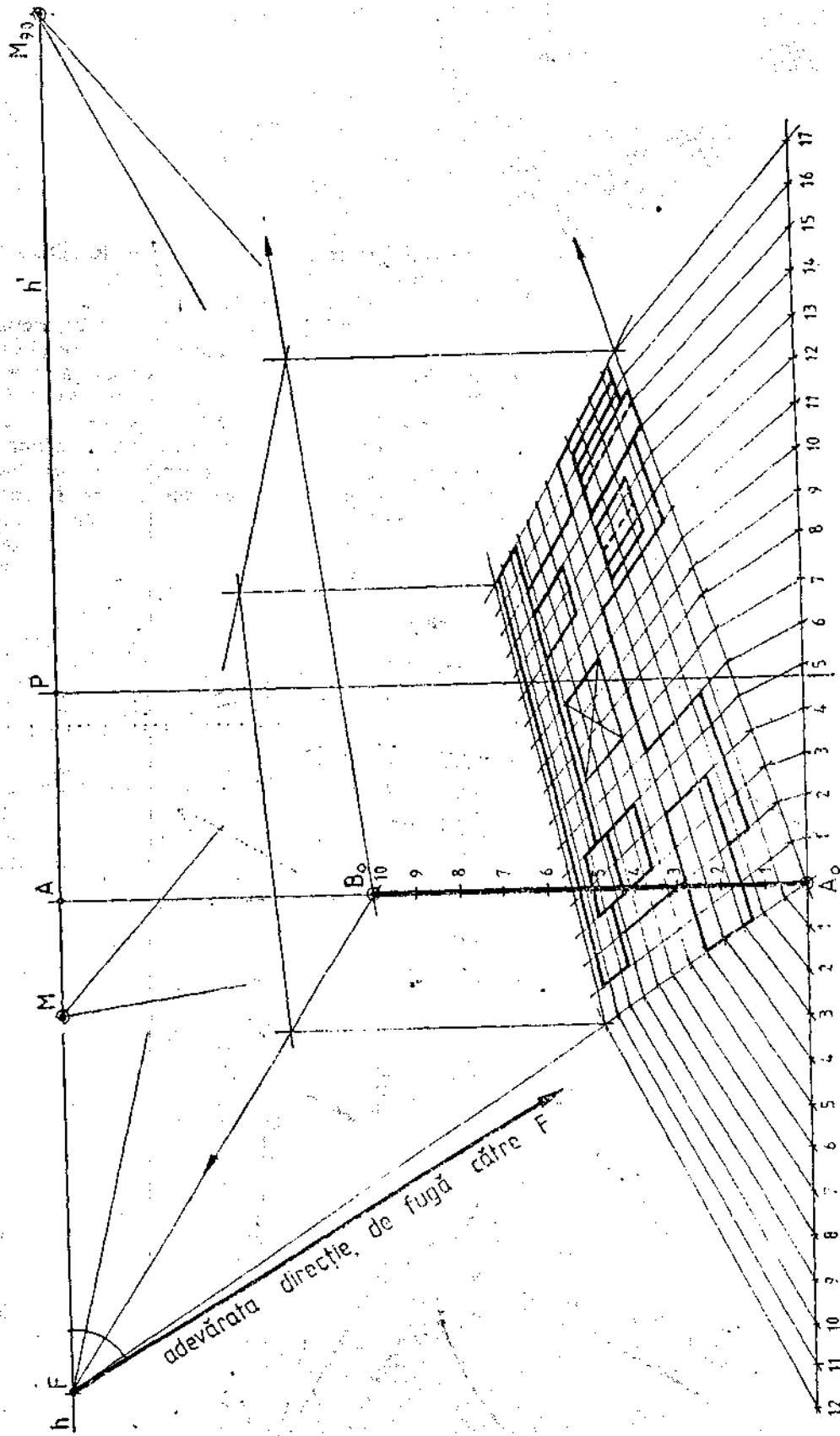


fig. 12.4.1

deoarece multe din ele sînt coliniare. Celelalte puncte se pot determina și prin diviziuni perspective.

S-au obținut astfel volumele puse în perspectivă, dar nu s-a obținut încă o perspectivă de arhitectură (fig. 12.4.3).

Urmează apoi tratarea fațadelor, trasarea umbrelor proprii și purtate și mobilarea perspectivei cu elemente de anturaj (fig. 12.4.4). Toate aceste operații, absolut necesare unei perspective de arhitectură, vor fi abordate în studiul de la capitolele respective (cap. 15 și 16).

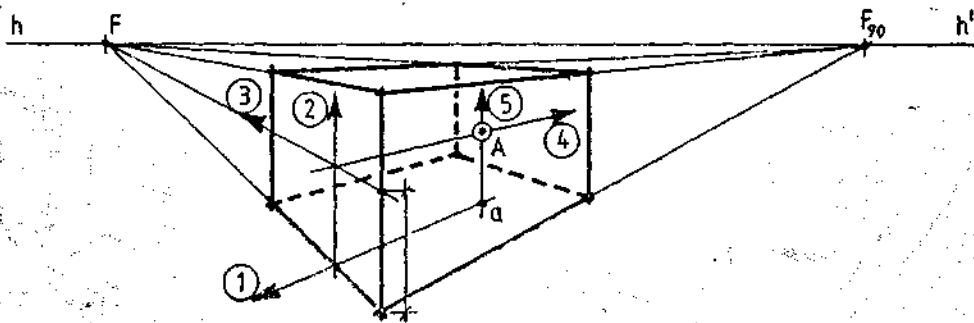


fig. 12.4.2

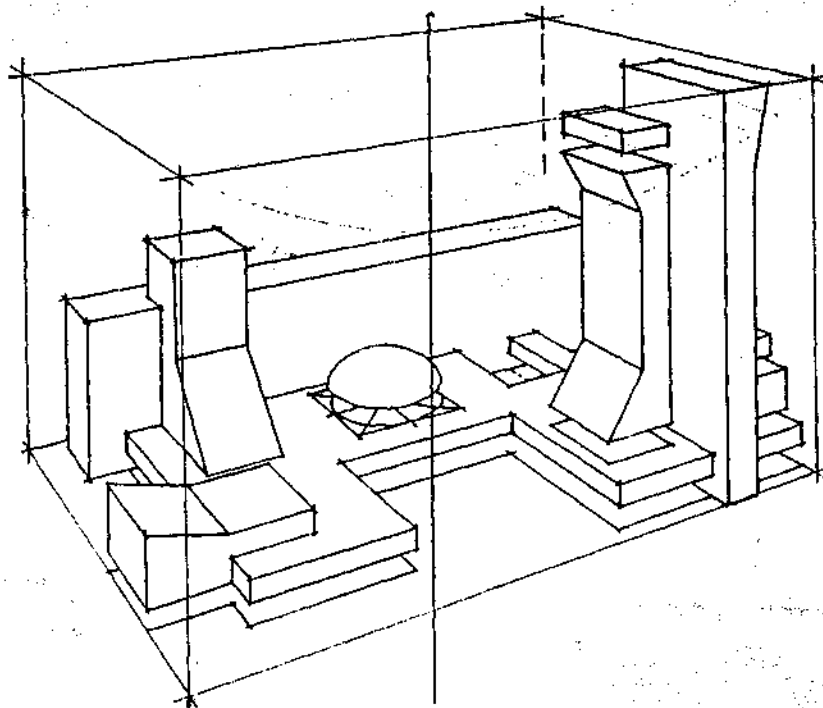


fig. 12.4.3

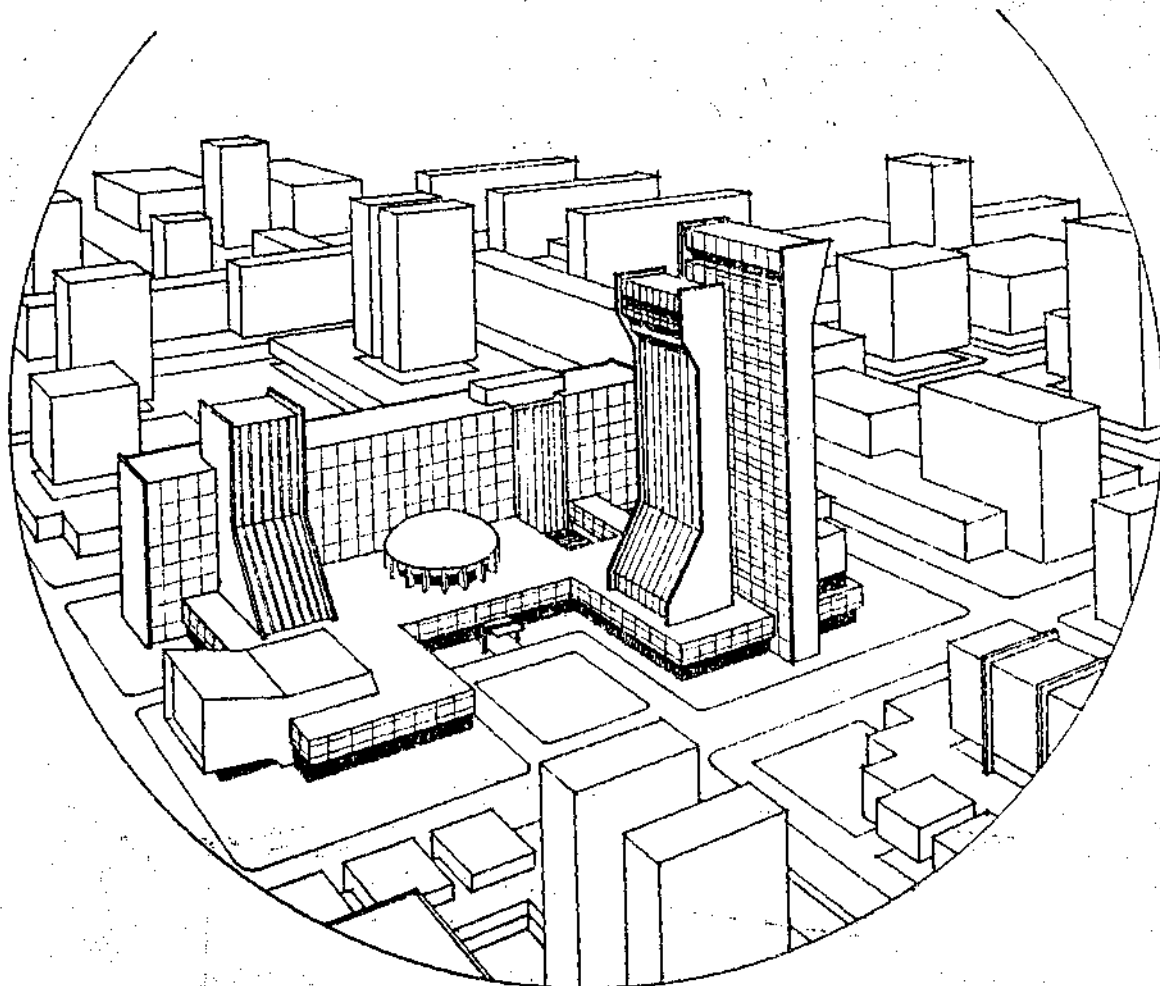


fig. 12.4.4

12.5. PERSPECTIVA LA DOUĂ PUNCTE DE FUGĂ LA NIVELUL OCHILOR

Trebuie să se construiască perspectiva cu orizontul la cota $h = 1,80$ m. Această linie de orizont se desenează pe fațada ansamblului. Ea va tăia muchia paralelipipedului anvelopant într-un anumit raport.

Se trasează în partea de jos a tabloului linia de orizont. Când se trasează linia de orizont trebuie să se țină seama de raportul menționat și de faptul că în perspectivă trebuie să apară și porțiunea din planul orizontal, pe care este așezat ansamblul. Punctul principal de privire P se ia la mijlocul tabloului, pe linia de orizont, iar în raport cu el se

trec în tablou și celelalte elemente. Pe verticala din punctul A , se transpune raportul în care linia orizontului împarte muchia paralelipipedului, mărit de același număr de ori ca tot sistemul. Deci, se va măsura de la linia de orizont în jos $1,80$ m, iar în sus se va măsura diferența din înălțimea muchiei. Se obține astfel unitatea de măsură cu care se operează în planul frontal al acestei muchii. De data aceasta construcția planului în perspectivă nu se mai poate face pe pământ. Va trebui să se deseneze planul pe capacul paralelipipedului sau la un nivel mai sus. Acest procedeu este numit „ridicarea planului pe cer” (fig. 12.5.1). Acest lucru se face numai după ce am construit paralelipipedul în perspectivă. Prin aceeași metodă, planul poate fi construit și coborât sub linia de orizont, dar de

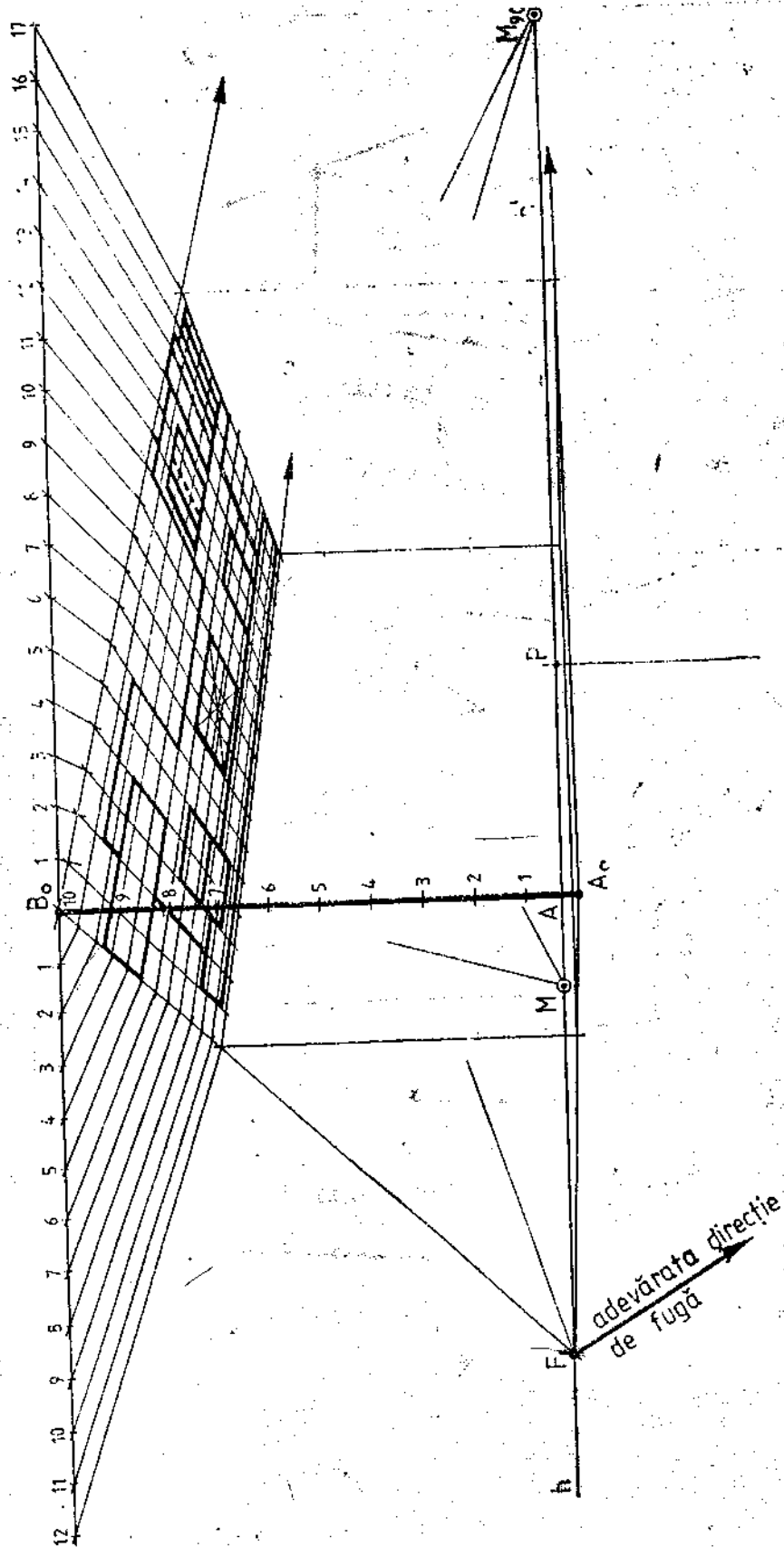


fig. 12.5.1

cele mai multe ori sub această linie se termină tabloul. La ridicarea planului pe cer trebuie o mare atenție pentru a nu-l desena „în oglindă”. Se poate evita acest lucru dacă se privește planul ansamblului de jos în sus, prin transparența hîrtiei pe care este desenat.

Cotele punctelor se determină raportîndu-le la muchia din tabloul de perspectivă (fig. 12.5.2). Odată construite volumele (fig. 12.5.3), se poate trece la tratarea fațadelor, trasarea umbrelor și la mobilarea perspectivei cu elemente de anturaj (fig. 12.5.4).

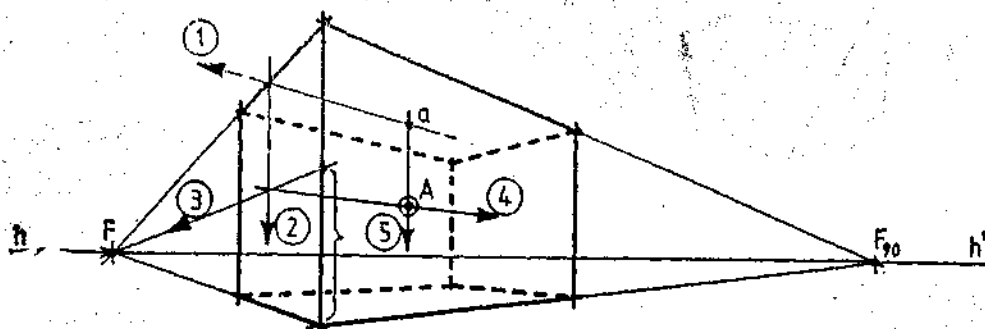


fig. 12.5.2

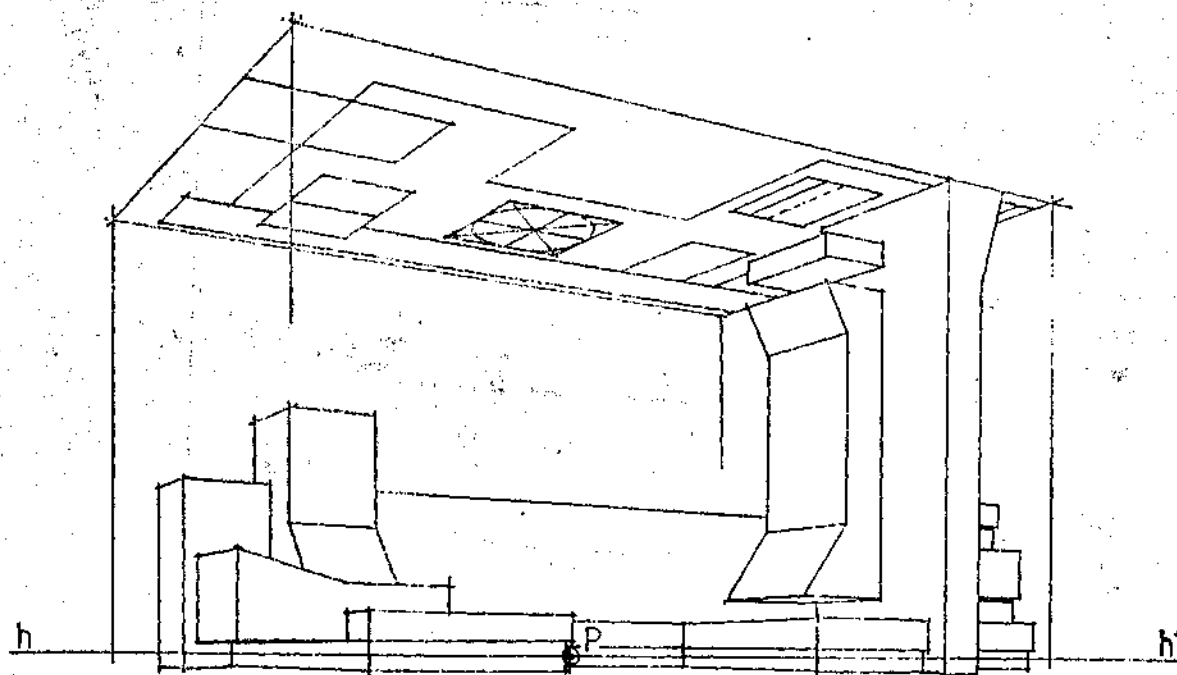


fig. 12.5.3

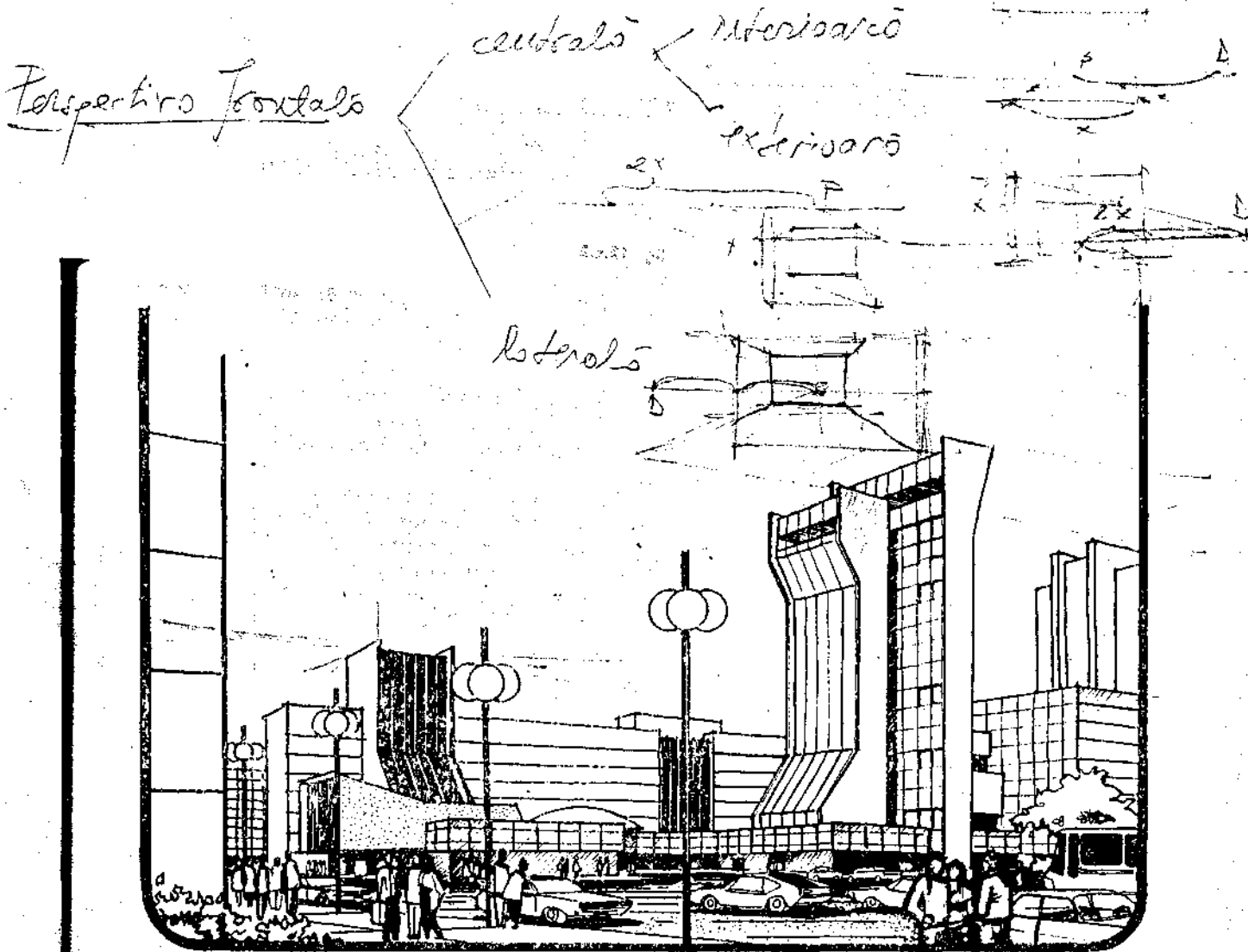


fig. 12.5.4

12.6. PERSPECTIVA FRONTALĂ DE EXTERIOR LA NIVELUL OCHILOR

Este recomandată numai pentru compoziții dezvoltate pe forme concave. Aceste compoziții permit o apropiere mai mare a privitorului de obiect, fără să apară deformații supărătoare. Experiența arată că putem să ne apropiem de paralelipipedul care îmbracă ansamblul, pînă la un unghi vizual de aproape 30° . La unghiuri mici acest tip de perspectivă este mai puțin interesantă și foarte statică. Perspectiva frontală se construiește cu ajutorul punctului de distanță D care, în cazul acesta, este și punct de măsură și punct de fugă la 45° (v. subcap. 11.8). În perspectiva frontală apare o singură direcție de fugă la P , iar direcția de fugă la 90° este paralelă cu tabloul. Deci în această perspectivă există: plane de capăt, care fug la verticala ce trece prin P ; plane frontale, paralele cu tabloul și plane orizontale (fig. 12.6.1).

În același plan frontal se măsoară cu aceeași unitate de măsură, în orice direcție. Aici apar limitele perspectivei frontale, pentru că am fi tentați să credem că, pe măsură ce ne depărtăm de P , în același plan

frontal, ar trebui să scadă unitatea de măsură. În realitate lucrurile se petrec așa, dar acolo intervine mobilitatea privirii. În același plan frontal, pe măsură ce se percep obiecte tot mai depărtate de P , direcția principală de privire a ochiului se modifică, chiar dacă nu mișcăm capul. În momentul acesta, față de planul considerat, nu mai avem o perspectivă frontală, iar unitatea de măsură scade odată cu depărtarea. Dacă și în desen se va micșora unitatea de măsură odată cu depărtarea de P , în același plan frontal, se va obține o imagine deformată a obiec-

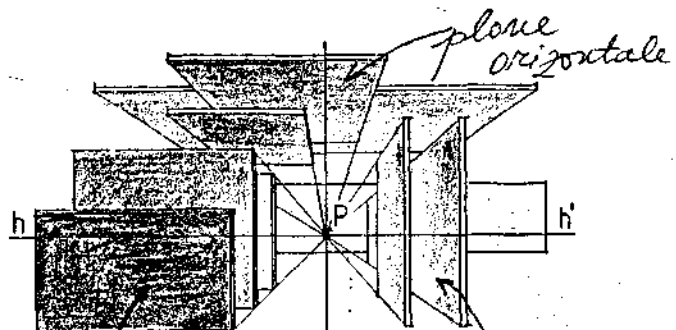


fig. 12.6.1

Construcția perspectivei de arhitectură

plane frontale
plane de capăt
303

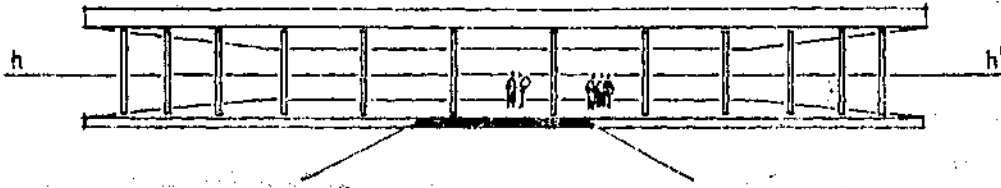


fig. 12.6.2

tului (fig. 12.6.2), creîndu-se senzația că fațada este curbă. Imaginea este asemănătoare cu fotografiile făcute cu obiective ce au un unghi foarte mare. La construcția perspectivei frontale la nivelul ochilor, a ansamblului prezentat în subcapitolul 12.3, ne apropiem de paralelipipedul anvelopant pînă la o distanță dictată de unghiul de 53° (v. subcap. 11.8.). Eformatul desenului perspectiv va avea același raport cu fața frontală a paralelipipedului. Se mărește deci fața frontală a paralelipipedului de atîtea ori cît să se obțină o perspectivă de dimensiuni convenabile; se obțin totodată în tablou unitățile mărite la scară. Este foarte simplu să se plaseze în perspectivă linia orizontului, ținînd seama de unitățile obținute (fig. 12.6.3). Se plasează punctul principal de privire P în funcție de zona de interes a ansamblului și se va avea grijă ca din multitudinea planelor de capăt ce apar în această perspectivă, să nu treacă prin P sau prin apropierea lui plane importante ale ansamblului (fig. 12.6.4). În acest caz se plasează punctul principal de privire în centrul ansamblului, obținînd o perspectivă frontală centrală.

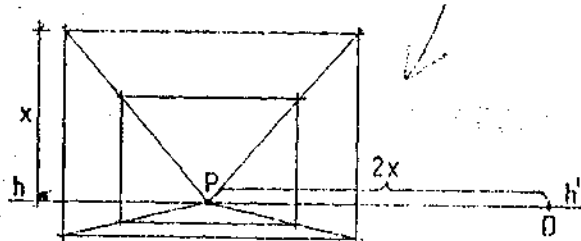


fig. 12.6.3

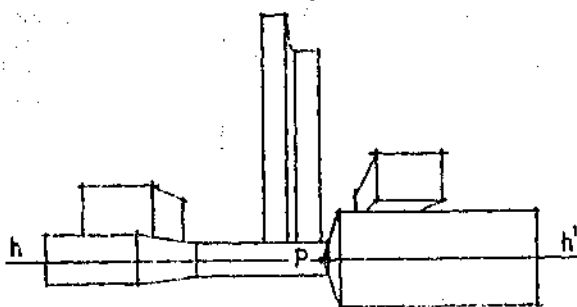


fig. 12.6.4

Pentru a plasa punctul de distanță pe linia orizontului trebuie să se compare lățimea perspectivei (deci a ansamblului) cu de două ori înălțimea de la linia orizontului la cota celei mai înalte clădiri. Această comparație trebuie făcută mai ales în cazul perspectivei unor clădiri foarte înalte în raport cu dimensiunile omului. Este cazul exemplului nostru și pentru faptul că în prim plan se găsește clădirea cea mai înaltă. Dacă ansamblul era mult mai amplu dezvoltat pe orizontală sau linia de orizont tăia ansamblul la jumătatea înălțimii lui, această verificare a unghiului pe verticală nu mai era necesară. Deci se plasează punctul de distanță D la o depărtare de P egală cu $2x$ (v. fig. 12.6.3). S-a obținut astfel o perspectivă la un unghi de 53° . Construcția grătarului perspectiv se face pe capul paralelipipedului, pe care se va desena și planul ansamblului, văzut de jos în sus (fig. 12.6.5). Volumele se construiesc după metoda arătată în subcapitolul 12.5. Se obține astfel perspectiva frontală de exterior la nivelul ochilor a ansamblului dat (fig. 12.6.6).



PERSPECTIVA FRONTALĂ CU ORIZONTUL SUPRAÎNĂLȚAT

În cazul acestei perspective se va lua punctul de distanță la o depărtare de P egală cu cel puțin de două ori înălțimea orizontului (fig. 12.7.1). Se va obține o depărtare mai mare de ansamblu decît în cazul perspectivei la nivelul ochilor, mai ales că în prim plan se găsește clădirea cea mai înaltă, iar perspectiva trebuie completată în partea de jos cu elementele de anturaj; de asemenea, se va ține seama de faptul că linia de orizont face parte integrantă din desenul perspectiv. Perspectiva se construiește urmînd etapele și metodele folosite la perspectiva la două puncte de fugă cu orizontul supraînălțat (fig. 12.7.2). Perspectivele frontale sînt cel mai rapid și ușor de construit, de aceea sînt foarte des folosite în reprezentările de arhitectură, dar spre deosebire de acestea perspectivele la două puncte de fugă au un plus de dinamism și spectaculozitate.

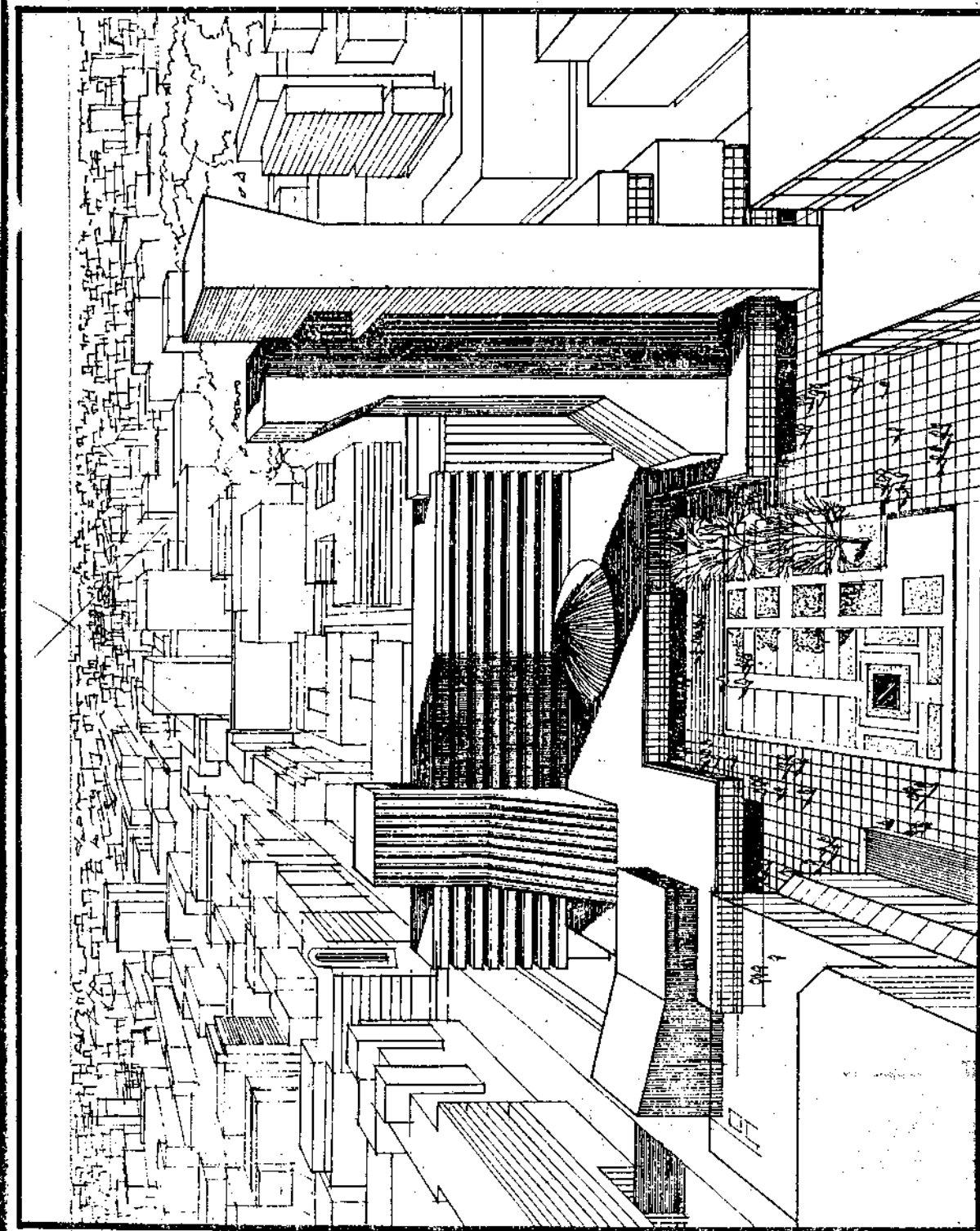


fig. 12.7.2

12.8. PERSPECTIVA DE INTERIOR

PERSPECTIVA DE INTERIOR FRONTALĂ

Această perspectivă se construiește cu ajutorul punctului de distanță D . În subcapitolul 12.6. și 12.7. s-a arătat că o perspectivă frontală poate fi construită la un unghi perspectiv de până la 60° , dacă elementele ce se pun în perspectivă sînt dispuse într-o compoziție concavă; este cazul perspectivei de interior.

Făcînd un studiu plan de amplasare a punctului de vedere, se observă că majoritatea perspectivei de interior frontale sînt convenționale. Chiar și în cazul unghiului de privire de 60° , punctul de vedere se găsește undeva în afara camerei (fig. 12.8.1). Pentru ca punctul de vedere să se găsească în interiorul camerei este necesar ca acea cameră să fie de formă dreptunghiulară, iar perspectiva să fie făcută în lungul ei. Pentru a cuprinde în perspectivă cît mai mult din pereții laterali se va considera un perete transparent și se va privi prin el în interior.

O perspectivă de interior se pornește totdeauna de la secțiunea frontală prin acel spațiu. Secțiunea se desenează la scară, mărită direct în tabloul de perspectivă și în funcție de înălțimea de la care se privește, se trasează linia de orizont pe ea. Punctul principal de privire se amplasează pe linia de orizont în funcție de zona de interes, în centru sau lateral. Pentru început se va lua un punct principal de privire în centru, obținînd o perspectivă frontală centrală (fig. 12.8.2). Luînd punctul de distanță la o depărtare de P egală cu lățimea perspectivei, se obține un desen perspectiv făcînd la un unghi de

53° . Cu ajutorul lui D se poate trasa pe pardoseală grătarul perspectiv, peste care se desenează planul camerei, apoi se ridică înălțimile raportîndu-le la pereții laterali.

Plasînd punctul principal de privire P puțin lateral

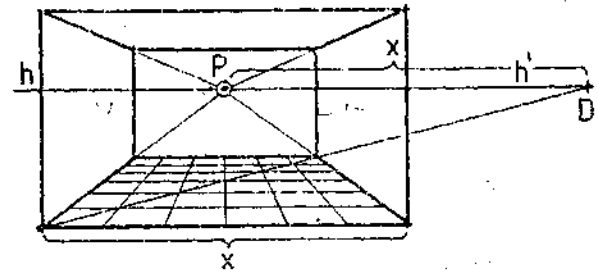


fig. 12.8.2

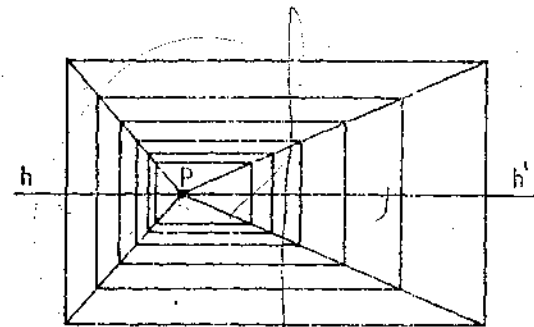


fig. 12.8.3

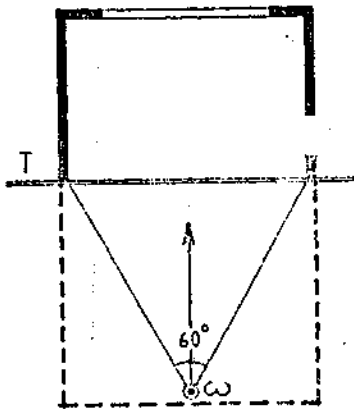


fig. 12.8.1

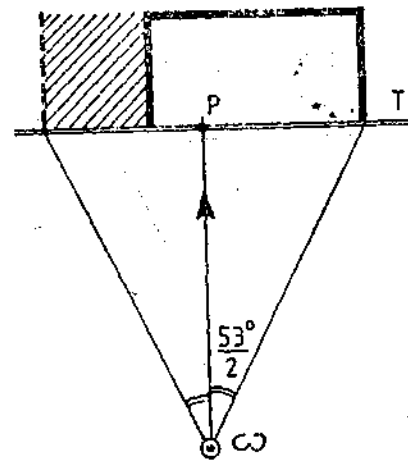


fig. 12.8.4

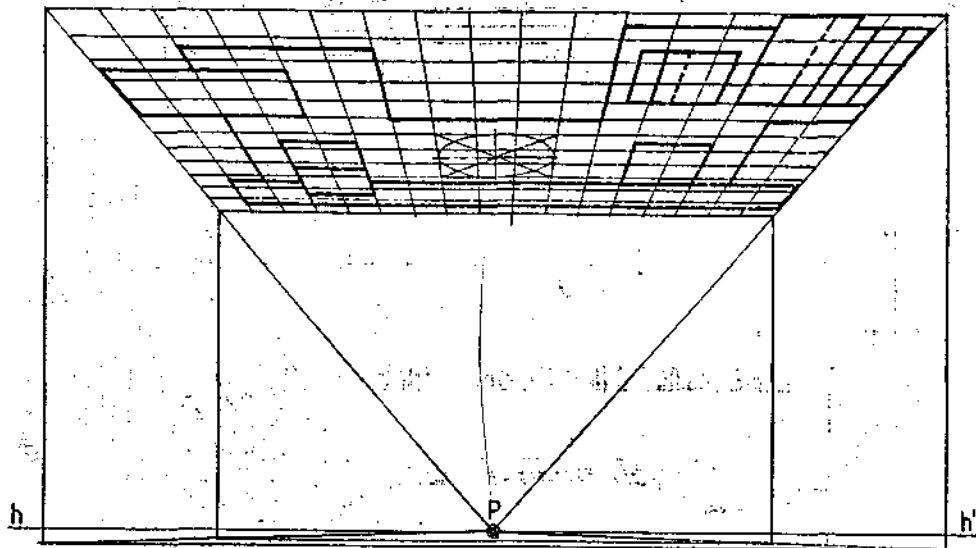


fig. 12.6.5

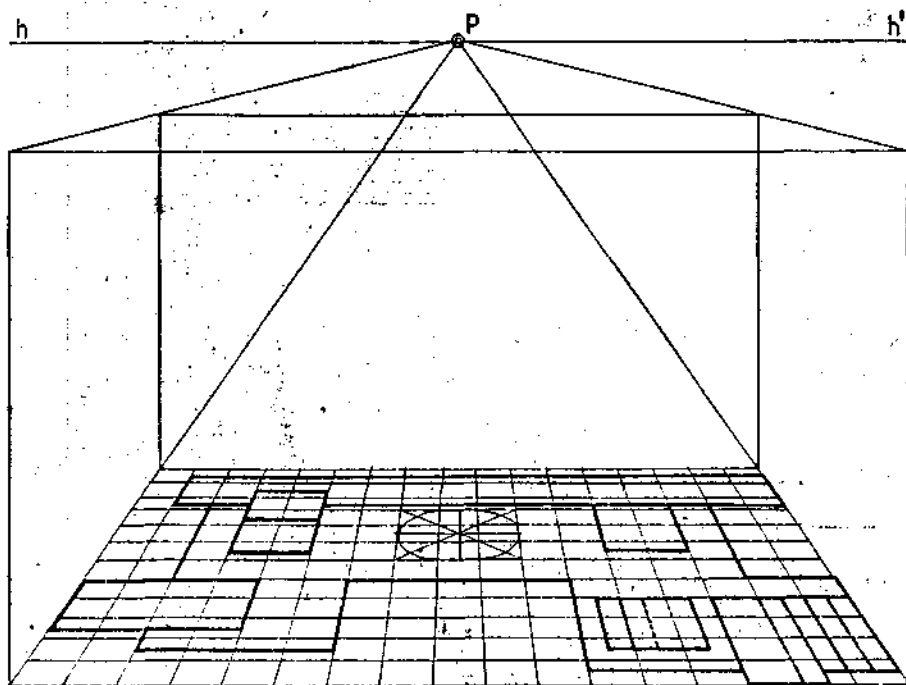


fig. 12.7.1

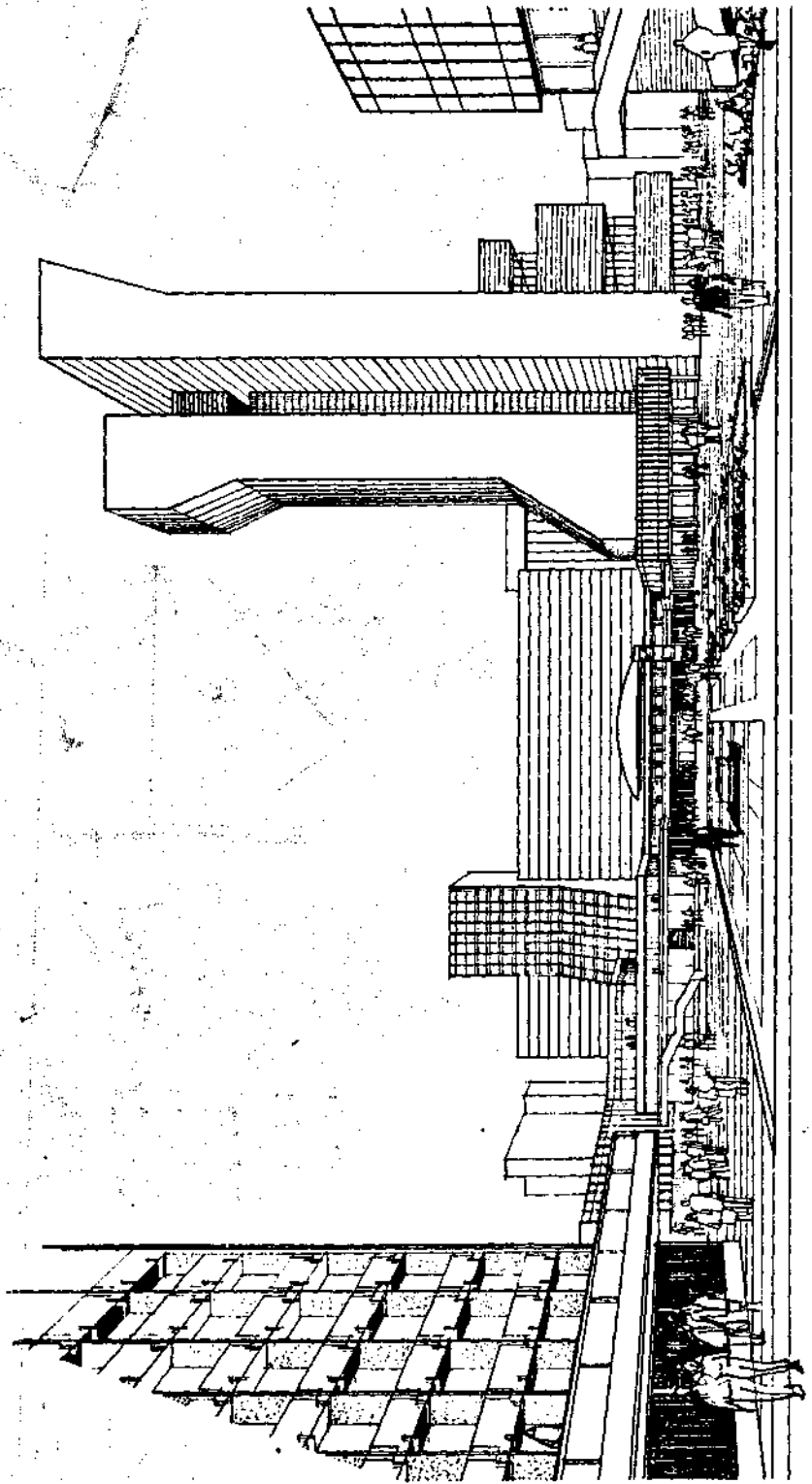


fig. 12.6.6

se obține o imagine dinamică. Acest efect poate să devină supărător când P se găsește la distanță mare de centrul imaginii (fig. 12.8.3). Figura ne prezintă schematic efectul unui focar excentric. Tensiunea este creată de depărtarea punctului de fugă față de centrul imaginii. Asimetria configurației generează un efect de profunzime foarte puternic, săpind un crater în relieful spațial" (R. Arnheim, 1979). Echilibrul poate fi restabilit completând imaginea astfel ca punctul principal de privire să rămână în centrul ei (fig. 12.8.4). Se obține perspectiva frontală laterală care își menține efectul dinamic, fără ca acesta să mai fie supărător (fig. 12.8.5). În cazul perspectivei frontale laterale, punctul de distanță D se plasează la o depărtare de P de cel puțin două ori distanța de la P la peretele lateral cel mai depărtat de el. Numai astfel se realizează unghiul vizual de 53° . Pentru a cuprinde cât mai mult din pereții laterali, perspectiva se poate extinde. Prin extinderea tabloului, perspectiva frontală de interior nu suferă dacă partea centrală

a perspectivei rămâne nemodificată sau este modificată cu forme ce fug la P și forme negeometrice. (fig. 12.8.6). Dacă este mobilat și centrul perspectivei cu obiecte ce au direcții de fugă diferite de P, apar unghiuri supărătoare. Aceste unghiuri dau naștere la efecte excesive de perspectivă. În cazul figurii 12.8.7 avem impresia că pardoseala se curbează. Unghiul apropiat de 90° supără în perspectiva la două puncte de fugă (covorul din perspectiva frontală fuge la două puncte de fugă), pe când în perspectiva frontală supără unghiurile obtuze foarte deschise (este cazul unghiurilor bibliotecii din dreapta perspectivei frontale). Perspectivea frontală de interior nu va fi mărginită niciodată de secțiunea camerei. Ea este făcută să redea atmosfera interioară și nu sistemul constructiv. Privitorul aflându-se în cameră nu poate vedea ce se întâmplă deasupra tavanului sau sub pardoseală. În capitolul 16 se dau lămuriri suplimentare privind modul de închidere a acestui tip de perspectivă.

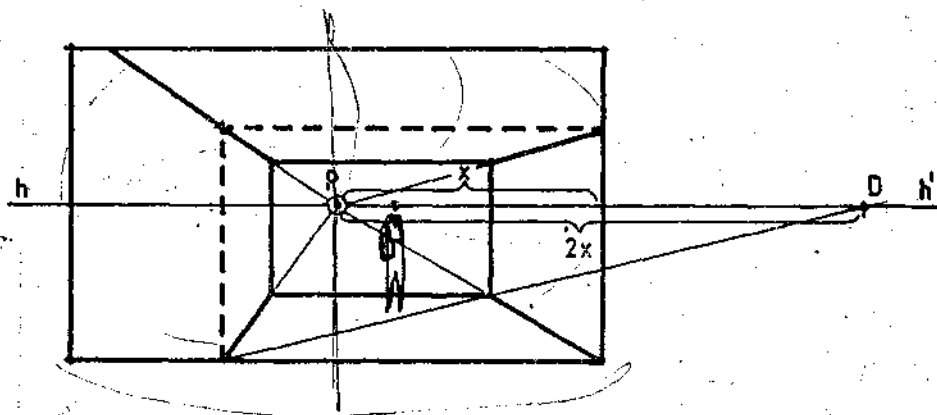


fig. 12.8.5

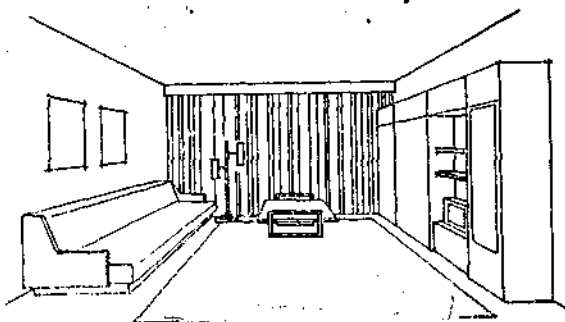


fig. 12.8.6

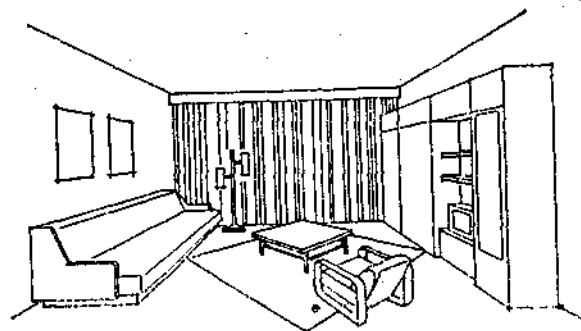


fig. 12.8.7

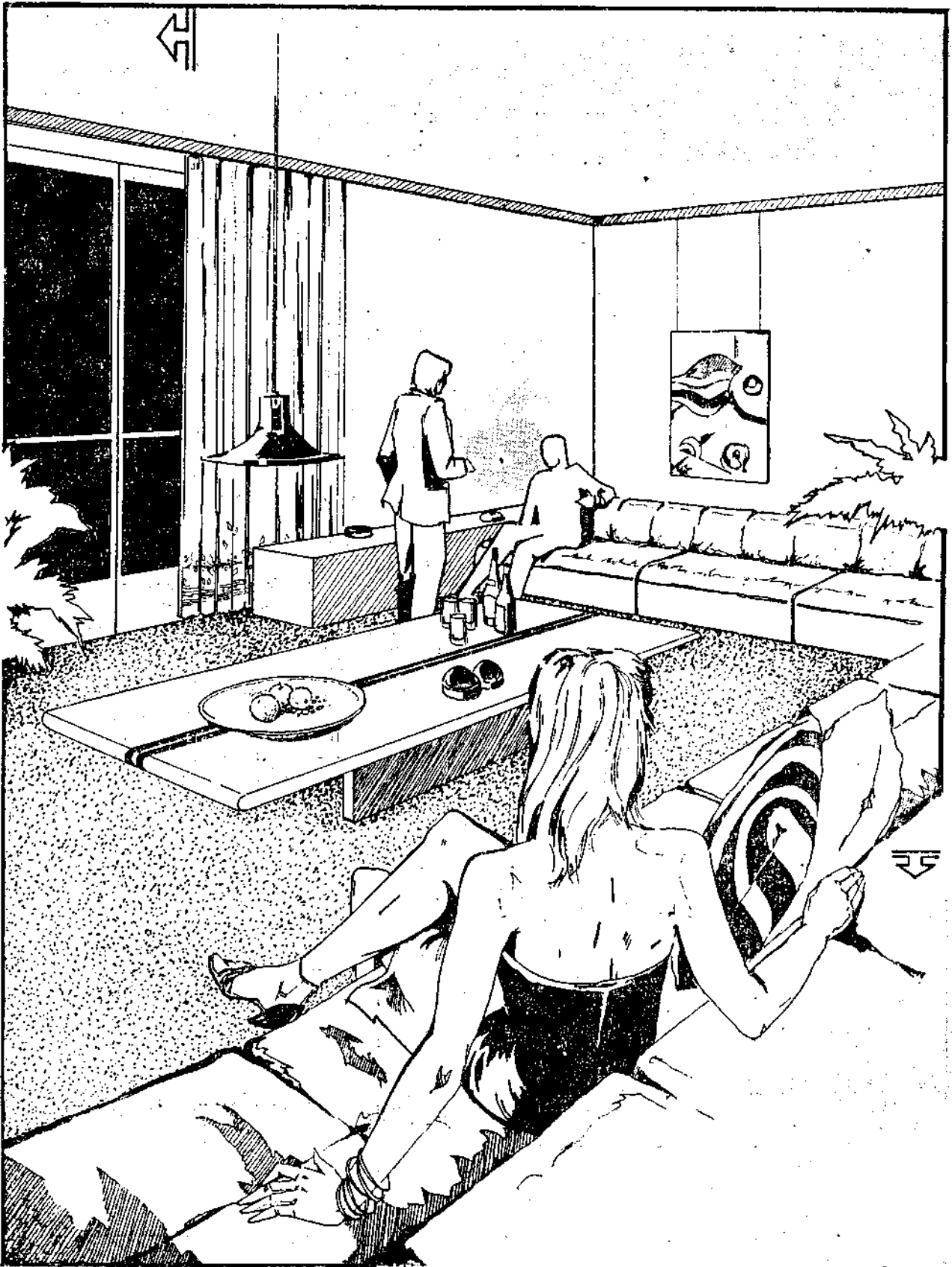


fig. 12.8.9

PERSPECTIVA DE INTERIOR LA DOUĂ PUNCTE DE FUGĂ

Această perspectivă se construiește la fel ca perspectiva de exterior la două puncte de fugă, dar se elimină din prisma dreaptă dreptunghiulară cele două fețe dinspre privitor (fig. 12.8.8, a și b). Acest tip de perspectivă este mai puțin folosit, deoarece nu poate să cuprindă decât doi pereți și într-o desfășurare redusă. O extindere a tabloului ar duce la deformații supărătoare, deoarece unghiul admisibil la perspectiva la două puncte de fugă este mult mai mic decât în cazul perspectivei frontale. Perspectiva din figura 12.8.9 prezintă deformații în partea stângă și în partea de jos.

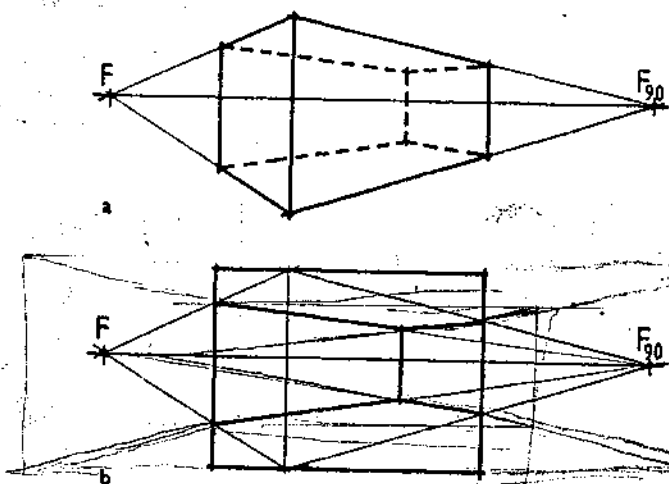


fig. 12.8.8

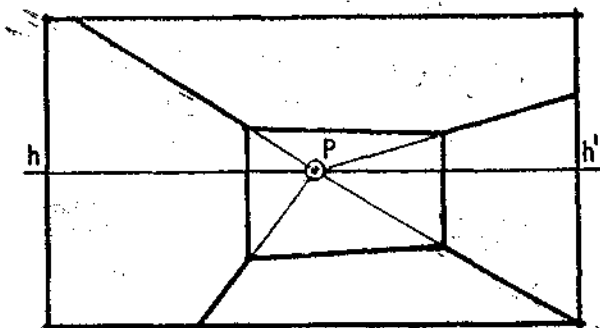


fig. 12.8.10

Dacă se acoperă aceste părți, după reperetele indicate, se obține o imagine corectă. Cu toate aceste limite, perspectiva de interior la două puncte de fugă este mai aproape de realitate.

La perspectiva frontală laterală se poate face un artificiu care să o apropie de perspectiva la două puncte de fugă. Se introduce o ușoară fugă către partea opusă deplasării punctului principal de privire în raport cu centrul tabloului (fig. 12.8.10). Acest artificiu trebuie făcut însă cu mare grijă, deoarece poate introduce deformații mari.

12.9. PERSPECTIVA CU ORIZONT COBORÎT

La acest tip de perspectivă se recurge când se desenează perspectiva unor construcții ce sînt amplasate la o cotă mai sus decât nivelul ochilor. Dacă dintr-o perspectivă la nivelul ochilor a unei construcții foarte înalte se reține partea ei superioară, iar cea inferioară se înlocuiește, de exemplu, cu un versant de deal, se obține perspectiva cu orizont coborît. Deci, acest tip de perspectivă se construiește la fel ca perspectiva la nivelul ochilor, avînd însă grijă ca, la alegerea punctului de vedere să se țină seama de diferența de cotă de la nivelul ochilor la cota $\pm 0,00$ m a construcției (fig. 12.9.1). Deoarece la ansamblul ales nu se poate obține o astfel de perspectivă se recurge la un alt exemplu — Casa de la Cascadă, F. L. Wright, 1936. Planul orizontal în care se opresc verticalele construcției nu se vede, fiind acoperit de formele de relief; este bine totuși să fie construit, pentru a mări precizia desenului. Alegerea acestui tip de perspectivă este și în funcție de compoziția obiectului de arhitectură. Obiectul privit astfel nu trebuie să fie mult acoperit de planul orizontal pe care stă. Spectaculozitatea acestei perspective crește cînd construcția iese în consolă spre privitor (fig. 12.9.2).

PAUNANU

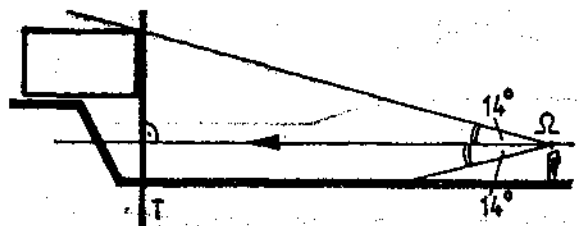


fig. 12.9.1

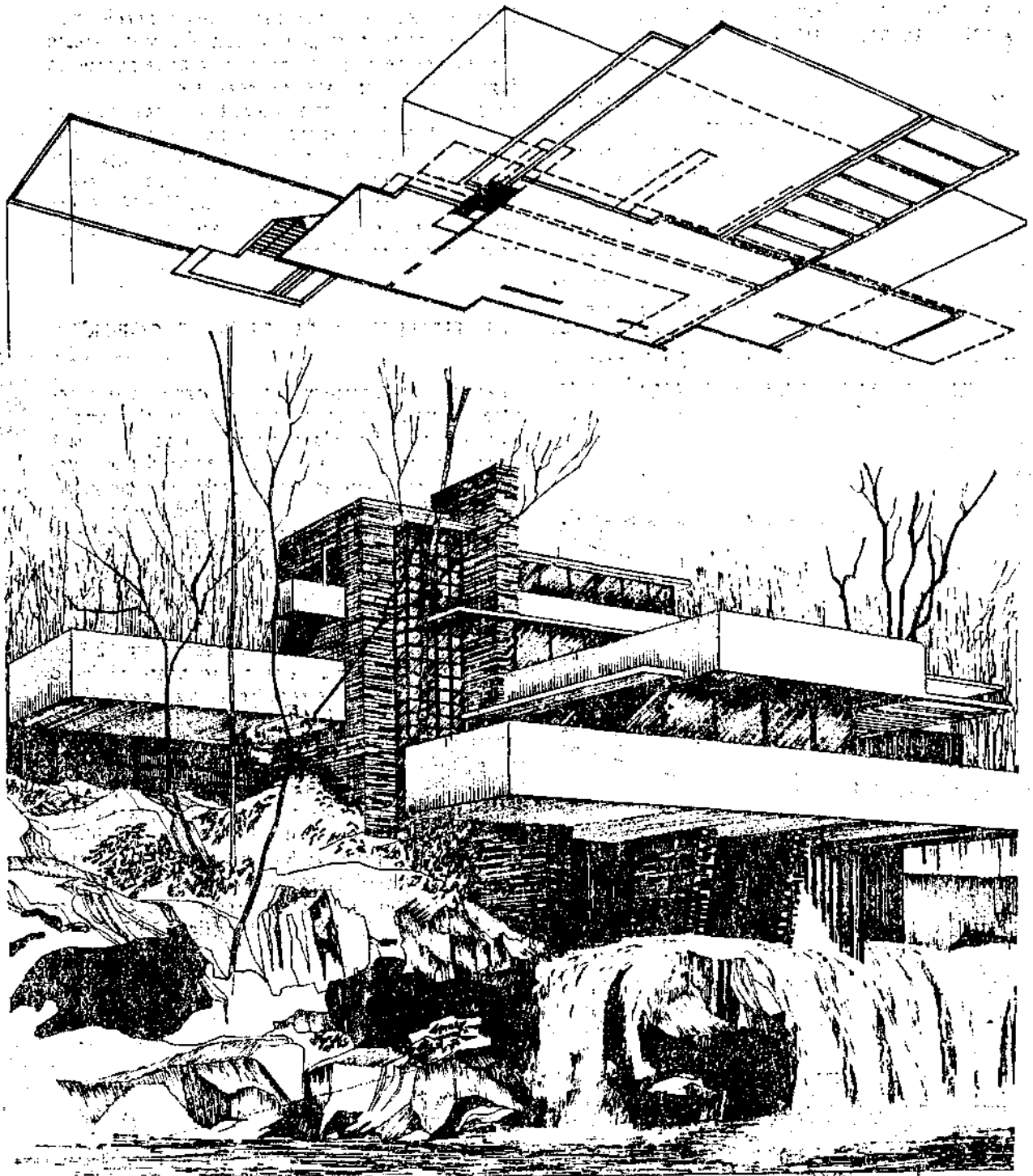


fig. 12.9.2

12.10. CONSTRUCȚIA PERSPECTIVEI PORNIND DE LA ELEMENTE FIXATE DIRECT ÎN TABLOUL DE PERSPECTIVĂ

CONSTRUCȚIA PERSPECTIVEI PORNIND DE LA O FAȚADĂ

Știind că orice patrulater poate fi considerat ca fiind proiecția conică a unui dreptunghi din spațiu, se poate construi o perspectivă pornind de la o fațadă aleasă direct în tabloul de perspectivă; deci orice fațadă aleasă în tabloul de perspectivă poate să reprezinte perspectiva oricărei fațade din spațiu. Dar o fațadă aleasă în perspectivă poate să reprezinte perspectiva unei anumite fațade din spațiu, dacă este privită de la o anumită distanță, iar fațada respectivă face un anumit unghi cu tabloul de perspectivă.

Trebuie să se determine care este poziția punctului de vedere în raport cu punctul de fugă ales. Aceasta se face prin metoda inversă construcției perspectivei cu ajutorul punctului de fugă diagonal. Se ia în perspectivă o fațadă (fig. 12.10.1) ale cărei dimensiuni în spațiu se cunosc. Se construiește în punctul ei de fugă fațada la scară mică, în ortogonal. Se duce diagonala fațadei în perspectivă și se găsește punctul de fugă diagonal $F_{m/d}$. Ducând din $F_{m/d}$ o paralelă la diagonala fațadei în ortogonal, se descoperă pe linia orizontului punctul M_{90} , care este de fapt punctul de măsură al direcției F_{90} . Se fixează pe linia orizontului punctul principal de privire P , în care se privește această fațadă și se află astfel punctul de vedere ω . Rezultă deci adevărata direcție de fugă către F_{90} cunoscut și către F . Punctul P ales trebuie să fie totdeauna plasat între F_{90} și M_{90} rezultat. Apoi se construiește perspectiva întregului volum prin metodele cunoscute. Alege-

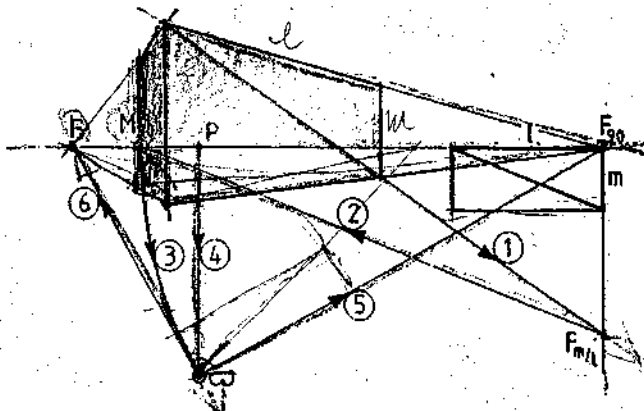


fig. 12.10.1

Construcția perspectivei de arhitectură

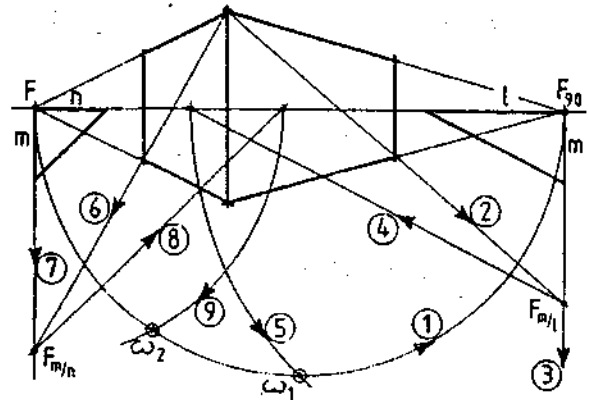


fig. 12.10.2

rea în perspectivă a ambelor fațade nu se poate face, deoarece pentru fiecare fațadă aleasă rezultă un punct de vedere ω diferit (fig. 12.10.2); numai întâmplător cele două puncte de vedere coincid.

CONSTRUCȚIA PERSPECTIVEI PORNIND DE LA O MUCHIE VERTICALĂ

Fără de punctul principal de privire P , se alege direct în perspectivă muchia verticală cea mai avansată către privitor și punctele de fugă F și F_{90} . Cu aceste date fixate direct în tablou se poate construi perspectiva prin una din metodele cunoscute. Muchia verticală se alege în funcție de tipul perspectivei și se poziționează în raport cu linia orizontului; ea indică unitatea de măsură cu care se operează în planul ei frontal. Într-o perspectivă la nivelul ochilor, omul constituie modulul cu ajutorul căruia putem măsura oriunde în tablou, deoarece toți oamenii au capul situat pe linia orizontului. Deci, în cazul acestei perspective nu se poate fixa de la început înălțimea întregii verticale, ci doar punctul unde ea înțeapă pământul. În felul acesta se determină înălțimea omului cu ajutorul căreia se calculează înălțimea întregii verticale (fig. 12.10.3). Dacă se fixează de la început în tablou înălțimea întregii verticale nu se mai obține o perspectivă la nivelul ochilor. Raportând această înălțime din perspectivă la înălțimea din ortogonal, se determină unitatea de măsură în planul frontal și apoi se află de la ce înălțime este făcută perspectiva.

La perspectiva cu orizont supraînălțat se poate fixa de la început întreaga verticală, sub linia orizontului (fig. 12.10.4). Știind ce dimensiune are verticala în ortogonal, se poate afla de la ce înălțime este văzută această verticală. Se face de fapt

raportul între verticala Aa și diferența pînă la linia orizontului Aa_0 . În alegerea acestei verticale trebuie să se țină seama că ea nu se poate apropia de adevăratele direcții de fugă. Dacă perspectiva se face de la o înălțime dată, se fixează mai întii diferența de cotă de la muchie la linia orizontului (Aa_0). Astfel se află unitatea de măsură pe verticală și apoi se calculează înălțimea întregii muchii.

O metodă de construcție a perspectivei pornind de la o muchie verticală este cea cu ajutorul punctelor de fugă diagonale, ale fețelor verticale, ce se

intersectează după acea muchie (fig. 12.10.5). Această metodă este însă mai greu de folosit, deoarece necesită o suprafață mare de lucru. Metoda punctelor de măsură se consideră mai simplă și mai rapidă. Odată aleasă înălțimea verticalei, se pot determina foarte ușor și punctele de măsură. Indiferent prin ce metodă se construiește paralelipipedul, trebuie să se verifice ca acesta să corespundă cerințelor unei bune perspective. Dacă perspectiva lui nu convine trebuie schimbată verticala de la care s-a pornit.

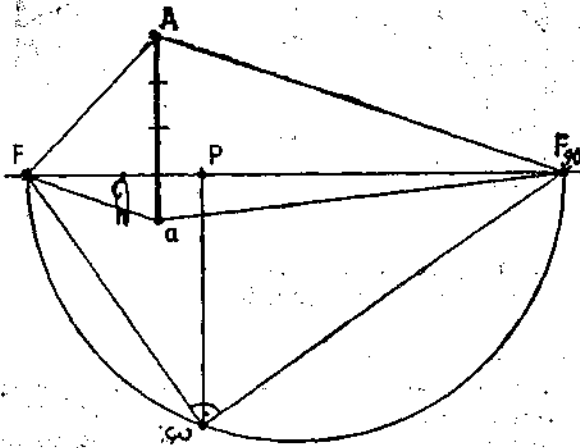


fig. 12.10.3

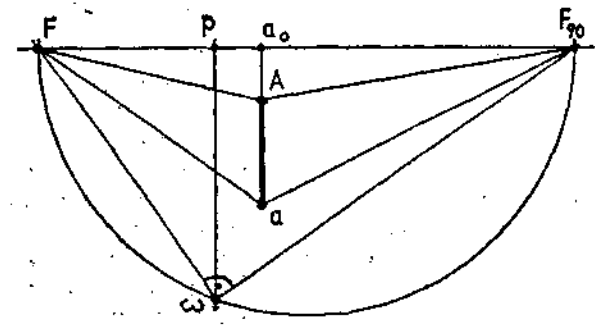


fig. 12.10.4

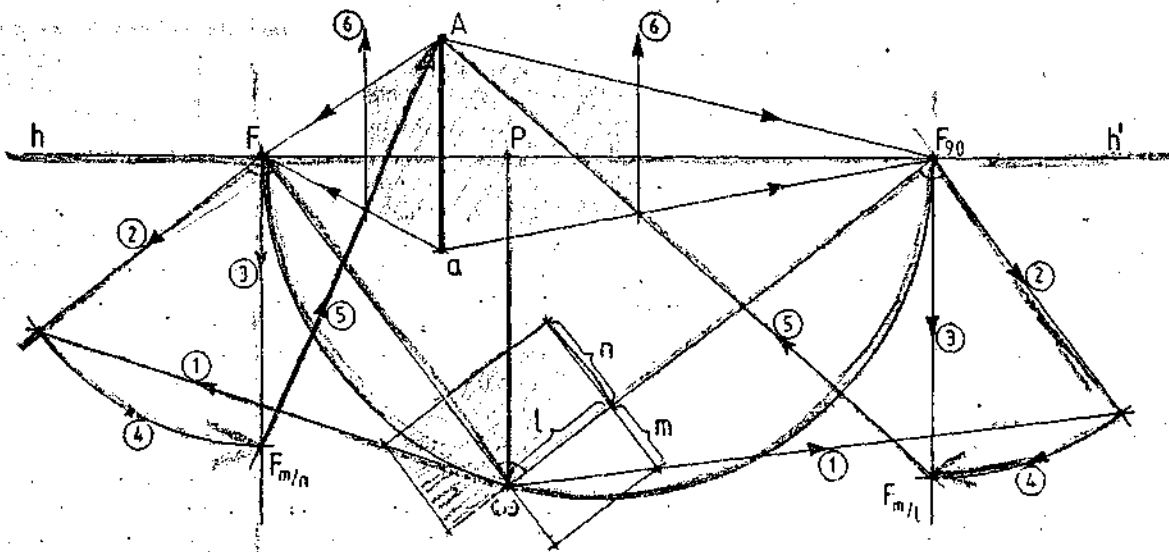


fig. 12.10.5

CONSTRUCȚIA PERSPECTIVEI PORNIND DE LA UN UNGHI ALES DIRECT ÎN TABLOU

Construcția unei perspective se poate porni de la unghiul de sus al celor două fețe vizibile, când acest unghi se alege deasupra liniei orizontului (fig. 12.10.6). Se obține o perspectivă la nivelul ochilor, dacă din vârful A ales pînă la linia orizontului se consideră înălțimea întreagă minus înălțimea omului (1,80 m); determinînd întreaga înălțime, se construiește perspectiva cum s-a mai arătat.

În cazul perspectivei cu orizont supraînălțat mai important este să se aleagă unghiul de jos al para-

lelipedului (fig. 12.10.7). Acest unghi nu trebuie să fie apropiat de unghiul de 90° , el trebuie să fie cît mai deschis. Știind de la ce înălțime se privește, se calculează și înălțimea muchiei. Alegîndu-se întii unghiul de sus, se riscă ca jos să se obțină un unghi apropiat de 90° . Dacă se alege în perspectivă ambele unghiuri, înseamnă că de fapt s-a ales înălțimea muchiei. Este cazul explicat înainte.

Aceste metode, de construcție a perspectivei pornind de la elemente fixate direct în tablou, se pot aplica eficient numai după o bogată experiență de construcție a perspectivei, la care s-a făcut un studiu prealabil de alegere a punctului de vedere.

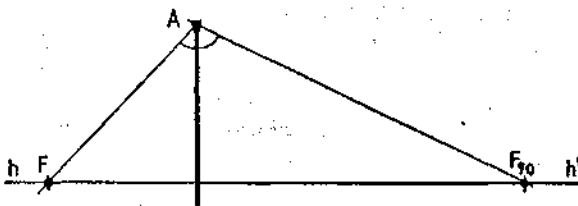


fig. 12.10.6

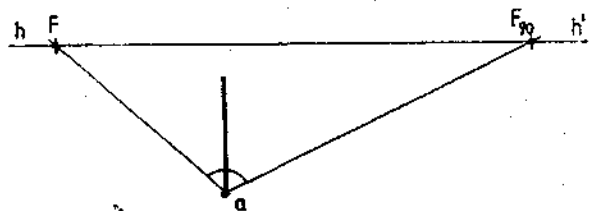


fig. 12.10.7

13.

RESTITUȚIA PERSPECTIVĂ

13.1. GENERALITĂȚI

În practica de arhitectură și în scenografie apare uneori situația de a se reconstrui unele monumente de arhitectură sau interioare de arhitectură, după o documentație ce este constituită numai din fotografii sau reprezentări perspective ale obiectului. Pentru a întocmi planurile și vederile necesare este nevoie să se recurgă la restituția perspectivei. Acest lucru constă în determinarea elementelor perspective caracteristice în tabloul de perspectivă (deci pe fotografie), astfel încât cu minimum de date necesare să poată fi construite, la o anumită scară, atât planul cât și elevațiile (fațadele) obiectului studiat. În general, pentru un asemenea studiu este necesară o fotografie a clădirii care să aibă:

a) verticalele precis conturate (aparatură de fotografiat a avut direcția de vizare orizontală, deci a rezultat o perspectivă pe tablou vertical);

b) un unghi drept ușor de depistat, cu ajutorul căruia se pot determina punctele de fugă.

De asemenea mai trebuie să se cunoască cel puțin o înălțime reală sau o dimensiune reală în plan a obiectului de arhitectură studiat; dacă nu, fotografia ar trebui să conțină neapărat un obiect de dimensiuni cunoscute sau o scară metrică, amplasată lângă obiectul de arhitectură la fotografiere (procedeu des folosit la relevee).

Gradul de precizie al restituției perspective este dat de numărul de elemente metrice ce se cunosc în tablou (în fotografie).

13.2. METODE DE CONSTRUCȚIE A RESTITUȚIEI PERSPECTIVE

Elementele perspective caracteristice se determină astfel: punctele de fugă se găsesc la intersecția direcțiilor de fugă ale dreptelor orizontale, iar

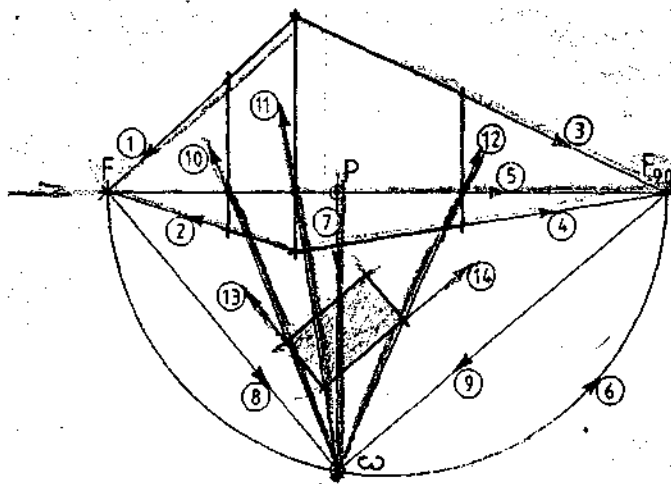


fig. 13.2.1

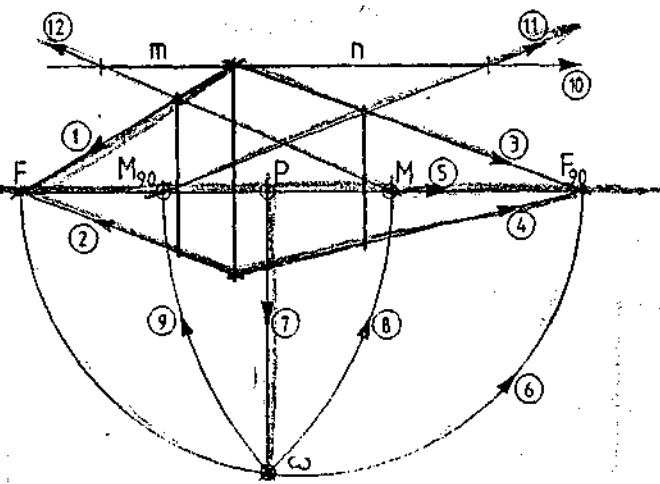


fig. 13.2.2

Între punctele de fugă F și F_{90} se poate trasa linia orizontului care este perpendiculară pe verticalele obiectului.

După cum este determinat punctul principal de privire P , se pot distinge mai multe moduri de a executa o restituție perspectivă.

① Punctul P se alege în centrul fotografiei.

Punctul P este determinat astfel atunci când se știe precis că se dispune de o fotografie întreagă și nu de niște decupaje dintr-un clișeu.

a) Restituția perspectivei prin metoda FF_{90} (fig. 13.2.1).

Procedul este invers metodei de construcție a perspectivei în care se folosesc punctul de observație și punctele de fugă. Pe raza vizuală (11), ce trece în proiecție orizontală prin muchia cea mai avansată, se ia un punct din care se duc paralele la adevăratele direcții de fugă. La intersecția cu celelalte raze vizuale se obține raportul laturilor. Cunoscând o dimensiune reală a obiectului în plan, i se poate determina planul la scară.

b) Restituția perspectivă cu ajutorul punctelor de măsură. Procedul este invers metodei de construcție a perspectivei cu ajutorul punctelor de măsură

și constă în a determina diviziunile metrice ale elementelor de arhitectură pe orizontala dusă prin una din extremitățile muchiei obiectului, cea mai avansată spre privitor, la dreapta și la stânga ei, corespunzător lui M și M_{90} (fig. 13.2.2).

② Punctul P este determinat grafic.

Fie un element de arhitectură ale cărui dimensiuni se cunosc, de exemplu o ușă (fig. 13.2.3). Cu ajutorul înălțimii I la o anumită scară, se determină un plan frontal ce intersectează planul orizontal din perspectivă după dreapta xx' . Pe această dreaptă se măsoară la aceeași scară lățimea cunoscută (L) a ușii. Cu ajutorul unui punct de fugă K , se translatează ușa pe aceeași direcție, din profunzime către privitor, pînă când înălțimea ei devine aceeași cu înălțimea luată la scară (I). Se determină astfel punctul de măsură M_{90} al direcției de fugă F_{90} a peretelui. Avînd acest punct de măsură se pot obține toate celelalte elemente de care este nevoie: punctul principal de privire P , punctul ω și celălalt punct de măsură M .

Pentru a mări precizia restituției perspective, sînt necesare mai multe verificări.

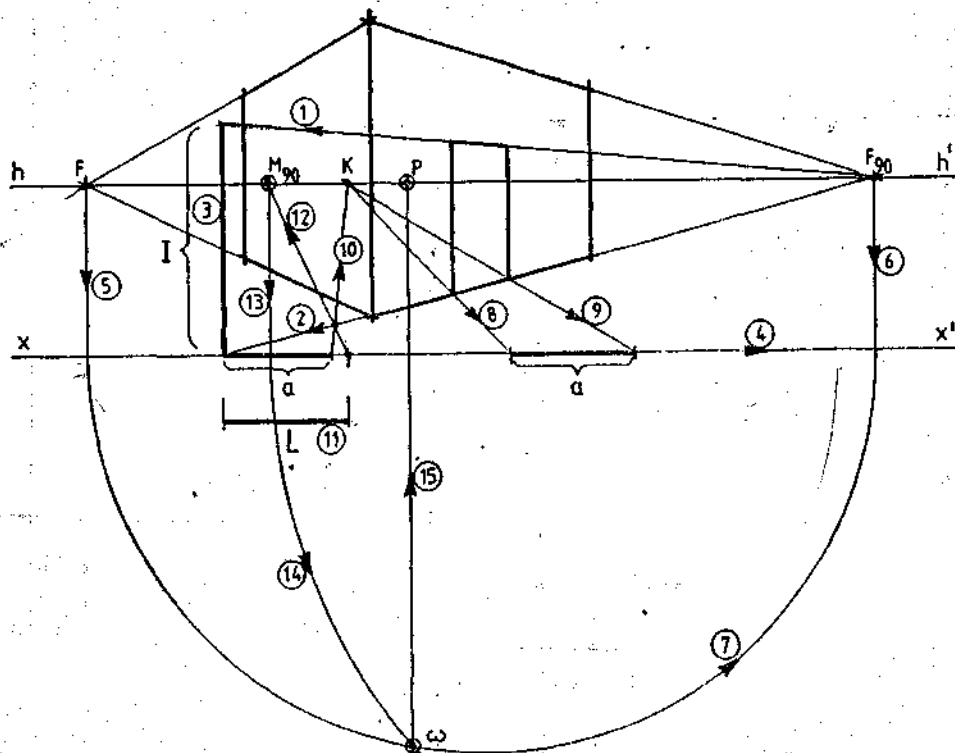


fig. 13.2.3

14.

PERSPECTIVA PE TABLOU ÎNCLINAT

14.1. GENERALITĂȚI

În perspectiva de observație sînt foarte numeroase situațiile cînd pentru a putea cuprinde în cîmpul vizual o construcție foarte înaltă trebuie să se privească de jos în sus. Ansamblurile de arhitectură pot fi privite și de pe înălțimi de relief sau din avion. În aceste cazuri, direcția de privire nu mai este orizontală, iar dacă trebuie construită perspectiva într-o astfel de situație tabloul ales nu mai este vertical, ci înclinat. De asemenea, se impune alegerea unui tablou înclinat de perspectivă pentru construcția perspectivelor de interior a boltilor și a plăfoanelor.

În cazul perspectivei pe tablou înclinat verticalele din spațiu apar concurente într-un punct de fugă F_v . După direcția principală de privire, perspectiva pe tablou înclinat poate fi:

- *ascendentă*, cînd punctul de fugă al verticalelor este situat deasupra liniei orizontului (fig. 14.1.1);
- *descendentă*, cînd punctul de fugă al verticalelor este situat sub linia de orizont (fig. 14.1.2).

Deoarece verticalele din spațiu nu mai sînt paralele cu tabloul, ele apar concurente în perspectiva pe tablou înclinat. Aceste verticale se comportă ca orice dreaptă privită oblic din perspectiva pe tablou vertical. Deci în perspectiva pe tablou înclinat nu se mai păstrează aceeași unitate de măsură

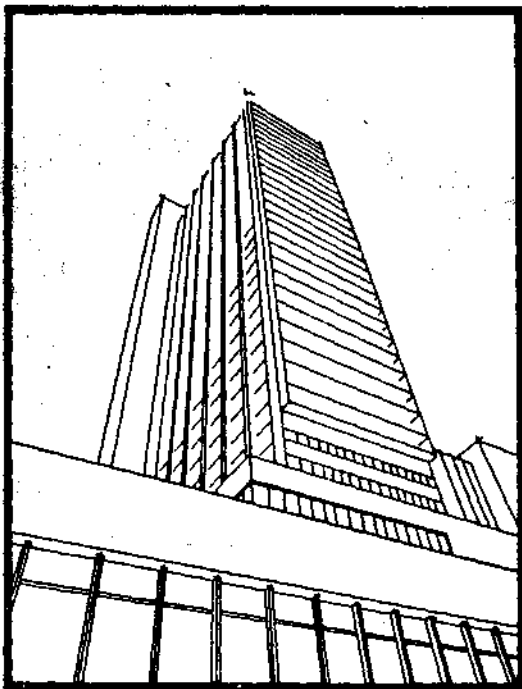


fig. 14.1.1

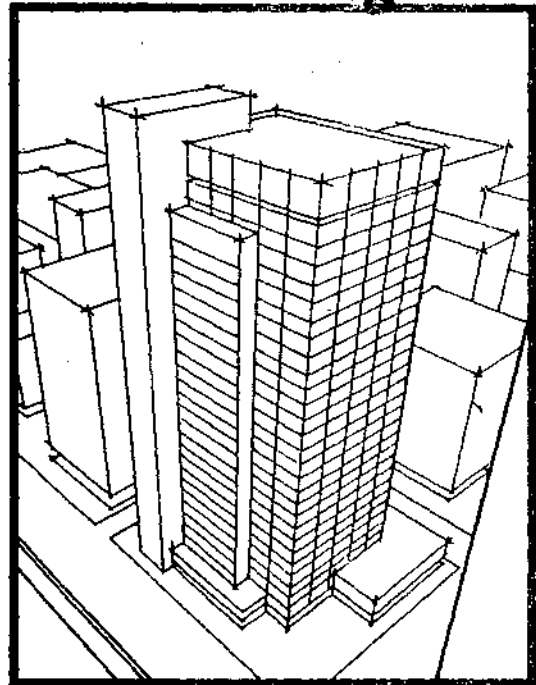


fig. 14.1.2

pe verticală, ea micșorându-se odată cu depărtarea după legile descreșterii perspective. În perspectiva pe tablou înclinat punctul de privire P nu mai este situat pe linia orizontului, ci deasupra sau sub ea, în funcție de tipul perspectivei (ascendentă sau descendentă).

14.2. TRECEREA DE LA PERSPECTIVA PE TABLOU VERTICAL LA PERSPECTIVA PE TABLOU ÎNCLINAT

O primă trecere către perspectiva pe tablou înclinat se poate face rotind cu 90° desenul perspectiv

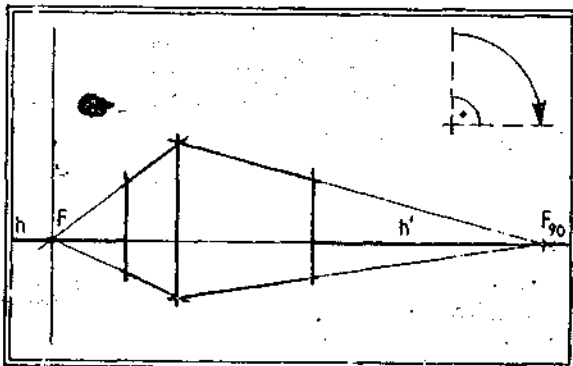


fig. 14.2.1

construit pe tablou vertical din figura 14.2.1. Se obține o perspectivă de tip frontal pe tablou înclinat (fig. 14.2.2). Dreapta de fugă a planurilor verticale (ce trece prin F) devine noua linie de orizont, iar vechea linie de orizont devine dreaptă de fugă a planurilor verticale laterale din perspectiva pe tablou înclinat. Punctul de fugă F capătă același rol cu punctul de fugă al dreptelor de capăt din perspectiva pe tablou vertical. Acest punct se numește **punct pseudoprincipal de privire** și se notează cu P_h . Punctul de fugă F_{90} devine punctul de fugă al verticalelor, și se notează cu F_v . Se presupune că prisma aleasă are fața orizontală pătrată. Dacă se prelungesc diagonalele ei se obțin pe linia orizontului două puncte de fugă ale unor direcții perpendiculare (fig. 14.2.3). Acestea pot fi punctele de fugă F și F_{90} ale unei prisme rotite cu 45° față de prisma dată.

14.3. CONFIGURAȚIA PUNCTELOR DE FUGĂ ȘI DE MĂSURĂ

Cele trei puncte de fugă formează un triunghi. Oricare din laturile acestui triunghi poate să devină linia orizontului pentru o perspectivă pe tablou înclinat. Punctul pseudoprincipal se determină pe una din laturi, ducându-se din vârful opus al triunghiului punctelor de fugă o perpendiculară

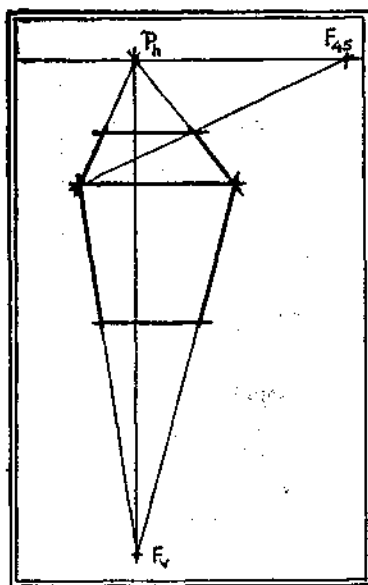


fig. 14.2.2

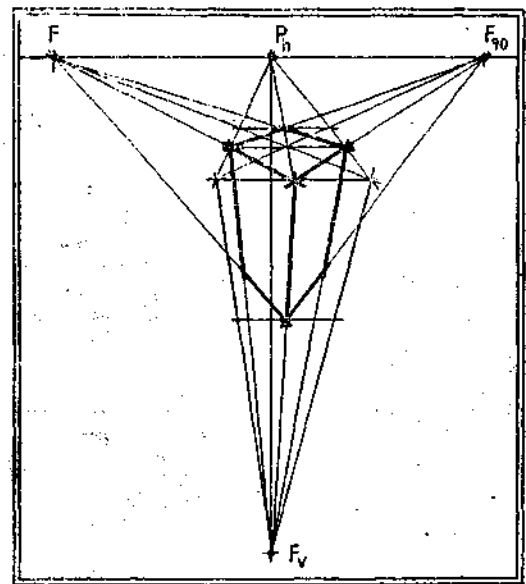


fig. 14.2.3

pe ea. La intersecția celor trei perpendiculare (înălțimi în triunghi) se găsește punctul principal de privire P . Acesta este deci ortocentrul triunghiului punctelor de fugă. Aceste puncte de fugă sînt urmele pe tablou a trei drepte perpendiculare două cîte două în punctul de vedere Ω . Două din aceste drepte sînt orizontale, iar a treia este verticală. Configurația punctelor de fugă este deci identică cu triunghiul urmă al axelor unui sistem ortogonal, din reprezentările axonometrice ortogonale (fig. 14.3.1). Într-o axonometrie ortogonală originea sistemului de axe din spațiu se proiectează în ortocentrul triunghiului urmă. Se poate spune deci că ortocentrul triunghiului punctelor de fugă F ,

F_{90} , F_v a trei direcții perpendiculare două cîte două (două orizontale și una verticală), care este proiecția ortogonală a punctului de vedere Ω pe tabloul inclinat de perspectivă, se numește punctul principal de privire P (fig. 14.3.2). Rezultă astfel șase puncte de măsură, din care numai trei sînt de lucru, iar celelalte trei pentru verificări. Cu ajutorul punctelor de măsură se pot face măsurători pe cele trei direcții concurente în P . Configurația punctelor de fugă și de măsură în perspectiva pe tablou inclinat conduce la axonometria conică, ce are ca axe cele trei direcții de fugă concurente în P . Unitățile de măsură pe cele trei axe sînt determinate cu ajutorul punctelor de măsură.

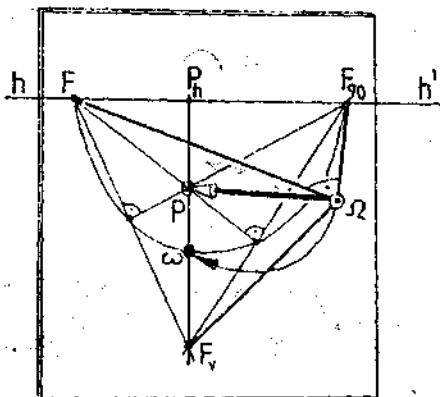


fig. 14.3.1

14.4. CONSTRUCȚIA PERSPECTIVEI PE TABLOU INCLINAT

PĂTRATUL ȘI CUBUL

Mai întii se fixează în tablou triunghiul celor trei puncte de fugă. Cu cît punctul de fugă al verticalelor F_v este ales mai depărtat de linia orizontului, cu atît fuga verticalelor este mai lentă, deci unghiul sub care se privește este în plan vertical mai aproape de 90° . Se află apoi pe fiecare latură a triunghiului punctul de fugă F_{45} . În perspectiva pe tablou inclinat se alege muchia verticală AB a cubului (fig. 14.4.1). Construcția perspectivei cubului se face după metoda explicată la perspectiva pe tablou vertical.

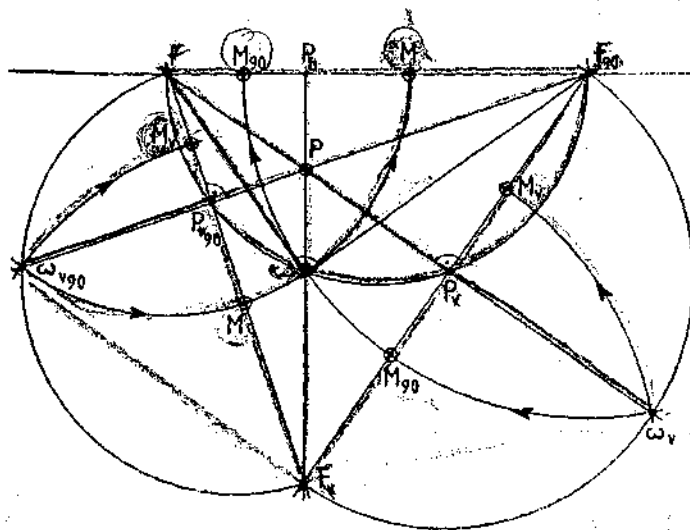
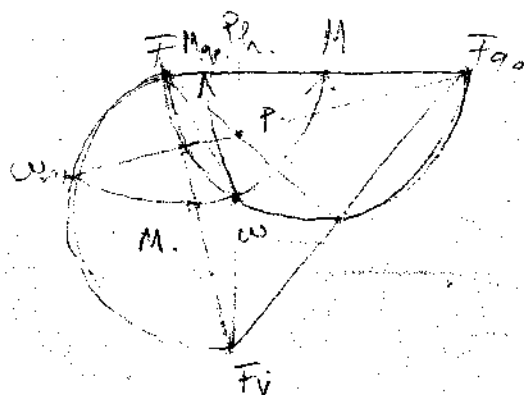


fig. 14.3.2



POZ. DE FUGĂ DIAGONALĂ

Pentru construirea perspectivei pe tablou înclinat a unei prisme drepte dreptunghiulare, de dimensiuni cunoscute, se pot folosi punctele de fugă diagonale. Pe fiecare latură a triunghiului punctelor de fugă se construiește semicercul pe care se află punctul corespunzător direcțiilor de fugă respective. În aceste puncte se construiește proiecția feței prisme, corespunzătoare celor două puncte de fugă și se află astfel punctele de fugă diagonale pe laturile triunghiului (fig. 14.4.2). Se pornește construcția perspectivei, de exemplu, de la muchia orizontală (ab), aleasă în tabloul de perspectivă. Perspectivea se construiește după metoda explicată la perspectiva pe tablou vertical.

FOLOSIREA PUNCTELOR DE MĂSURĂ

Se alege triunghiul punctelor de fugă și se determină trei puncte de măsură pentru cele trei di-

recții de fugă. Se determină punctele de măsură M și M_{90} pe linia orizontului și punctul M_v pe dreapta de fugă FF_v . Să se construiască perspectiva pe tablou înclinat a unei prisme drepte dreptunghiulare de dimensiuni date (l, m, n).

Se fixează direct în tablou vârful A al prisme, cel mai avansat către privitor. Se consideră că prin acest vîrf trece tabloul de perspectivă (fig. 14.4.3). Din vârful A se duc paralele la cele două drepte de fugă pe care sînt fixate punctele de măsură (linia orizontului și dreapta FF_v). Pe aceste paralele se iau dimensiunile prisme la scară și se unesc cu punctele de măsură respective. Se determină astfel muchiile prisme în perspectivă.

De remarcat că nici în perspectiva pe tablou înclinat nu pot apărea unghiuri apropiate de 90° , deoarece oricît ar fi de înclinată direcția principală de privire ea nu ajunge niciodată să fie perpendiculară pe planul orizontal, nici în perspectiva ascendentă, nici în cea descendentă (fig. 14.4.4).

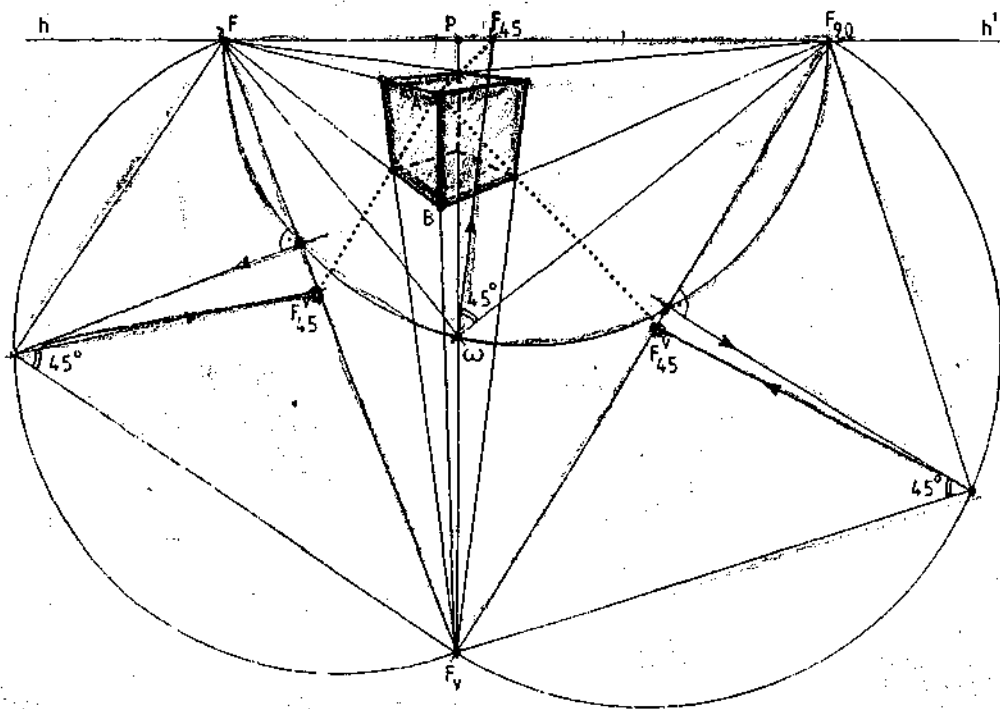


fig. 14.4.1

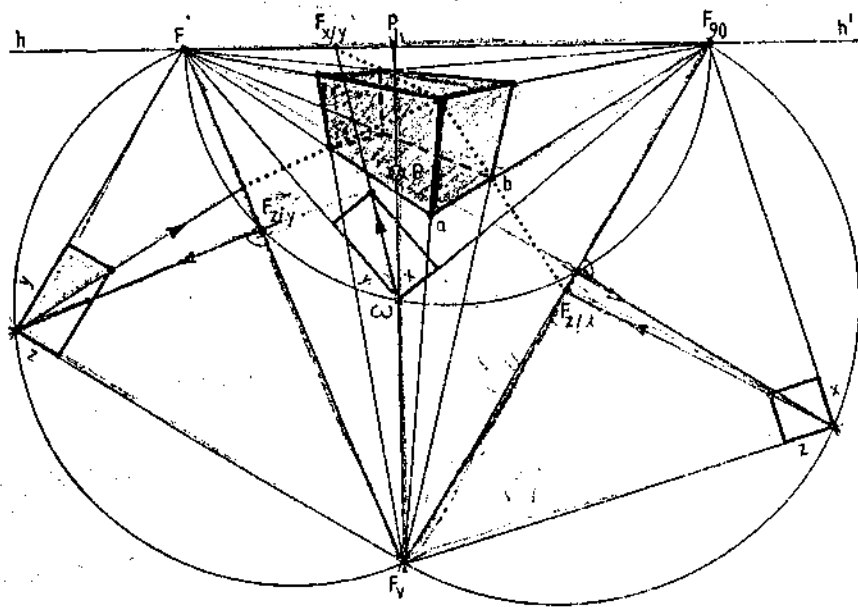


fig. 14.4.2

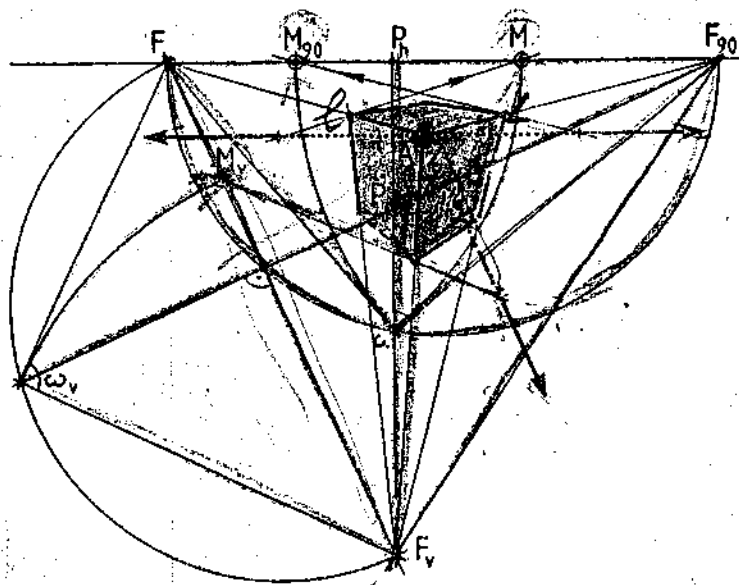


fig. 14.4.3

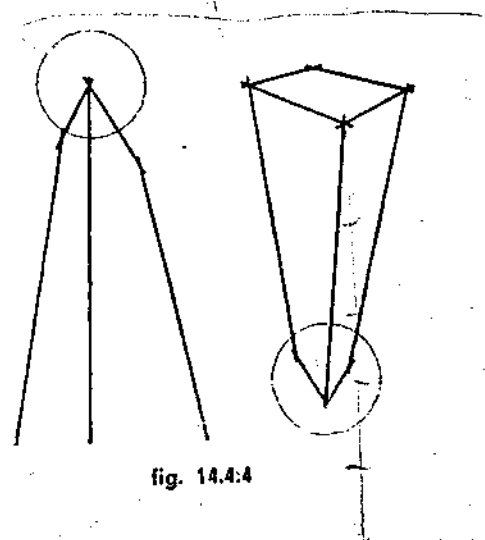


fig. 14.4.4

15.

REDAREA UNOR ASPECTE NATURALE ÎN PERSPECTIVĂ

15.1. GENERALITĂȚI

Construcția corectă a perspectivei volumului de arhitectură cu tratarea detaliilor nu este suficientă pentru a apropia desenul perspectivă de imaginea viitoarei construcții gândită de arhitect. Mai sînt necesare o serie de operații grafice, unele perfect geometrificate, altele mai greu de cuprins în niște reguli geometrice, care fac ca perspectiva să se apropie tot mai mult de realitate. Redarea în desenul perspectivă a fenomenului ogîndirilor, ca și trasarea umbrelor proprii și purtate sînt operații complet geometrificate și deci ușor și precis aplicate. Mai sînt o serie de fenomene mai puțin geometrificate, cum sînt degradarea luminii și a umbrei o dată cu depărtarea, degradarea culorilor, alte aspecte de redare a depărtării, care fac, de asemenea, ca perspectiva să se apropie de realitate. Cele geometrificate au fost cuprinse în studiul *perspectivei liniare*, iar celelalte fenomene, în studiul *perspectivei aeriene*.

Perspectiva de arhitectură trebuie să reprezinte un desen foarte precis și exact, care să conțină cît mai puține elemente convenționale. El trebuie să fie ușor de înțeles, să creeze imagini ale realului, deoarece se adresează în mare măsură nespecialiștilor — beneficiari și factori de decizie.

15.2. SCARA INTRINSECĂ A PERSPECTIVEI

Un aspect foarte important în apropierea perspectivei de imaginea realului este cel legat de reprezentarea obiectelor în același mod în care ele sînt percepute în spațiu. Astfel, desenele realizate trebuie să creeze imaginile obiectelor de dimensiunea și forma cunoscută. Toate acestea se realizează în raport cu dimensiunea omului.

Reprezentările axonometrice dau practic posibilitatea reprezentării tuturor obiectelor existente, iar mărimea lor este percepută în raport cu dimensiunile cunoscute și mai exact în raport cu dimensiunea omului. Desenul perspectivă poate să redea mărimea obiectelor chiar și în absența dimensiunii omului, deoarece el se apropie ca imagine de imaginile percepute de vederea umană.

O prismă dreaptă dreptunghiulară în reprezentarea axonometrică capătă diferite dimensiuni în raport cu dimensiunea omului (fig. 15.2.1). Se observă că forma obiectului nu s-a schimbat, ci doar dimensiunea lui. În aceeași prismă dreaptă dreptunghiulară, reprezentată axonometric, se desenează trei obiecte de dimensiuni diferite, dar cunoscute (fig. 15.2.2, a, b și c). Exemplul din figura 15.2.2, b) nu prezintă o imagine satisfăcătoare, deoarece pentru a avea muchiile aproape paralele autocamionul trebuie să fie văzut de la mare distanță, ori imaginea lui prezintă destul de multe detalii. O astfel de imagine nu se poate obține decît cu binoculul. Obiectele mici și foarte mari, în raport cu dimensiunea omului, pot fi reprezentate axonometric, fără ca imaginile lor să se depărteze de viziunea realului. Un pachet de țigări totdeauna va fi văzut într-o reprezentare aproape axonometrică, iar un bloc cu 10 etaje poate fi văzut astfel numai de la mare înălțime.

Deci, anumite tipuri de obiecte impun anumite tipuri de reprezentări. Se introduce astfel noțiunea de scară intrinsecă în reprezentările diferitelor obiecte.

În reprezentările axonometrice obiectele capătă scară în raport cu dimensiunea omului. Spre deosebire de axonometrie, perspectiva indică suficient de bine mărimea naturală a obiectelor.

În perspectivă, dimensiunea omului este perfect determinată, iar schimbarea acestei dimensiuni

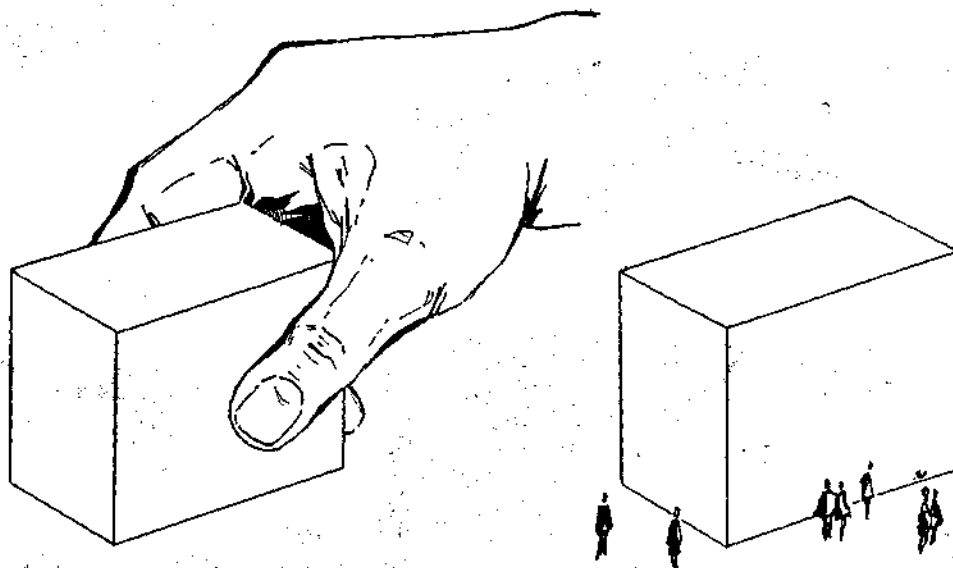


fig. 15.2.1

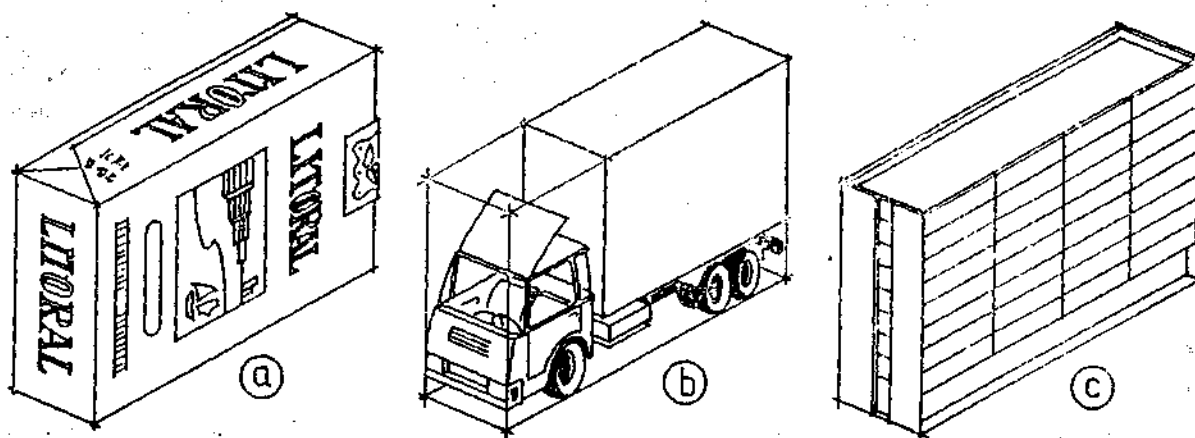


fig. 15.2.2

duce la schimbarea formei obiectului reprezentat. Astfel, într-o perspectivă pe tablou vertical la nivelul ochilor, simpla reprezentare a liniei de orizont indică scara obiectului reprezentat (fig. 15.2.3) și dimensiunea omului în perspectivă.

Dacă perspectiva este construită pe tablou înclinat, este vorba de un obiect foarte mare, ce nu a putut fi cuprins în câmpul vizual decât ridicând privirea (fig. 15.2.4); deci perspectiva pe tablou înclinat se apropie cel mai mult de realitate, nelăsând nici un dubiu imaginii create.

Schimbând dimensiunea omului în imaginile de mai jos se schimbă și forma obiectelor reprezen-

tate. Construcția înaltă din figura 15.2.3 s-a transformat într-o ladă ce are capacul înclinat spre spate (fig. 15.2.5), iar blocul-torn din figura 15.2.4 a devenit un stâlp de beton în formă de trunchi de piramidă (fig. 15.2.6). Se observă că cele mai mari modificări de dimensiune s-au petrecut în perspectiva pe tablou înclinat. Acest tip de perspectivă indică cel mai bine scara obiectelor.

Dacă se reprezintă obiectele din figura 15.2.2, într-o perspectivă pe tablou înclinat de tip ascendent (fig. 15.2.7), se pot constata următoarele: cel mai aproape de realitate este blocul cu 10 etaje; perspectiva autocamionului prezintă efecte elipsive, iar pachetul de țigări nu va putea fi văzut ~~ent~~

Problema se analizează în planul vertical format de raza incidentă și raza reflectată (fig. 15.3.1).

Punctul A trimite în Ω o rază directă și o rază care se reflectă în punctul α , situat în așa fel pe oglindă ca unghiul de incidență $A\alpha N$ să fie egal cu unghiul de reflexie $N\alpha\Omega$. Dreapta αN este perpendiculară pe oglindă. Prolungind raza reflectată $\Omega\alpha$ pînă la intersecția cu verticala din A , se obține punctul A' , simetric cu A față de oglindă, deci, din punctul Ω observatorul vede punctul α de pe oglindă confundat cu A' .

Fie perspectiva unei case pe marginea unui lac (fig. 15.3.2). Oglindirea se face prin simetrie în raport cu planul orizontal al apei, prelungit pînă la linia orizontului pe sub orice forme de relief sau obiecte. Pentru a afla oglindirea unui punct se coboară din el o verticală, pe care se măsoară, de la planul apei, în jos, cota punctului față de acest plan (fig. 15.3.3). Problema nu se repetă pentru fiecare punct în parte, deoarece o dreaptă și oglin-

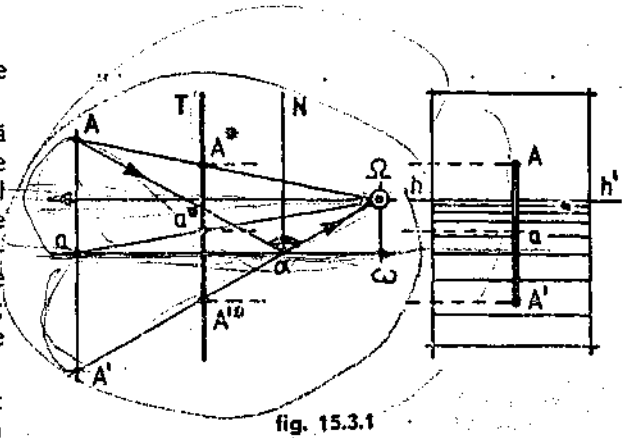


fig. 15.3.1

direa ei sînt concurente în punctul de fugă al dreptei respective. În figura 15.3.2 se observă că, prin oglindire, intradosul teraselor se vede mai mare decît în vedere directă. În cazul că punctul de vedere ar fi mai sus, aceste intradosuri nu apar în perspectivă, dar ele se văd în oglindire, pe suprafața

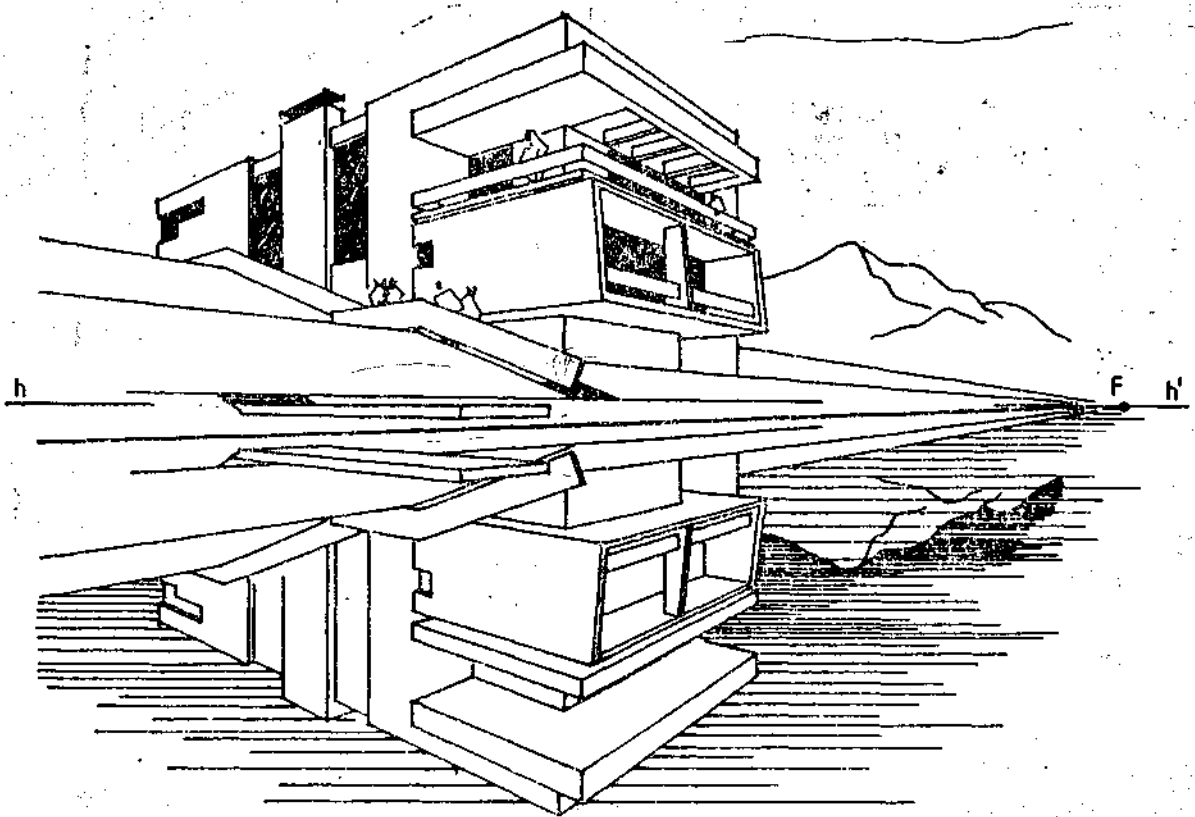


fig. 15.3.2

apei (de exemplu, intradosul debarcaderului). Cu cât un obiect este mai depărtat de apă, cu atât se vede mai puțin din oglindirea lui. În perspectiva noastră, oglindirea taluzului acoperă o parte din oglindirea casei și aproape total oglindirea obiectelor depărtate de apă. Dacă unghiul taluzului este mai mic decât unghiul de vedere sub care este privit, atunci el nu mai apare în oglindire (fig. 15.3.4).

Oglindirea obiectelor foarte depărtate, cum sînt munții și dealurile de la orizont, se face prin simetrie față de linia orizontului. Pentru a cuprinde în unghiul vizual și oglindirea obiectului trebuie să ne depărtăm de el mai mult decât în cazul perspectivei fără oglindire. Deci în studiul alegerii punctului de vedere trebuie să se țină seama și de oglindirea obiectului, care îi mărește de fapt dimensiunile pe verticală. În lipsa acestui studiu, oglindirea poate să iasă deformată sau, mai corect spus, nu se obține o oglindire întreagă (fig. 15.3.5). În cazul perspectivei cu orizont supraînălțat, studiul de alegere a punctului de vedere, la care se va ține seama de oglindire, este obligatoriu.

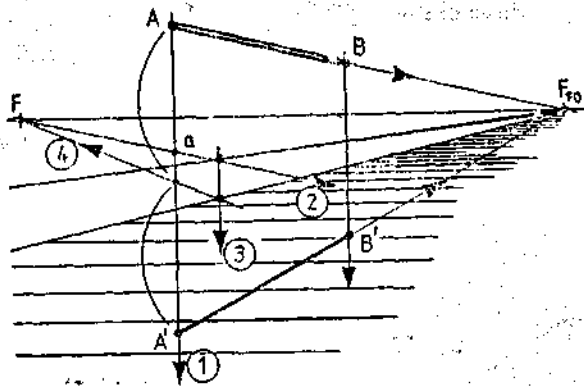


fig. 15.3.3

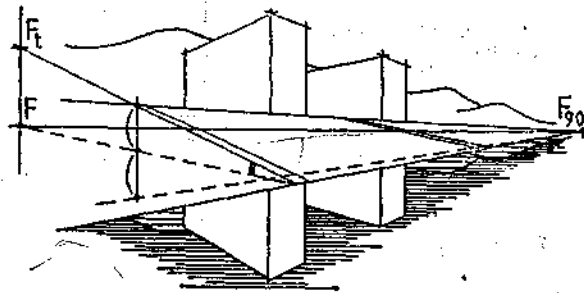


fig. 15.3.4

OGLINDIREA PE PLAN VERTICAL

Prin oglindirea pe plan vertical se face vizibil în perspectivă spațiul virtual. Este o problemă metrică de perspectivă liberă, ce se rezolvă cunoscînd poziția punctului de vedere în raport cu tabloul. Problema este de fapt de a determina în perspectivă simetricul unui punct față de un plan vertical, considerat oglindă.

După poziția oglinzii față de observator se deosebesc trei cazuri:

- oglinda este perpendiculară pe tablou;
- oglinda este paralelă cu tabloul;
- oglinda este un plan vertical oarecare.

1) În cazul cînd oglinda este perpendiculară pe tablou, simetria se face într-un plan paralel cu tabloul (fig. 15.3.6).

2) În cazul cînd oglinda este paralelă cu tabloul, problema se rezolvă în două moduri:

a) Simetricul se află cu ajutorul diviziunilor perspective (fig. 15.3.7). Se alege un punct K pe linia de orizont cu ajutorul căruia se determină în planul frontal, al verticalei Aa, o unitate x corespunzătoare distanței pînă la oglindă. Luîndu-se încă o dată unitatea x în planul frontal, se determină simetricul față de oglindă.

b) Simetricul se află intersectînd cu oglinda planul vertical al dreptei (Aa), ce se ia perpendicular pe oglindă. Prin mijlocul dreptei de intersecție rezultată, trece diagonala dreptunghiului format de dreapta (Aa) și oglindirea ei (fig. 15.3.8).

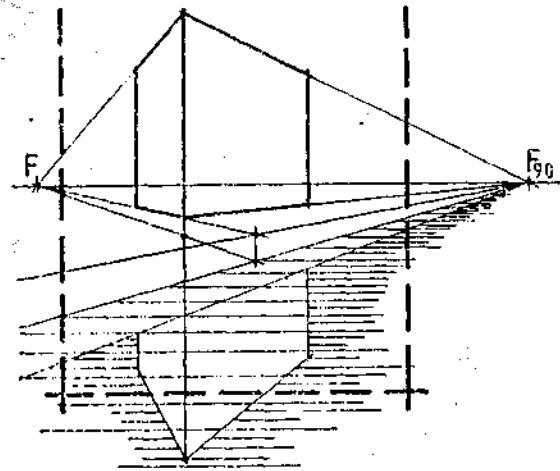


fig. 15.3.5

Oglinda este paralelă cu tabloul

Oglinda este paralelă cu tabloul

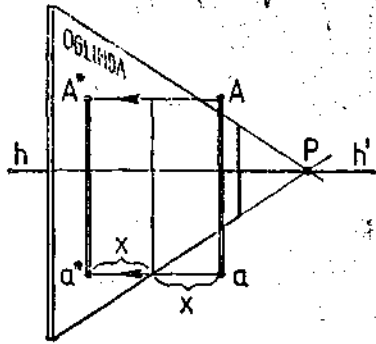


fig. 15.3.6

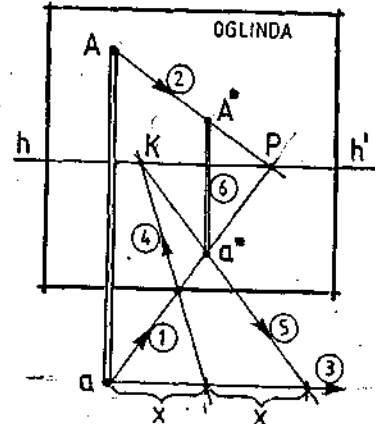


fig. 15.3.7

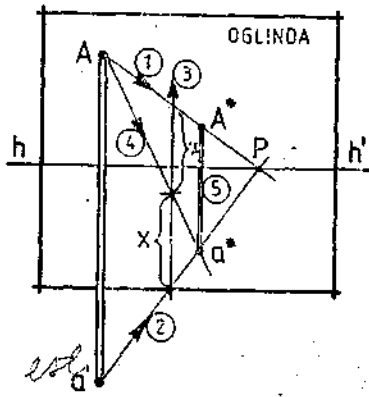


fig. 15.3.8

Oglinda este paralelă cu tabloul

3) În cazul când oglinda este un plan vertical oarecare trebuie să se cunoască poziția observatorului față de oglindă, cu ajutorul căreia se află punctul de fugă F_{90} al direcției perpendiculare pe planul oglinzii. Fie în perspectivă oglinda dată prin urma ei orizontală (U), verticala (Aa) și punctul principal de privire P (fig. 15.3.9). Problema se rezolvă fie prin diviziuni perspective, fie intersectând planul oglinzii cu planul verticalei (Aa), luat perpendicular pe oglindă.

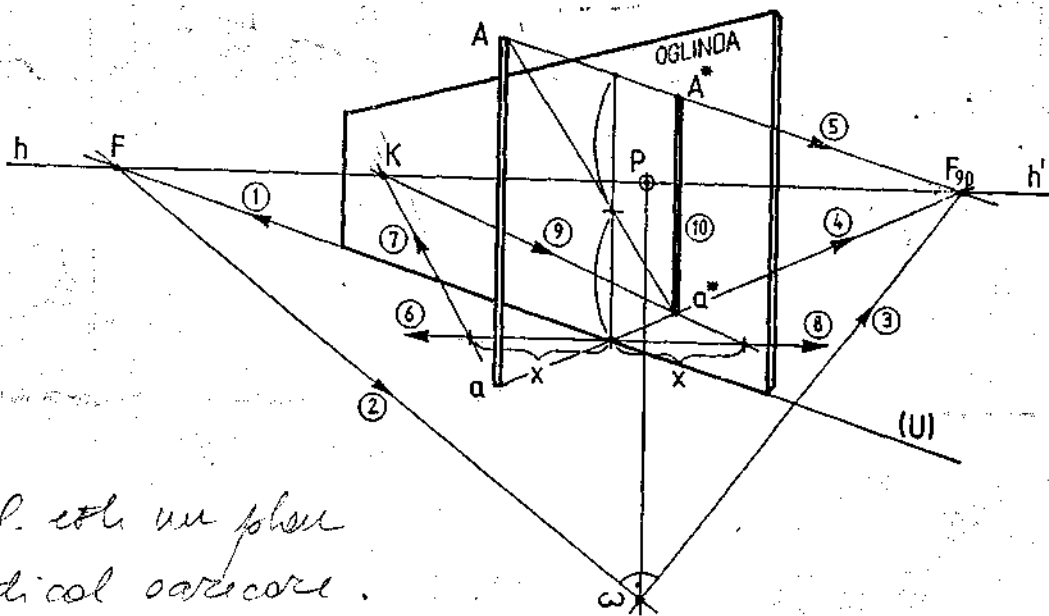


fig. 15.3.9

Ogl. este un plan vertical oarecare.

OGLINDA DE CAPĂT

Problema se rezolvă în plan frontal (fig. 15.3.10). Se intersectează planul frontal al verticalei cu planul de capăt al oglinzii. Pe dreapta de intersecție se duc perpendiculare și se construiește pe ele oglindirea prin simetrie.

OGLINDA ÎNCLINATĂ FRONTAL

Fie un cub în perspectivă frontală, în care se ia o oglindă înclinată frontal spre privitor (fig.15.3.11). Problema este de a găsi direcția perpendicularelor din extremitățile verticalei pe planul oglinzii. Se va rezolva problema pe fața din dreapta a cubului, făcând analogia cu problema din proiecția ortogonală. Odată găsită direcția acestei perpendiculare pe oglindă, se află și punctul ei de fugă pe dreapta

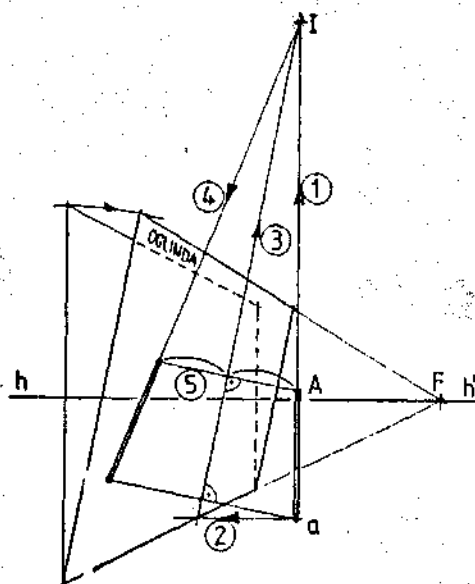


fig. 15.3.10

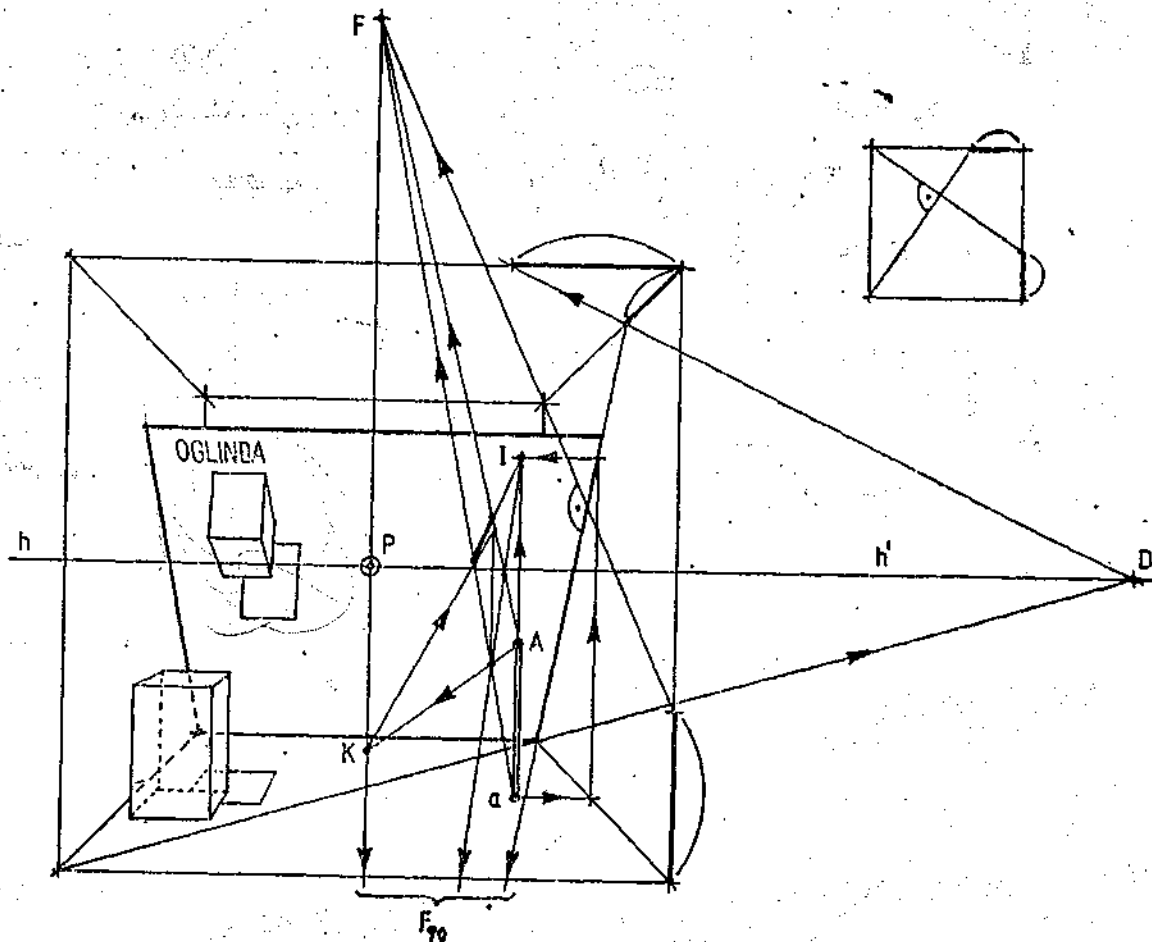


fig. 15.3.11

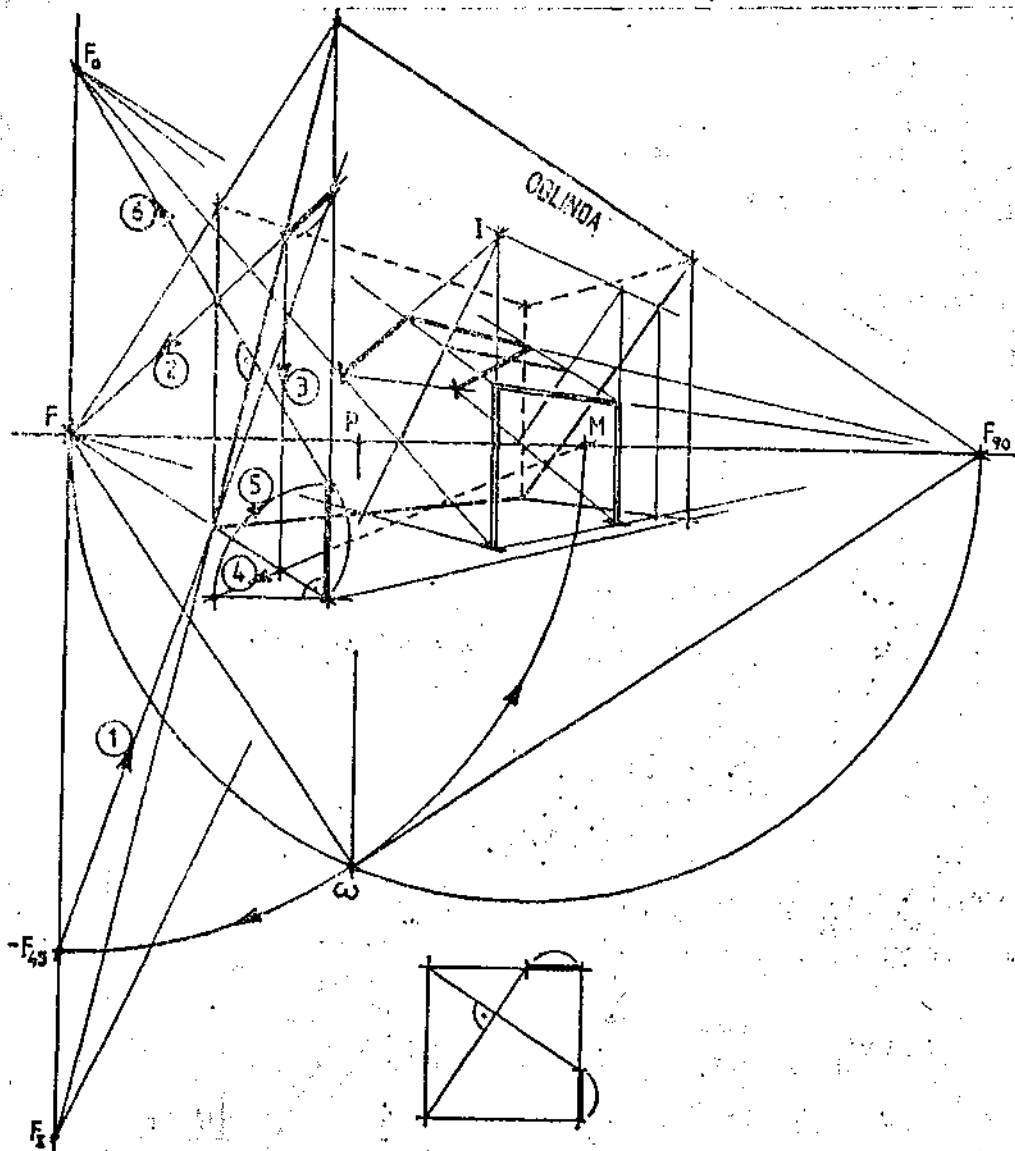


fig. 15.3.12

ta de fugă ce trece prin P. Se va construi simetricul verticalei în planul ei de capăt (care este perpendicular pe oglindă). Se intersectează acest plan de capăt vertical cu oglinda și se construiește simetricul (în perspectivă) față de dreapta de intersecție.

OGLINDA ÎNCLINATĂ OARECARE

Pentru a ușura rezolvarea acestei probleme se consideră oglinda drept planul diagonal al unei prisme drepte dreptunghiulare (fig. 15.3.12). Simetricul verticalei se va afla în planul ei vertical, ca-

re are ca dreaptă de fugă verticală ce trece prin punctul F. Acest plan este perpendicular pe oglindă. Pe fața stângă a prisme se va afla direcția perpendiculară pe oglindă. Pe această față se construiește un pătrat și se procedează ca într-o proiecție ortogonală, folosind punctul $-F_{45}$ și punctul de măsură M. Punctul de fugă al acestei direcții perpendiculare se află pe dreapta de fugă a fețelor verticale ale prisme, ce trece prin punctul F. Apoi se intersectează cu oglinda planul ce trece prin verticală și este perpendicular pe oglindă. Față de dreapta de intersecție, se construiește în perspectivă simetricul verticalei.

15.4. TRASAREA UMBRELOR ÎN PERSPECTIVĂ

GENERALITĂȚI

Umbrele în perspectivă întregesc senzația de relief și adâncime, iar în combinație cu elementele de perspectivă aeriană contribuie la redarea unei imagini mai vii a aspectelor spațiale. Pentru a ușura înțelegerea trasării umbrelor în perspectivă, studiul teoretic trebuie dublat de perspectiva de observație, cum și în desenul după natură de foarte multe ori se face apel la aspectul teoretic al acestui studiu. În perspectiva de arhitectură cunoașterea traseului umbrelor are o importanță deosebită, atât în reprezentarea corectă a viitoarelor construcții, cât și în însuși procesul de proiectare a lor. Deci, studiul umbrelor nu este un scop în sine, ci un mijloc de redare a formei și a proporțiilor obiectului proiectat.

După natura sursei de lumină studiul umbrelor îmbracă două aspecte:

— când sursa de lumină este la distanță finită, rezultă așa-numitele umbre „la luminare” sau „la bec” și sînt folosite mai ales în perspectiva de interior;

— când sursa de lumină este considerată la infinit, rezultă umbrele „la soare” folosite în perspectiva de exterior.

Trasarea umbrelor în perspectivă este o problemă de perspectivă liberă, ce constă în intersecții de drepte cu plane, adică intersecțiile dintre razele de lumină cu suprafețele diferitelor obiecte.

SOARELE ÎN PERSPECTIVĂ

Pentru a ușura studiul trasării umbrelor în perspectivă se va aproxima soarele cu un punct situat la infinit. După cum s-a mai arătat, soarele poate fi repre-

zentat în tabloul de perspectivă în raport cu linia orizontului. Fiind socotit un punct la infinit, se va reprezenta soarele printr-un punct ce are proiecția pe linia orizontului. În raport cu observatorul, soarele poate ocupa pe bolta cerească trei poziții:

— soarele în fața observatorului — soare real — se reprezintă în tabloul de perspectivă deasupra liniei orizontului (fig. 15.4.1, a);

— soarele în spatele observatorului — soare virtual — se reprezintă în tabloul de perspectivă sub linia orizontului (fig. 15.4.1, b);

— soarele lateral — în planul neutru — nu are reprezentare în tabloul de perspectivă, razele de lumină se iau paralele cu o direcție aleasă (fig. 15.4.1, c).

În tabloul de perspectivă soarele mai poate fi reprezentat la răsărit sau la apus, cînd se confundă cu proiecția sa pe linia orizontului (fig. 15.4.1, d).

UMBRA LA SOARE A PUNCTULUI ȘI A DREPTEI

Pentru a afla umbra punctului pe planul orizontal se intersectează raza de soare ce trece prin punctul respectiv, cu proiecția ei ce trece prin proiecția punctului (fig. 15.4.2). În același mod se află umbra verticalei. Din experiența trăită cât și din figura 15.4.2 se observă că umbra este de partea opusă soarelui, astfel că la un soare real umbra vine către privitor, iar la un soare virtual umbra se duce în profunzime. De asemenea, este cunoscut faptul că lungimea umbrei este în funcție de înălțimea soarelui pe boltă. Cu cât soarele este mai sus pe boltă, cu atât umbra verticalei este mai scurtă. La un soare virtual umbra verticalei este cuprinsă toată în câmpul vizual, indiferent de înălțimea soarelui pe boltă. În cazul soarelui real, umbra verticalei este cuprinsă în întregime în câmpul vizual

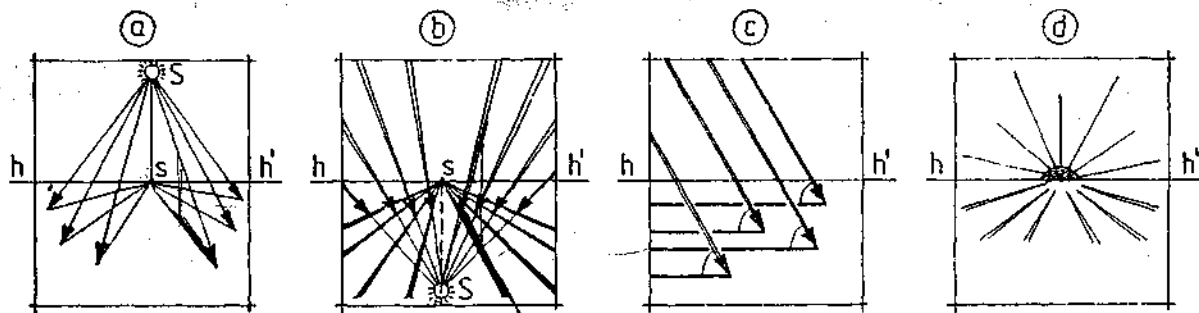


fig. 15.4.1

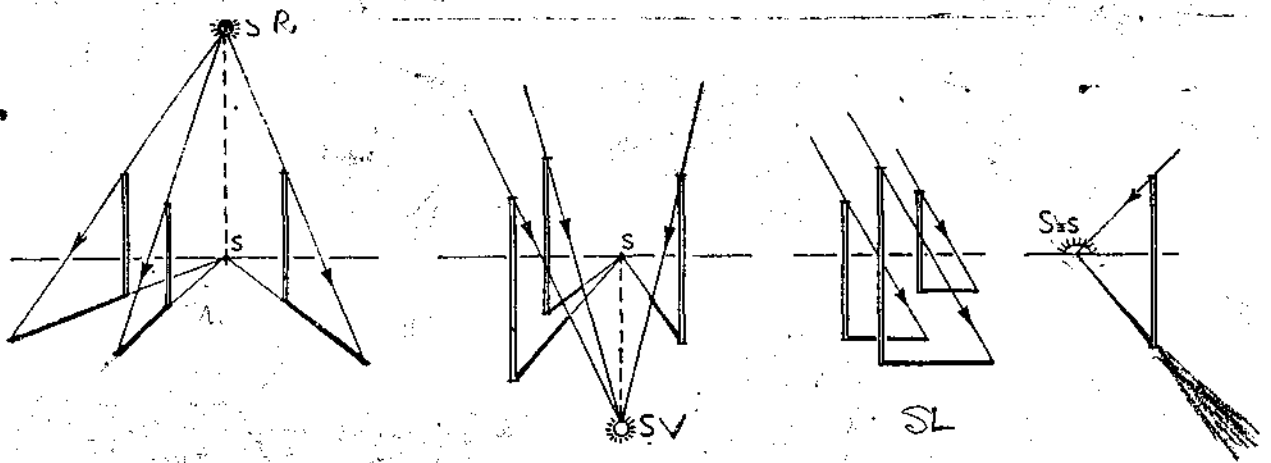


fig. 15.4.2

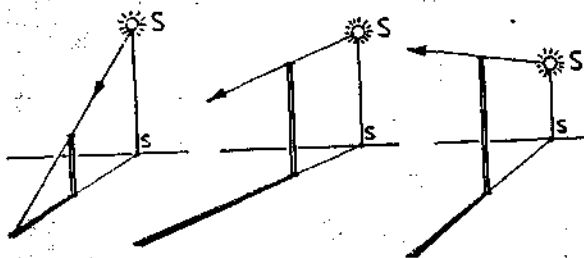


fig. 15.4.3

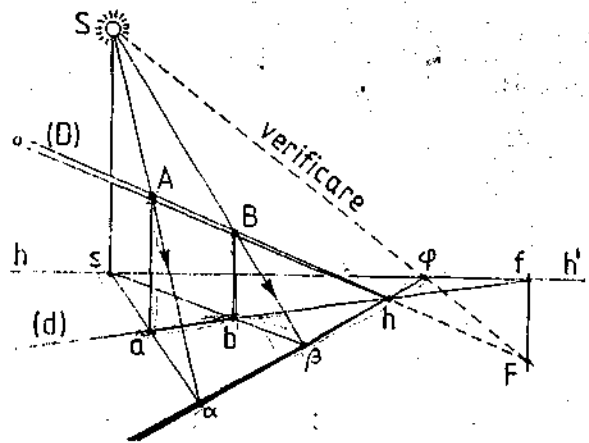


fig. 15.4.4

numai dacă soarele este foarte sus în raport cu înălțimea ei (fig. 15.4.3). Cunoșcând umbrele a două puncte se află umbra dreptei ce trece prin cele două puncte (fig. 15.4.4). Se observă că umbra pleacă din punctul de intersecție h al dreptei cu planul orizontal. Punctul φ este umbra punctului de fugă F al dreptei și se găsește pe linia orizontului unind soarele cu punctul de fugă F . Umbra punctului de fugă φ este necesară în cazul construirii mai multor drepte paralele în spațiu și care sînt concurente în punctul F (fig. 15.4.5). Dreapta de nivel este concurentă cu umbra ei în punctul de fugă F . Deci pentru a construi umbra dreptei de nivel este suficientă construcția unui singur punct de pe ea (fig. 15.4.6). De aici rezultă construcția umbrelor mai multor verticale coplanare de aceeași înălțime (fig. 15.4.7). Fiecare punct de pe dreapta de nivel împreună cu proiecția lui pe planul orizontal determină cite o verticală de aceeași înălțime. Deci, extremitățile umbrelor acestor verticale se găsesc pe o dreaptă concurentă în punctul de fugă F al dreptei de nivel, determinată de extremitățile acestor verticale. Pornind de la umbra pe planul orizontal se poate determina

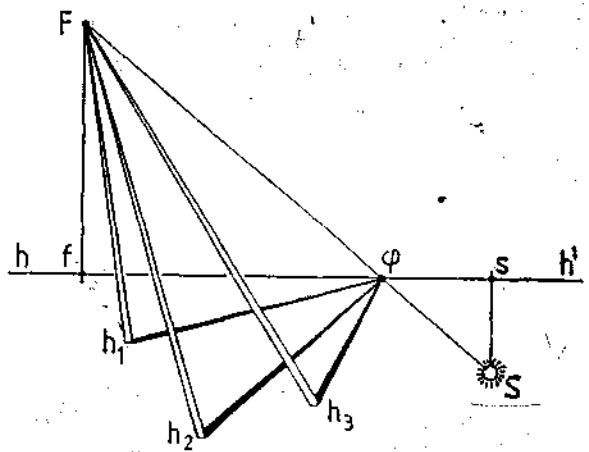


fig. 15.4.5

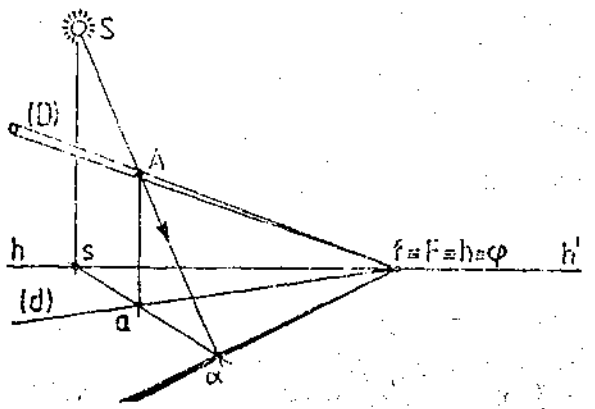


fig. 15.4.6

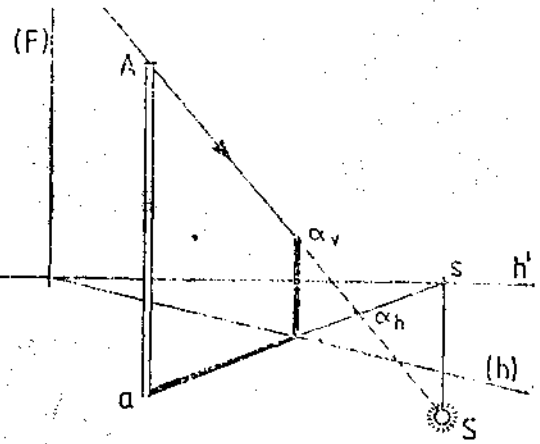


fig. 15.4.8

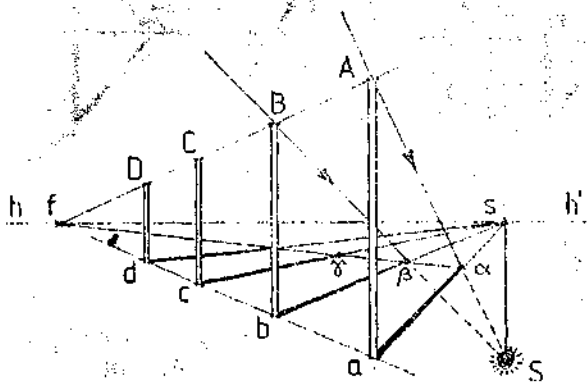


fig. 15.4.7

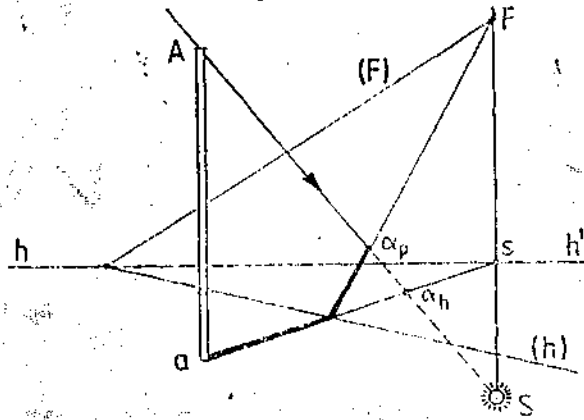


fig. 15.4.9

umbra verticalei pe un plan vertical, intersectând raza de lumină cu acest plan vertical. Construcția se rezumă la a intersecta de fapt planul umbrei (determinat de verticală și raza de lumină) cu planul vertical dat (fig. 15.4.8). Construcția este aceeași și în cazul umbrei verticalei pe un plan oarecare (fig. 15.4.9).

Să se deseneze în perspectivă umbrele lăstate de stâlpii de iluminat pe o stradă în pantă. Problema este deci de a construi umbrele unor verticale pe un plan înclinat (fig. 15.4.10). Pentru a ușura rezolvarea acestei probleme se alege un stâlp chiar pe dreapta de intersecție dintre planul înclinat și planul orizontal. Umbra acestui stâlp (Aa) se determină intersectând planul razelor de lumină cu planul înclinat dat. Umbra pe planul înclinat a acestui stâlp are ca punct de fugă punctul Φ , ce se găsește pe dreapta de fugă a planului înclinat, la intersecția cu verticala coborită din S. Punctul Φ este

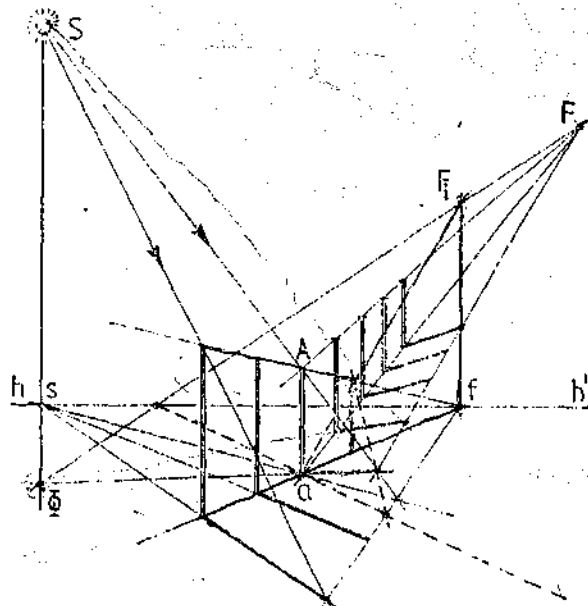


fig. 15.4.10

punctul de fugă al umbrelor acestor verticale pe planul înclinat dat.

Să se construiască umbrele unor drepte de nivel pe un plan vertical în cazul unui soare real. Umbra plecând din punctul de intersecție al dreptei de nivel cu planul vertical dat, problema se reduce la a intersecta raza de lumină, ce trece prin extremitatea dreptei de nivel, cu acest plan vertical (fig. 15.4.11). Se observă că umbrele celor două drepte de nivel sînt concurente în punctul Φ , ce se găsește pe dreapta de fugă a planului vertical, la intersecția cu dreapta FS (dreapta de fugă a planelor formate de razele de lumină și de dreptele de nivel respective). Deci, o altă rezolvare a problemei constă în a afla punctul Φ — punctul de fugă al umbrelor. Această rezolvare se poate aplica și în cazul unui soare virtual (fig. 15.4.12). În cazul soarelui real, umbrele sînt divergente către observator, iar în cazul soarelui virtual, umbrele sînt convergente către profunzime. Astfel se poate construi foarte ușor umbra balconului pe fațadă (fig. 15.4.13).

POZIȚIILE SOARELUI ÎN RAPORT CU PERSPECTIVA OBIECTULUI

Pentru a trasa umbrele în perspectivă trebuie să se aleagă una din cele trei poziții principale în care se poate găsi soarele în raport cu privitorul și deci în raport cu obiectul considerat, deoarece distanța dintre obiect și privitor se consideră neglijabilă față de distanța de la soare la obiect. Astfel, soarele poate fi real, virtual sau lateral (în planul neutru). Alegerea uneia din aceste poziții se face în raport cu scopul urmărit, astfel ca unele fețe să fie luminate și altele umbrite sau ca umbra purtată a obiectului să aibă o anumită direcție și întindere pe planul orizontal sau pe alte obiecte.

Odată aleasă poziția soarelui sînt determinate fețele umbrite și fețele luminate, deci separatoarea de umbră și lumină. Separatoarea de umbră și lumină este cea care aruncă umbra purtată (fig. 15.4.14).

Față de obiectul considerat, soarele poate fi ales astfel ca una din fețele verticale să fie luminită și

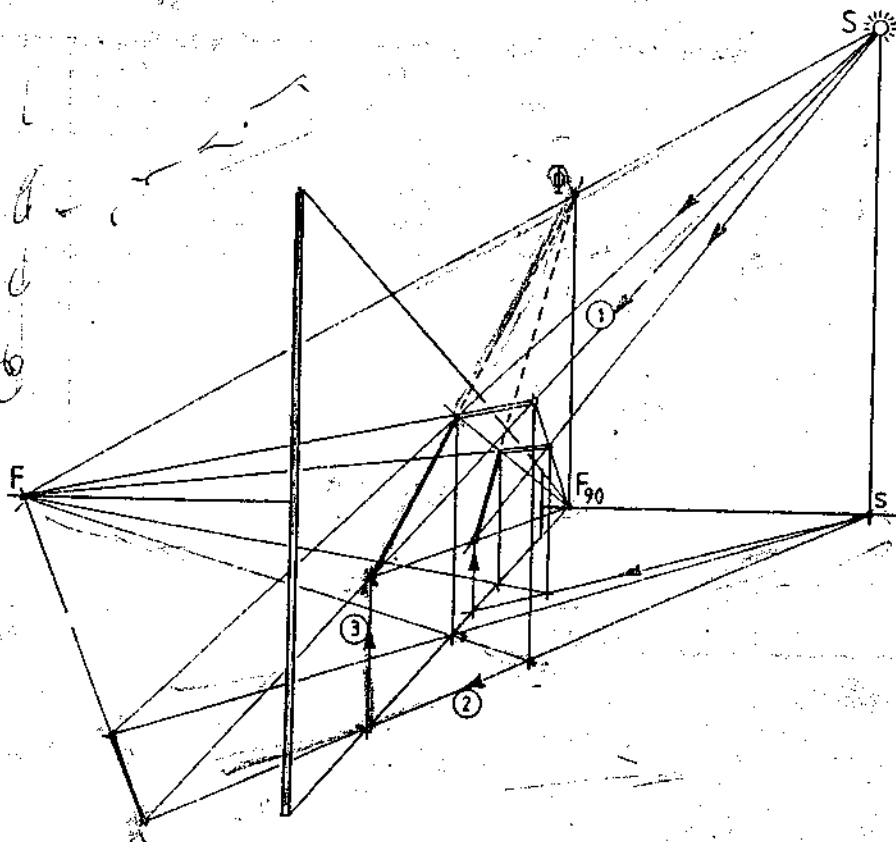


fig. 15.4.11

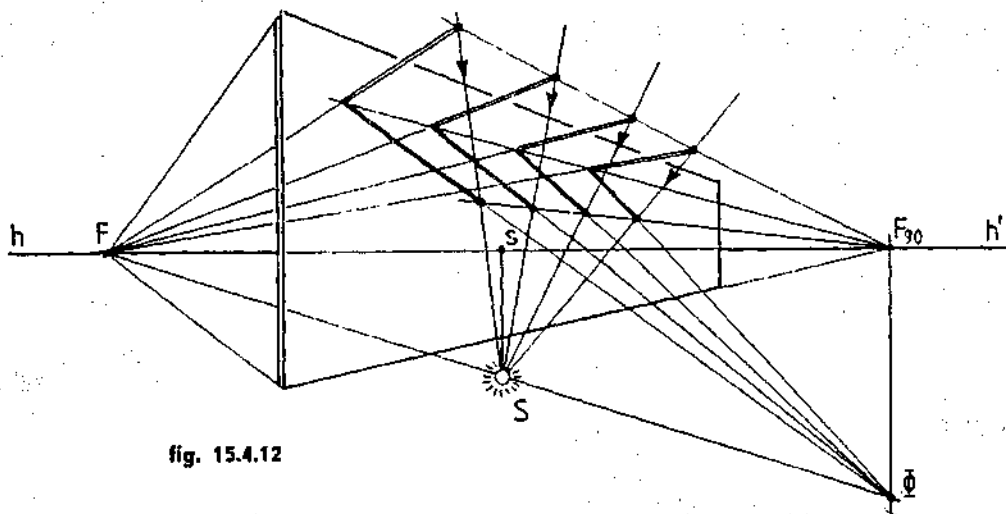


fig. 15.4.12

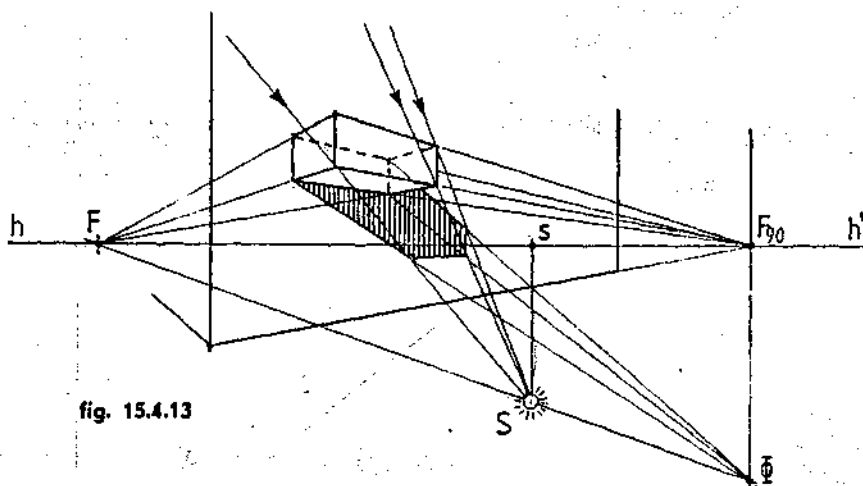


fig. 15.4.13

cealaltă umbrită — poziția soarelui este în afara punctelor de fugă — soare real (fig. 15.4.14) și soare virtual (fig. 15.4.15). Ambele fețe ale obiectului sînt luminate dacă soarele este virtual (în spatele observatorului) și se găsește între punctele de fugă (fig. 15.4.16). Dacă soarele se găsește între punctele de fugă, dar în fața observatorului (soare real) ambele fețe vizibile ale obiectului sînt în umbră proprie (fig. 15.4.17).

Pentru un soare în planul neutru, umbrele verticalelor sînt paralele cu linia orizontului. Soarele poate fi ales în planul neutru numai în cazul perspectivei la două puncte de fugă (fig. 15.4.18). Se observă că, în cazul unui soare real, umbra purtată a verticalei vine către privitor, iar în cazul soarelui virtual, umbra verticalei se duce către profunzime. Această observație ajută la rezolvarea problemei inverse, cînd se alege umbra și trebuie să se determine poziția soarelui; astfel : cînd umbra

verticalei este paralelă cu linia orizontului, soarele este în planul neutru, cînd umbra este deasupra acestei paralele la linia orizontului soarele este virtual, cînd umbra este sub această paralelă soarele este real (fig. 15.4.19).

Pentru umbra proprie a obiectului se disting șase poziții importante ale soarelui (fig. 15.4.20): patru în afara punctelor de fugă (două pentru soare real și două pentru soare virtual, cînd rezultă o față luminată și una umbră), una între punctele de fugă, cînd la soarele real rezultă ambele fețe vizibile întunecate, și alta la soare virtual (tot între punctele de fugă), cînd ambele fețe vizibile sînt luminate.

În cazul soarelui real, umbra purtată depinde de înălțimea acestuia pe boltă. Dacă înălțimea soarelui este egală sau mai mică decît dimensiunea în perspectivă a uneia din muchiile verticale ale obiectului, umbra acestuia pe planul orizontal nu

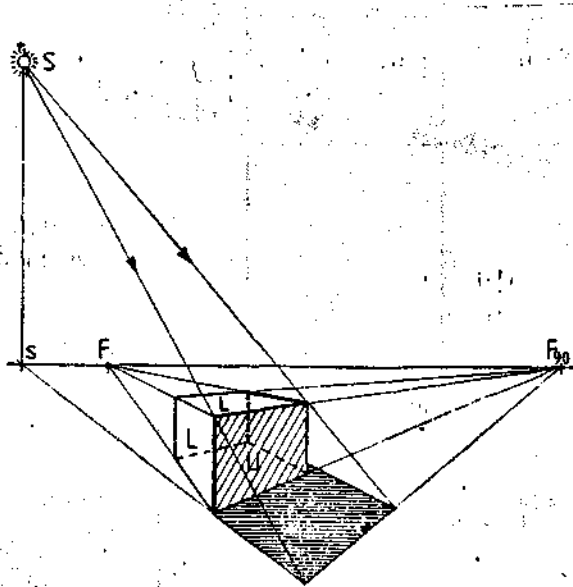


fig. 15.4.14

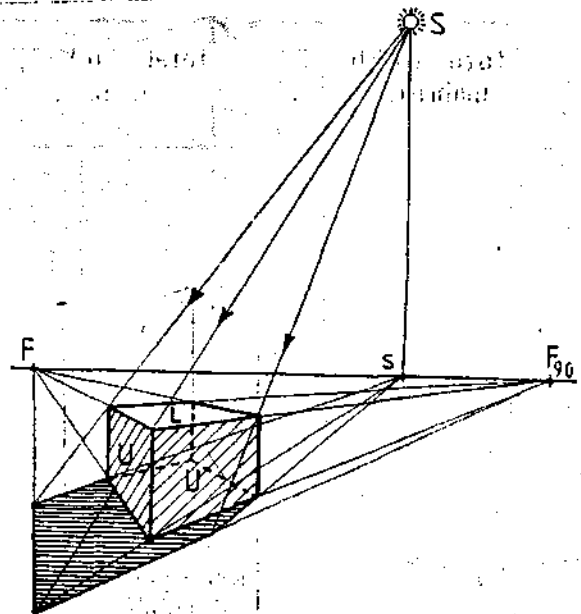


fig. 15.4.17

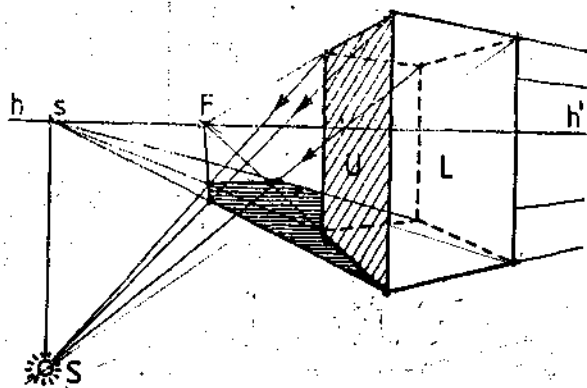


fig. 15.4.15

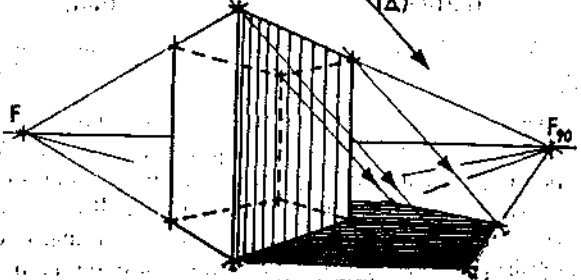


fig. 15.4.18

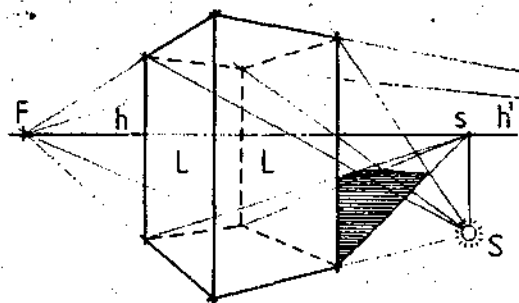


fig. 15.4.16

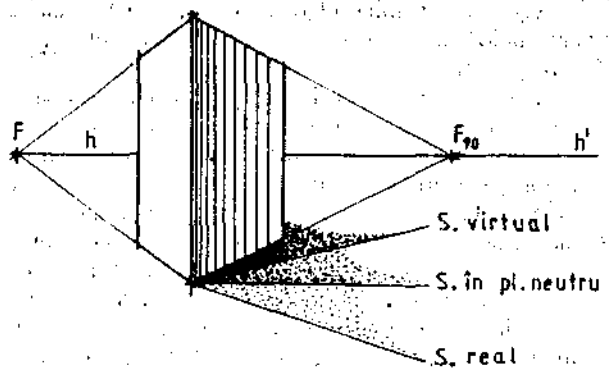


fig. 15.4.19

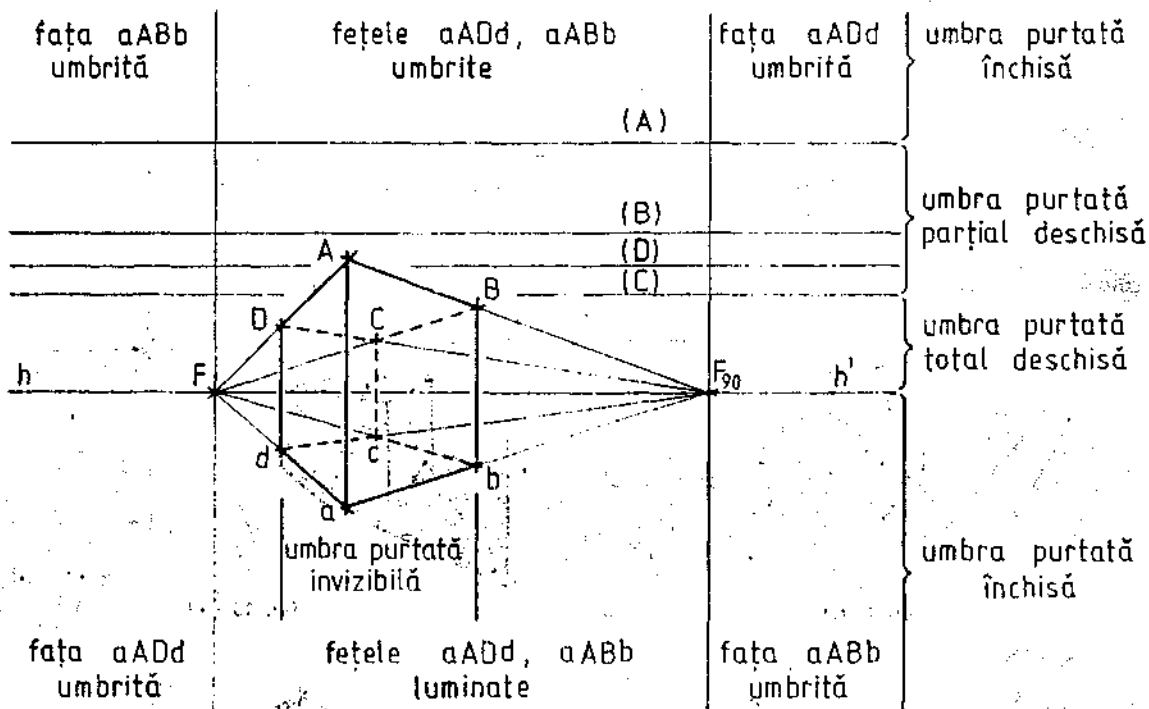


fig. 15.4.20

apare în întregime în tabloul de perspectivă (v. fig. 15.4.3). Astfel, umbra purtată a obiectului poate fi închisă în fața privitorului, parțial deschisă sau total deschisă, după cum înălțimea soarelui este mai mare sau mai mică decât înălțimea fiecărei muchii a obiectului, măsurate de la linia orizontului în sus (fig. 15.4.20).

În concluzie, pentru soarele real, înălțimea acestuia trebuie să fie suficient de mare pentru ca umbrele purtate să se închidă în fața privitorului și să nu fie prea lungi. Pentru soarele virtual nu se cere o asemenea condiție, dar pentru ca umbra purtată să fie vizibilă, el trebuie să fie luat în afara verticalelor de contur aparent al obiectului pus în perspectivă.

Problema trasării umbrelor în perspectivă se poate pune și invers — se alege umbra și apoi se caută poziția soarelui. Acest lucru apare necesar când se dorește obținerea unui anumit efect de umbră și lumină la un element de arhitectură și apoi trebuie să se traseze umbrele și pentru celelalte elemente. În practica perspectivei de arhitectură este bine să se aleagă întâi umbra dorită și apoi să se determine soarele. Alegând întâi soarele, s-ar putea să se ajungă la efecte nedorite de umbră și lumină, efecte ce nu ar fi în avantajul obiectului pus în perspectivă. În figurile 15.4.21 și 15.4.22 s-a

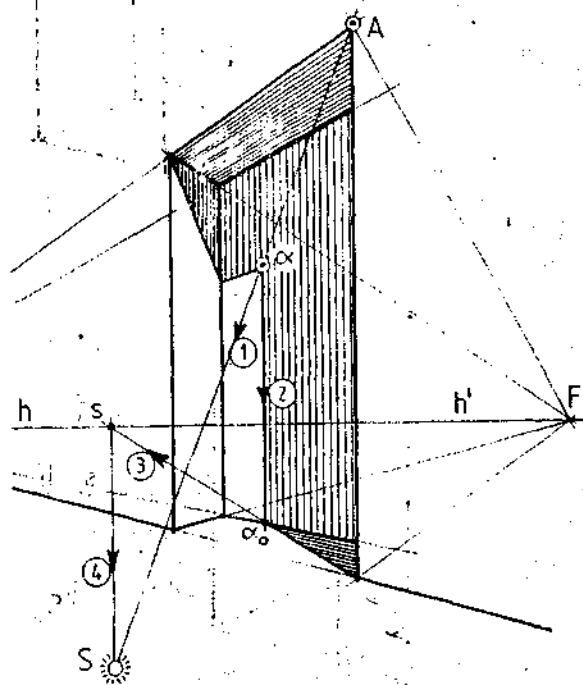


fig. 15.4.21

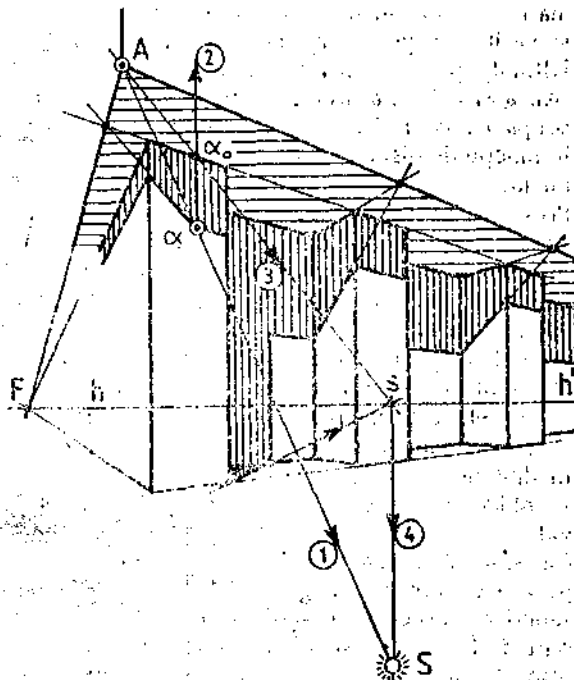


fig. 15.4.22

ales întâi umbra punctului A și apoi a fost determinat soarele în tabloul de perspectivă.

UMBRELE LA LUMINĂ ARTIFICIALĂ

Sînt cunoscute și sub denumirea de umbre „la lumină” sau „la bec”. Acestea sînt socotite surse de lumină punctuale la distanță finită. În tabloul de perspectivă liberă, o sursă de lumină punctuală la distanță finită se reprezintă printr-un bipunct (L, l), astfel că proiecția sursei pe planul orizontal (l) nu se mai găsește pe linia orizontului. În figura 15.4.23 se observă că umbrele unor verticale sînt concurente în proiecția sursei de lumină și sînt orientate divergent față de aceasta. Umbra pe plan vertical se determină ca și în cazul umbrei la soare — se determină întâi umbra pe planul orizontal și apoi se face intersecția cu planul vertical (fig. 15.4.24).

Spre deosebire de umbra la soare, în cazul umbrei la lumină artificială distingem două situații foarte frecvente:

- sursa de lumină are o cotă mai joasă decît înălțimea obiectului, deci umbra merge pînă la infinit (fig. 15.4.25);
- sursa de lumină se găsește deasupra obiectului și proiecția ei cade în interiorul bazei, deci toate muchiile feței superioare lasă umbră (fig. 15.4.26). Problema se complică foarte mult în cazul luminii artificiale cu mai multe surse de lumină.

UMBRELE LA LUMINĂ ARTIFICIALĂ

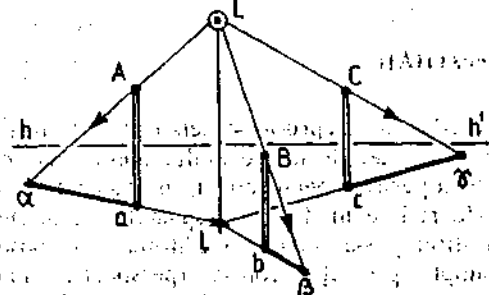


fig. 15.4.23

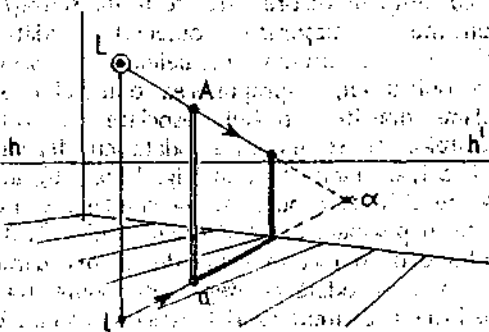


fig. 15.4.24

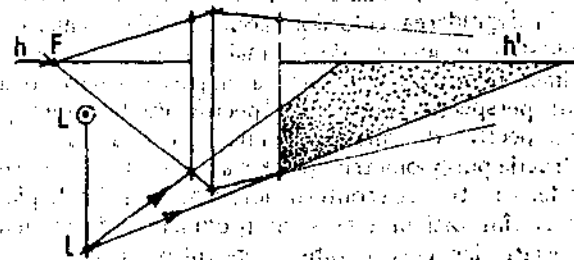


fig. 15.4.25

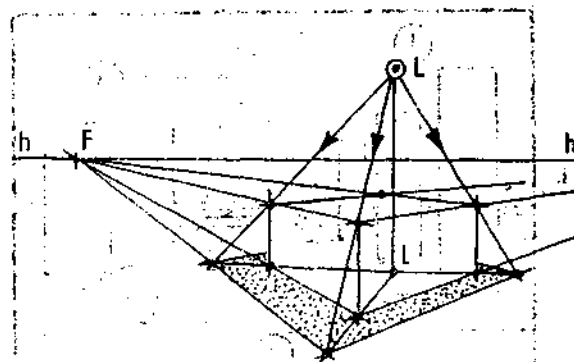


fig. 15.4.26

15.5. PERSPECTIVA AERIANĂ

GENERALITĂȚI

Preocupări de a apropia desenul de viziunea realului au existat de foarte multă vreme, dar odată cu descoperirea perspectivei, în Renaștere, studiul de redare în desen a aspectelor naturale s-a intensificat și s-a îmbogățit continuu. S-a observat că simpla proiecție conică (perspectiva liniară) bazată pe geometrizarea simțului vederii nu este suficientă pentru a apropia desenul perspectiv de imaginea realității. Cele trei atribute ale perspectivei cu ajutorul cărora este realizată senzația de profunzime — micșorarea obiectelor odată cu depărtarea, concurența paralelelor ce schimbă forma obiectului, suprapunerea obiectelor aflate în plane diferite — trebuie asociate cu tratarea suprafețelor ce se modifică odată cu depărtarea (fig. 15.5.1, a). Luate separat (fig. 15.5.1, b), aceste elemente sînt percepute ca figuri plane și nu ca obiecte în perspectivă (R. Arnheim, 1979). Tratarea planului orizontal cu o rețea de drepte paralele, ce se îndesesc odată cu depărtarea, pune figurile plane într-un context spațial. Această tratare diferențiată a planului în perspectivă se poate face prin hașură, tentă, puñcte sãu culoare. În tratatul sãu de picturã Leonardo da Vinci aratã cã depãrtarea poate fi redatã și fãrã perspectiva liniarã, prin degradarea culorilor naturale cãtre tonuri de albastru, tonuri ce devin mai intense în profunzime. Leonardo da Vinci a împãrtit perspectiva în: perspectivã liniarã, perspectivã de trimitere și perspectivã de culoare. Prima se ocupã cu construcția pur geometricã (care s-a studiat), a doua se referã la tratarea conturilorilor, care în primele planuri sînt mai precise și în profunzime devin mai neclare, iar a treia trateazã efectul de fuziune cro-

maticã într-o singurã tonalitate albãstriu, efect ce se verificã în peisaj prin perspectiva de observație. Ușimile pot fi cuprinse în așa-numita „perspectivã aerianã”. S-a arãtat cã perspectiva aerianã se ocupã cu degradarea luminii, umbrei și a culorii în funcție de distanță și de reflexe. Problema culorii nu face obiectul studiului nostru.

Proiecția conică, pe care se bazeazã construcția perspectivei, pierde o serie de efecte și valori în interiorul zonelor de luminã sau de umbrã, efecte și valori care se pot observa și reda în desenul dupã naturã.

Studiul de pînã acum al perspectivei s-a bazat pe trei ipoteze simplificatoare:

- soarele este un punct luminos, situat la infinit;
- razele luminoase sînt rectilinii indiferent de mediul prin care trec;
- obiectul este considerat izolat și într-un spațiu vid.

Ca rezultat al acestor ipoteze, se obțin umbre perfect conturate și negre la fel de intense pe toatã suprafața, precum și zone egal luminate, indiferent de forma și distanța obiectului față de observator. Realitatea nu confirmã toate acestea și de aceea se corectezã ipotezele simplificatoare cu o serie de elemente rezultate din experiența perspectivei de observație, și anume:

- soarele nu este un punct la infinit, ci o sferã situatã la distanță cunoscutã și de un diametru cunoscut; aceasta are ca rezultat introducerea efectului de penumbrã;
- în atmosferã, razele de luminã nu sînt riguros rectilinii, ci se deformeazã în funcție de densitatea mediului; acest fenomen nu produce modificãri esențiale, ci doar o vibrație în delimitarea geometricã a umbrelor;
- obiectul nu este izolat și într-un spațiu vid, ci el este situat într-un mediu ambiant înconjurat de atmosferã, de la care primește (pe lîngã luminã

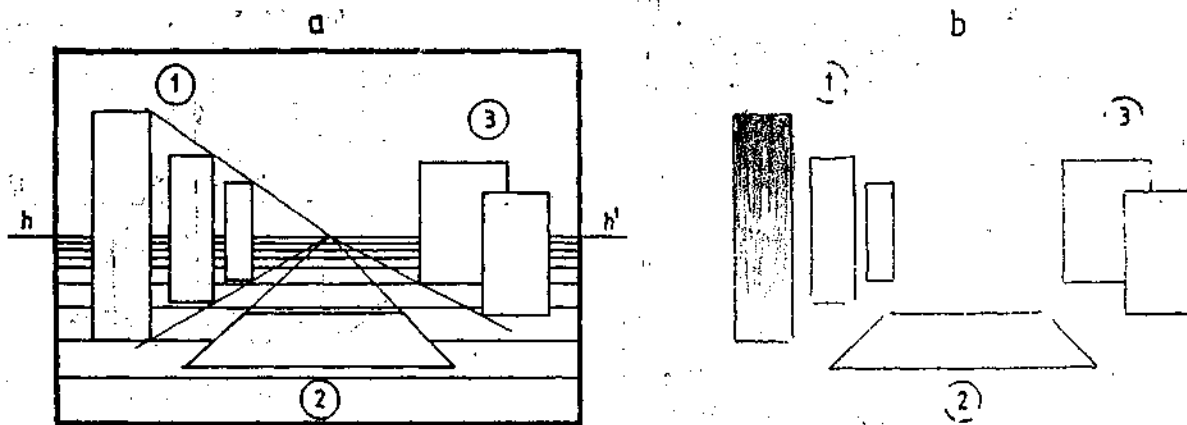


fig. 15.5.1

directă de la soare) o lumină indirectă, reflectată sau difuză.

Obiectele înconjurătoare și atmosfera devin surse de lumină care nuantează umbrele și zonele luminate ale obiectului. În studiul perspectivei aeriene trebuie să se ia în considerație și caracteristicile obiectului — forma, materialul și culoarea, în funcție de care obiectele puse în aceleași condiții se comportă diferit.

PENUMBRELE ÎN PERSPECTIVĂ

În perspectivă soarele are forma unei elipse foarte apropiată de cerc, ale cărui dimensiuni depind de poziția lui în spațiu, de poziția observatorului și de distanța punctului de vedere față de tablou. O sursă de lumină ce nu este punctiformă și se găsește la o distanță finită de obiect are ca efect fenomenul de penumbră. Penumbrele sînt acele umbre mai puțin intense care mărginesc umbrele proprii și purtate ale obiectului și care fac ca delimitările acestor zone să fie mai puțin precise.

Această sursă de lumină determină cu obiectul două conuri de lumină limită, circumscrise celor două suprafețe — sursa și obiectul (fig. 15.5.2).

Aceste două conuri sînt înfășurătoarele tuturor conurilor de lumină determinate de punctele sur-

sei luminoase cu obiectul considerat. Un con are vârful S_1 dincolo de sursa de lumină, iar celălalt are vârful S_2 între sursă și obiect. Totdeauna conul S_1 are unghiul la vîrf mai mic decît conul S_2 . Cele două conuri determină pe suprafața obiectului două curbe de contact — Γ_1 , mai depărtată de sursă și Γ_2 , mai apropiată de ea. Aceste curbe de contact determină pe suprafața obiectului trei zone. Punctele posterioare curbei Γ_1 (în raport cu sursa) nu primesc nici o rază de lumină, formînd umbra proprie a obiectului. Curba Γ_1 este separatoarea de umbră proprie. Punctele anterioare curbei Γ_2 care se găsesc în zona îndreptată spre sursă văd integral sursa. Aceasta este zona luminată a obiectului. Între curbele de contact Γ_1 și Γ_2 este zona de penumbră proprie, zonă din care se vede doar parțial sursa de lumină. Curba Γ_2 este separatoarea de penumbră proprie.

Pe un plan de proiecție cele două conuri de lumină descriu două curbe: curba γ_1 , ce delimitează umbra purtată (în această zonă obiectul ascunde total sursa de lumină), și curba γ_2 , ce delimitează în exteriorul lui γ_1 zona de penumbră purtată, din care se vede doar parțial sursa de lumină.

Pentru a ușura studiul se alege în perspectivă imaginea circulară a soarelui (S, s) în spațiul real, unde AB și CD sînt două diametre perpendiculare (fig. 15.5.3). Rezultă că dacă umbra punctului M

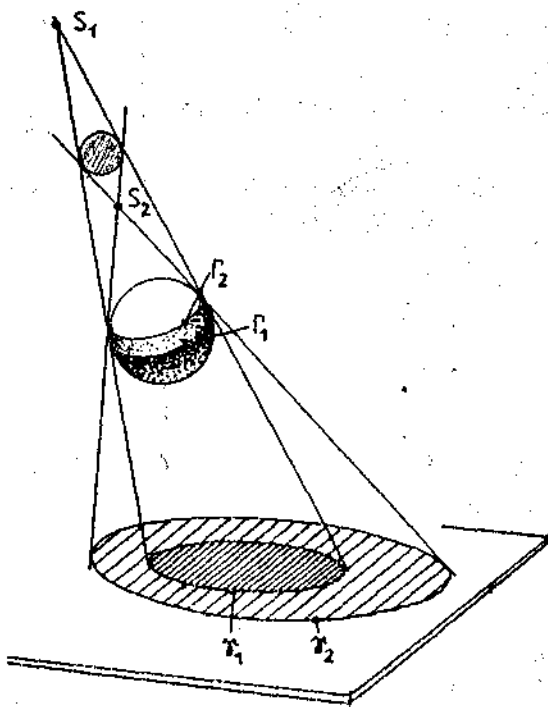


fig. 15.5.2

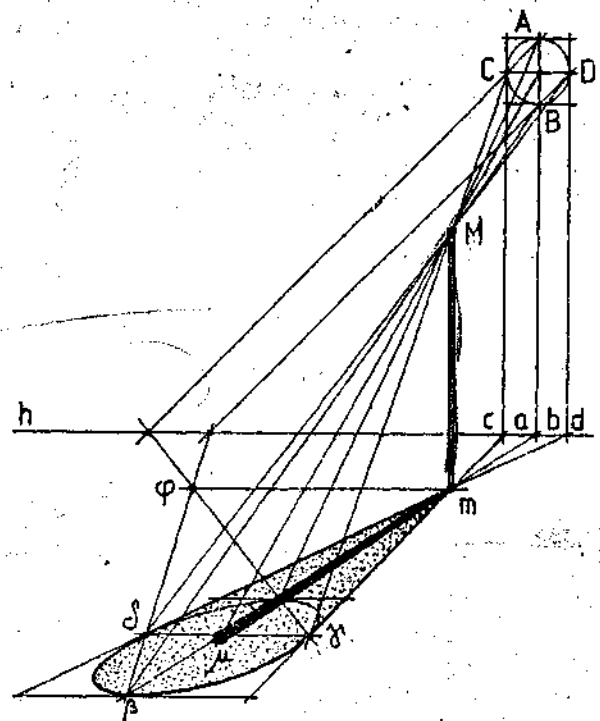


fig. 15.5.3

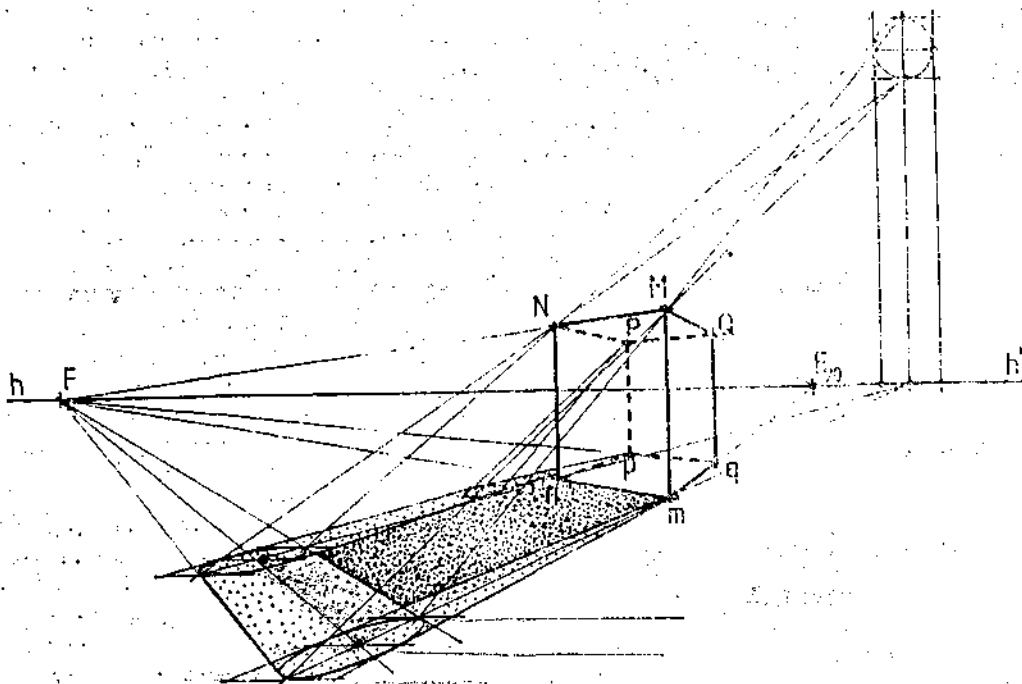


fig. 15.5.4

este punctul μ , penumbra lui este aria elipsei corespunzătoare cercului ABCD în perspectivă. De asemenea, dacă umbra verticalei Mm este $m\mu$, penumbra ei este $m\mu\delta\delta m$.

În cazul prisme drepte dreptunghiulare se repetă construcția din figura 15.5.3 pentru fiecare vîrf care lasă umbră (fig. 15.5.4). Se observă o zonă de umbră mai puțin densă — penumbra, care înconjură umbra purtată. Apare un efect de rotunjire a vîrfurilor și o micșorare a umbrei purtate. Acest efect este mai accentuat în cazul surselor de lumină artificială nepunctuale și situate la distanțe mici de obiect. Lumina foarte puternică a soarelui estompează aproape total penumbra.

GRADAȚIA LUMINII ȘI A UMBREI

Pentru o mai bună redare a efectelor observate în natură, trasarea umbrelor prin proiecția conică se completează cu un studiu de modelare sau de gradație prin tente a luminii și a umbrelor proprii și purtate. Aceasta se realizează în desen prin tehnica „rendu”-ului.

Pentru a explica această tehnică de modelare a zonelor luminate sau umbrite ale unui obiect se face apel la o serie de elemente de fotometrie.

O sursă de lumină se caracterizează prin intensitatea ei I. Două surse de lumină de aceeași intensitate pot produce asupra ochiului efecte deosebite. O

sursă de lumină se mai caracterizează și prin strălucirea ei, adică prin intensitatea pe unitatea de suprafață. Zona luminată a unui obiect se caracterizează prin iluminarea ei E.

Iluminarea unei suprafețe într-un punct al ei este proporțională cu cosinusul unghiului (θ) al razei incidente cu normala suprafeței în acel punct și invers proporțională cu pătratul distanței (r) a punctului la sursa de lumină:

$$E = \frac{\cos \theta}{r^2}$$

Rezultă că razele de lumină de egală incidență determină pe o suprafață puncte egal luminate, care formează curbe de egală iluminare. Două asemenea curbe de egală iluminare apropiate dete-

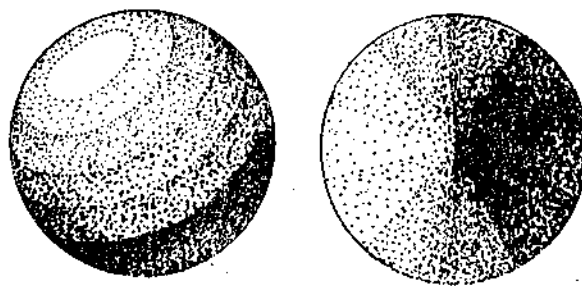


fig. 15.5.5

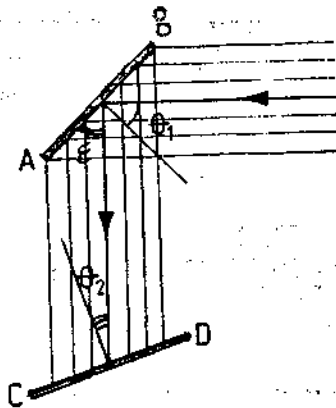


fig. 15.5.6

mină zone egal luminate. Acestea dau adevărată formă a obiectului (fig. 15.5.5). Fie un ecran AB care primește lumină directă de la soare și ecranul CD care primește lumină indirectă de la ecranul AB (fig. 15.5.6). Ecranul CD nu primește iluminarea proprie a ecranului AB, ci iluminarea lui în proiecție. Dacă un observator privește ecranul AB, primește de la acesta o iluminare proiectată care depinde de unghiul de sub care este privit (θ) și de distanța de la care este privit ecranul. Se poate spune deci că iluminarea proiectată este proporțională cu proiecția suprafeței și invers proporțională cu pătratul distanței pînă la punctul de vedere.

Fie un plan orizontal luminat de soare sub unghiul θ . Fiecare punct A al planului orizontal produce punctului de vedere Ω o iluminare proiectată (fig. 15.5.7). Această iluminare scade odată cu depărtarea punctului A și tinde către zero cînd A tinde către infinit. Deci, în perspectivă, iluminarea unui

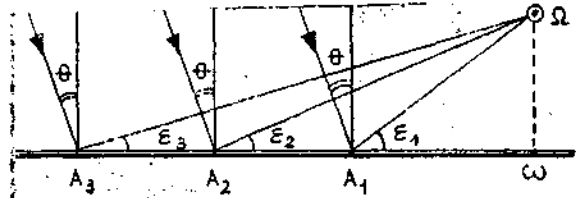


fig. 15.5.7

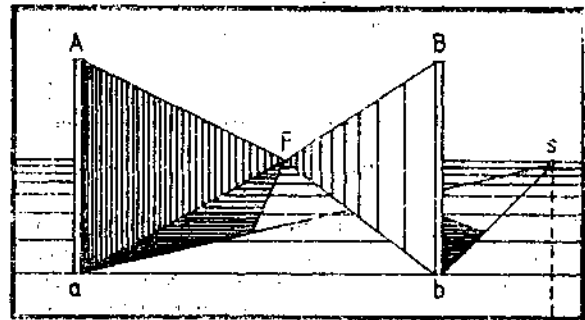


fig. 15.5.8

plan scade către dreapta lui de fugă, tinzînd teoretic către zero. Acest fenomen se transpune în desenul perspectiv printr-o închidere a tentei sau o îndesire a hasurilor către linia orizontului. Experiența perspectivei de observație arată că umbrele -- propriu și purtate -- ale unui panou vertical se deschid către linia orizontului, ajungînd la iluminarea la care se închide un alt panou vertical luminat direct (fig. 15.5.8).

În tratatul său de perspectivă A. Gheorghiu dă exemplul unor panouri verticale colorate în două culori -- jumătatea de sus într-o culoare închisă, iar cea de jos într-o culoare deschisă (fig. 15.5.9).

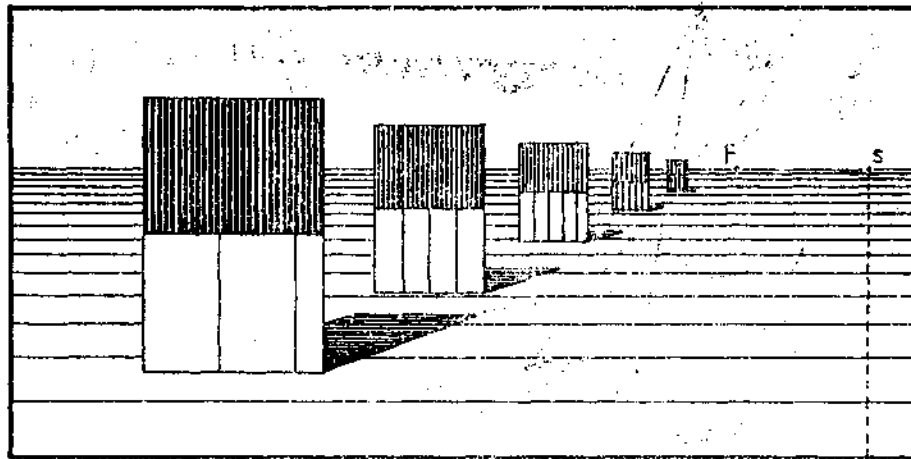


fig. 15.5.9

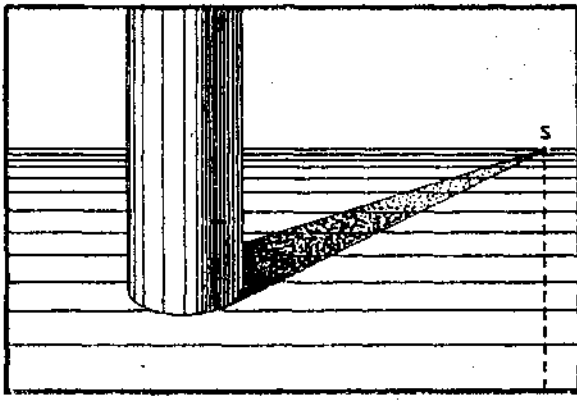


fig. 15.5.10

Către linia orizontului diferența de culoare se anulează, panourile ajungând să aibă aceeași culoare cu mediul ambiant. Deci culorile închise se comportă ca umbrele. Rezultă că în perspectivă, către linia orizontului, diferențele de tonuri se anulează, ajungându-se la o culoare unică și o iluminare uniformă, determinate de peisaj, de claritatea atmosferei și de poziția soarelui pe boltă.

Fie un cilindru vertical luminat de un soare virtual într-un caz și de un soare real în alt caz. În cazul soarelui virtual (fig. 15.5.10), umbra purtată se supune regulii enunțate, degradându-se pînă ajunge să se piardă către linia orizontului. În cazul soarelui real (fig. 15.5.11), umbra purtată vine către observator și este mai închisă lîngă cilindru. Aici acționează alt fenomen — bolta cerească devine sursă de lumină difuză, care face ca umbra purtată să se degradeze către privitor. Punctul A_1 , fiind mai aproape de cilindru, vede mai puțin din bolta ce-

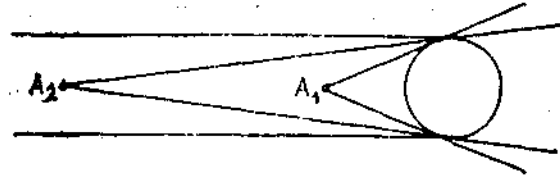
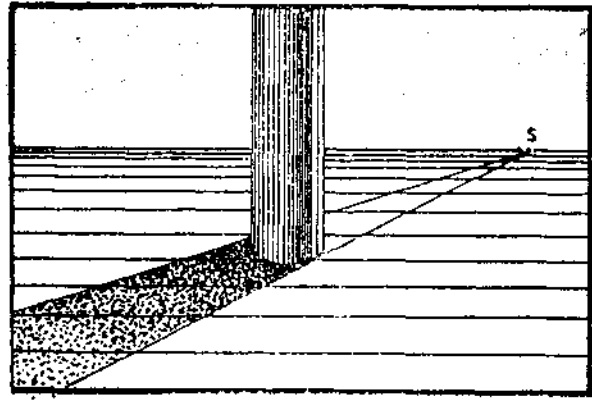


fig. 15.5.11

rească, de aceea este mai umbrît decît A_2 . Suprapunînd cele două efecte — al depărtării și al luminii difuze atmosferice, se poate spune că umbrele purtate către linia orizontului se degradează mai repede decît cele purtate către observator. Atmosfera devenită sursă de lumină difuză degradează și umbra proprie a cilindrului din figura 15.5.10. Astfel, umbra proprie a cilindrului este mai deschisă către partea dreaptă, dînd naștere la un efect de contrast între zona luminată și cea de umbră proprie. Analizînd cazul a două sîere situate la distanțe diferite de un plan, se constată că umbra

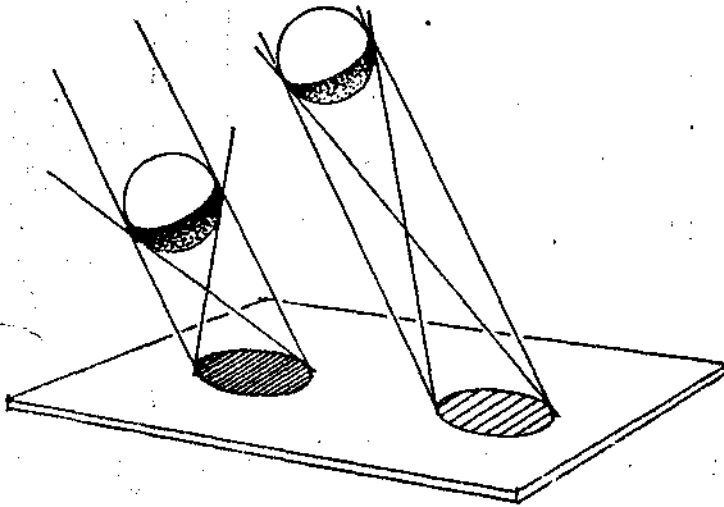


fig. 15.5.12

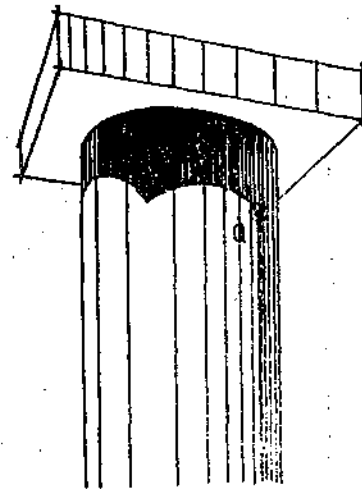


fig. 15.5.13

15.5.12).

Cind sfera este mai aproape de planul pe care lasă umbră, ea acoperă mai mult din bolta cerească. Lumina difuză a bolții cerești degradează mai puternic umbra purtată, cind sfera este mai departe de planul pe care lasă umbră. Planul la rîndul său devine sursă de lumină indirectă degradînd umbra proprie a sferii. Efectul este mai puternic, cind sfera se afla mai aproape de plan.

Rezultă deci că umbrele purtate se degradează pe măsură ce se depărtează de obiect, iar dacă obiectul atinge planul pe care lasă umbră, punctul de contact este cel mai închis punct al umbrei purtate. S-a constatat, de asemenea, că umbrele proprii sînt mai deschise decît umbrele purtate.

Dacă un obiect lasă umbră peste un alt obiect (fig. 15.5.13), această umbră purtată are zona ei cea mai închisă în vecinătatea zonei luminate și se deschide pînă la punctul de pierdere (Q), cind se contopește cu umbra proprie a obiectului.

MIJLOACE GRAFICE DE GRADARE A LUMINII ȘI A UMBREI

În desenul perspectiv gradăția luminii și a umbrei se realizează cu ajutorul hașurilor, tentelor și punctelor.

Dacă se trasează pe un ecran alb o serie de benzi negre de lățime n și la distanță a unele de altele (fig. 15.5.14), se constată că privite de la o anumită depărtare acestea se unifică într-o tentă uniformă cenușie. Aceasta este transparența hașurii respective și este determinată de raportul dintre albul suprafeței și totalul ei.

$$T_h = \frac{a}{n + a}$$

Numărul de hașuri nu este luat la întîmplare, ci el este determinat de iluminarea suprafeței, ținîndu-se seama de unghiul sub care este privită acea suprafață și de distanța pînă la punctul de obser-

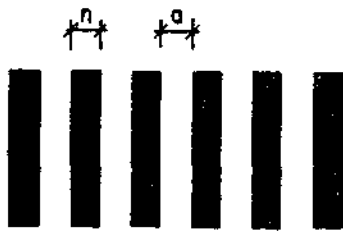


fig. 15.5.14

vații sau a unei suprafețe, iar tenta corespunzătoare se realizează prin hașuri negre. Albul reprezintă iluminarea directă, iar cantitatea de negru (în procente) din acea suprafață reprezintă degradarea iluminării suprafeței respective.

Fie o prismă dreaptă dreptunghiulară în cazul cind cele două fețe vizibile sînt egal luminate (deci în proiecție orizontală direcția de lumină este bisectoarea celor două fețe). În perspectivă hașura celor două fețe se îndesește către linia orizontului prin diviziuni perspective, folosind aceeași unitate pentru ambele fețe (fig. 15.5.15). Acesta este un caz particular și este bine să fie evitat, deoarece nu sugerează foarte bine perspectiva. Mai des întîlnit este cazul luminării inegale a celor două fețe vizibile ale prismei (fig. 15.5.16). Se considera fața din stînga luminată sub un unghi mai mare decît unghiul sub care este luminată fața din dreapta; acest lucru face ca cele două fețe să se comporte

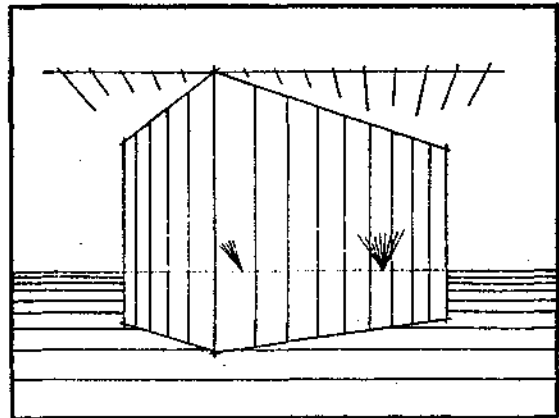


fig. 15.5.15

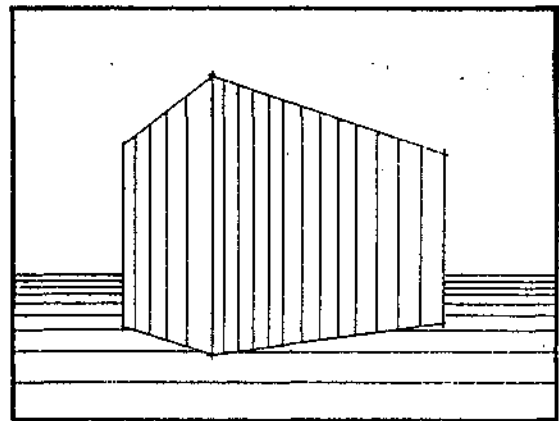


fig. 15.5.16

diferit. Fața din stînga se comportă ca o față în plină lumină, iar hașura ei se îndesește către linia orizontului. Fața din dreapta se comportă ca o față în umbră proprie, avînd o hașură ce se rarește odată cu depărtarea. Pentru a obține acest efect de degradare a hașurii către linia orizontului, A. Gheorghiu recomandă folosirea unui punct de fugă pe linia neutră (fig. 15.5.17). Acesta este de fapt un procedeu asemănător celui folosit la diviziunile perspective. O defectuoasă folosire a hașurilor duce la pierderea efectului de perspectivă (fig. 15.5.18). O schimbare bruscă a densității hașurii în cadrul aceleiași suprafețe are ca rezultat crearea unei muchii și deci modificarea formei obiectului (fig. 15.5.19), iar un gol poate crea o ieșire din planul suprafeței (fig. 15.5.20).

Gradația luminii și a umbrei se poate obține și prin tehnica punctelor. Hașurile verticale împart suprafața în dreptunghiuri de egală iluminare. Dacă se umplu aceste dreptunghiuri cu puncte, astfel ca densitatea lor să fie corelată cu iluminarea feței respective, se obține același efect ca și în cazul hașurilor. Prin suprapunerea aceleiași diluții de

luș negru se obțin tentele plate. Suprafața se împarte în dreptunghiuri de egală iluminare și în fiecare dreptunghi se pornește totdeauna de la tenta cea mai deschisă plus numărul de suprapuneri corespunzător acestei zone de iluminare.

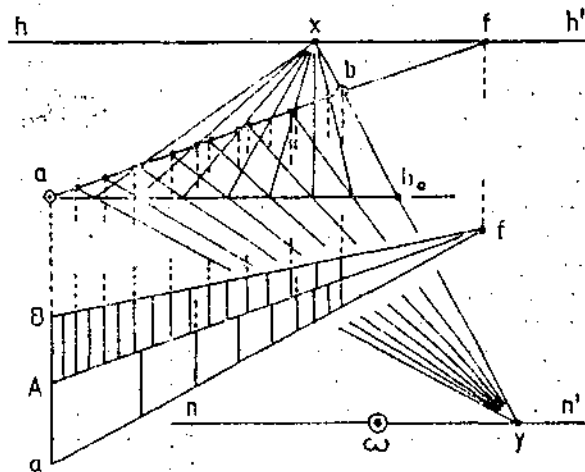


fig. 15.5.17

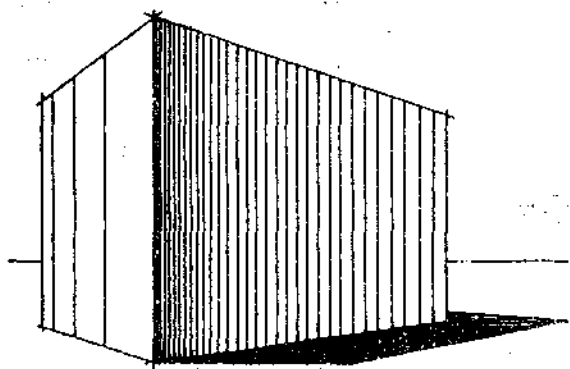


fig. 15.5.18

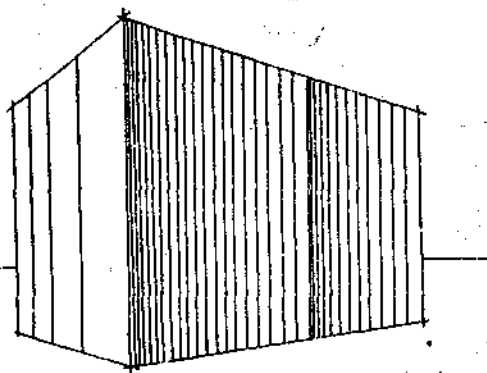
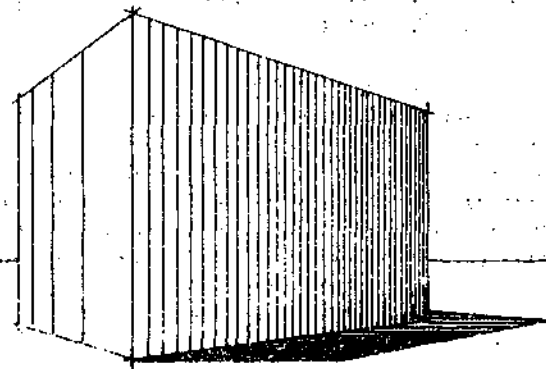


fig. 15.5.19

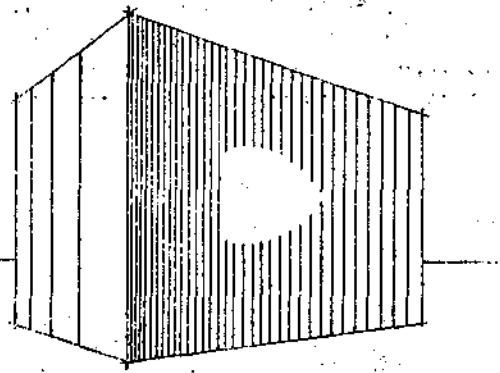


fig. 15.5.20

16.

PREZENTAREA UNEI PERSPECTIVE DE ARHITECTURĂ

16.1. GENERALITĂȚI

După cum s-a mai arătat, desenul de arhitectură este un desen precis, deci și perspectiva de arhitectură trebuie să prezinte o anumită rigurozitate, să exprime cât mai exact intențiile arhitectului. Și când îmbracă o formă mai tehnică și când exprimă „atmosfera” (cadrul în care se va integra construcția proiectată), perspectiva de arhitectură trebuie să fie cât mai puțin convențională, cu atât mai mult cu cât ea se adresează și nespecialiștilor — beneficiarii viitoarelor construcții. Am văzut care sînt mijloacele prin care desenul perspectivă poate fi apropiat mai mult de realitate. În acest capitol se vor aprofunda anumite aspecte pe exemple reale și se va arăta cum se finalizează o perspectivă de arhitectură, operație care dacă nu este bine făcută poate să ducă la pierderea efectului de perspectivă creat printr-o construcție corectă. Punerea în pagină, limitarea formatului și modul de închidere al perspectivei, construcția corectă a tuturor detaliilor în raport cu scara umană, alegerea și plasarea anturajului, modul de redare a profunzimii sînt probleme care trebuie să-l preocupe pe desenator, deoarece ele pot să întregescă sau să distrugă efectul de perspectivă. Se insistă asupra faptului că toate acestea nu constituie niște rețete pentru obținerea unei bune perspective. Studiul teoretic trebuie neapărat completat cu un susținut exercițiu, fapt care face ca, după un număr mai mare de perspective construite, arhitectul să-și formeze o manieră proprie de exprimare și o ușurință de reprezentare a tuturor obiectelor imaginate.

16.2. PAGINAREA ȘI LIMITAREA TABLOULUI

La alegerea punctului de vedere s-a arătat că punctul principal de privire P trebuie să rezulte în

centrul geometric sau cel puțin în zona centrală a obiectului. De asemenea, punctul principal de privire P trebuie să se găsească în zona centrală a tabloului pentru ca, atunci cînd se privește tabloul, direcția de privire să fie îndreptată în centrul perspectivei. Dacă între centrul tabloului și centrul perspectivei există o diferență mare în raport cu distanța între privitor și tablou, se creează efecte nedorite, imaginea perspectivei nemaiputînd fi recepționată în cele mai bune condiții. Acest lucru este și mai evident cînd tabloul de perspectivă este de mari dimensiuni; rezultă deci că perspectiva obiectului trebuie să ocupe zona centrală a tabloului (fig. 16.2.1). În funcție de tipul perspectivei limitarea tabloului se face diferit.

Atît în perspectiva la nivelul ochilor, cît și în perspectiva cu orizont supraînălțat, punctul principal de privire P se găsește pe linia mediană a tabloului, dar obiectul pus în perspectivă ocupă poziții diferite pe verticala tabloului (fig. 16.2.2). În perspectiva la nivelul ochilor, linia orizontului se plasează în jumătatea de jos a tabloului, pentru ca obiectul să se profileze pe cer. Procedînd astfel nu se contravine cu nimic regulii enunțate mai înainte, pentru că de cele mai multe ori cerul nu capătă o tratare specială, iar punctul P rămîne în centrul imaginii create de obiect și pămîntul pe care stă; în felul acesta se apropie mai mult perspectiva de realitate. Cînd obiectul este mai înalt decît privitorul, se privește în sus și imaginea lui se profilează pe cer (fig. 16.2.3). În cazul perspectivei cu orizont supraînălțat, linia de orizont se plasează în jumătatea de sus a paginii. Folosind acest procedeu se creează senzația că se privește în jos, cum de altfel se petrec lucrurile în realitate. Cînd observatorul se află mai sus decît obiectul, de foarte puține ori privește în zare (deci orizontal), și nu-și îndreaptă privirea către obiectul vizat. În cadrul perspectivei pe tablou vertical, linia orizontului

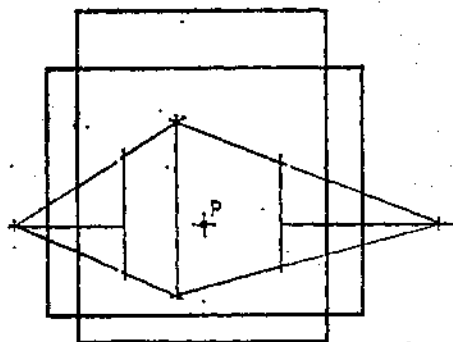


fig. 16.2.1

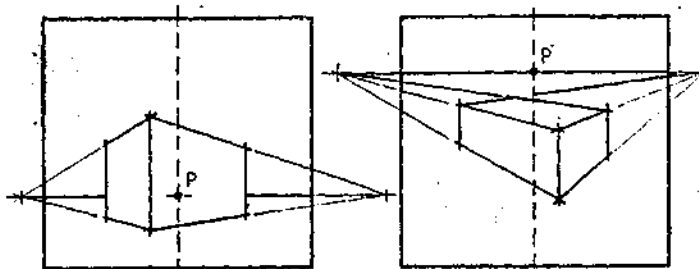


fig. 16.2.2

trebuie să facă parte din perspectivă, fiind materializată, prin diferite mijloace, după caz (munți și dealuri, nivelul mării sau pur și simplu linia dreaptă la care fug toate obiectele situate pe planul orizontal — fig. 16.2.4 și 16.2.5). Prezența liniei de orizont în perspectiva cu orizontul supraînălțat creează o scară metrică cu ajutorul căreia se pot face măsurători vizuale în perspectivă. Dacă limita

tabloului nu cuprinde și linia orizontului, perspectiva pare că este de tip descendent pe tablou înclinat (fig. 16.2.6). Dar marile ansambluri trebuie privite de la mare distanță, iar imaginea creată este mai aproape de cea axonometrică. Perspectiva pe tablou înclinat de tip descendent se folosește atunci când se privesc obiecte foarte mari de la distanțe relativ mici (fig. 16.2.7).

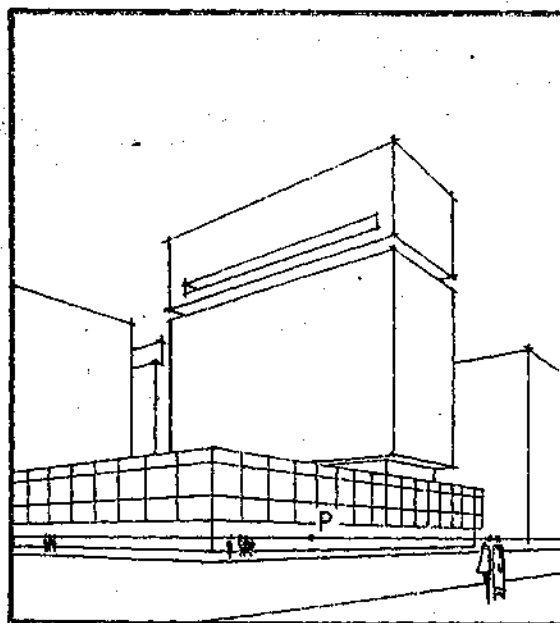


fig. 16.2.3

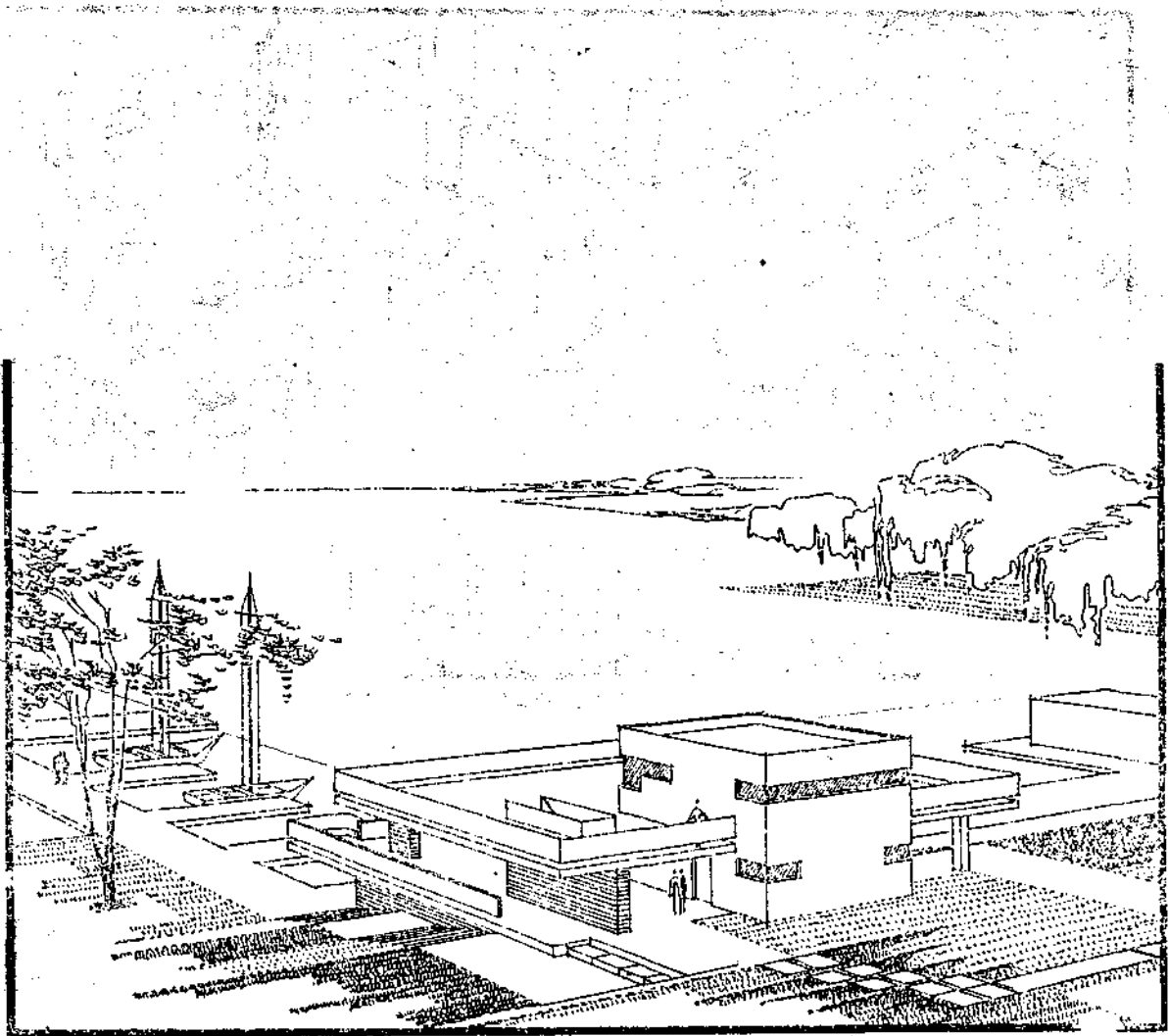


fig. 16.2.4

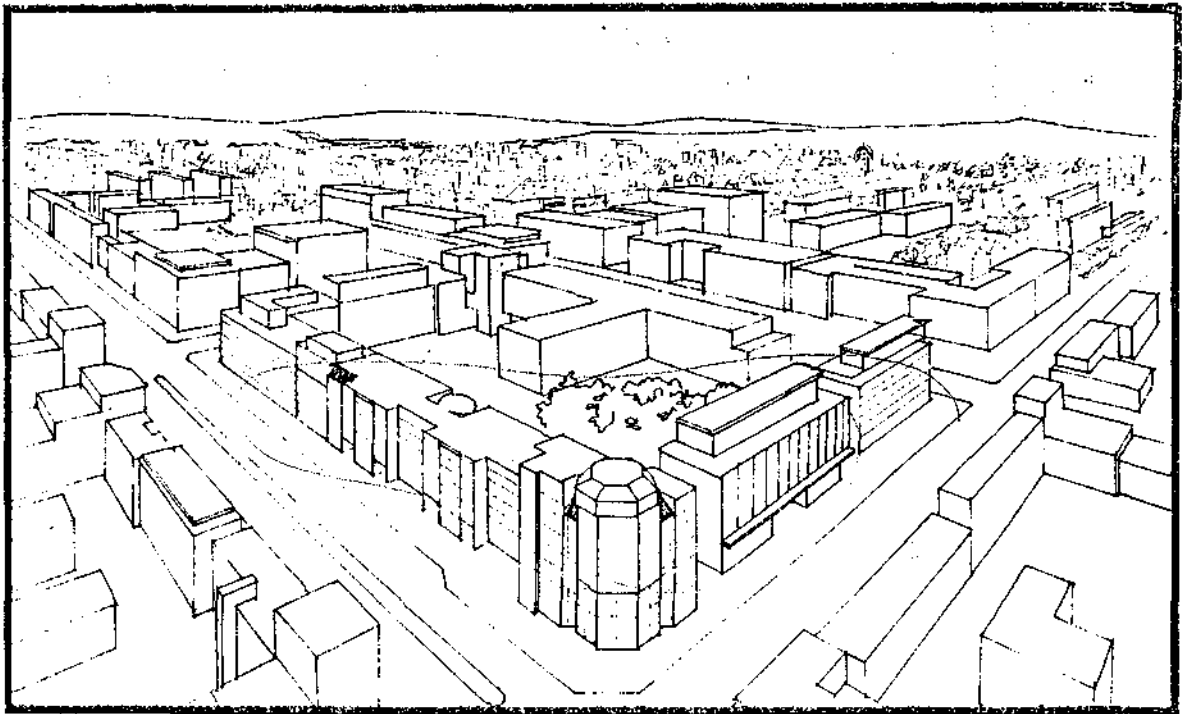


fig. 16.2.5

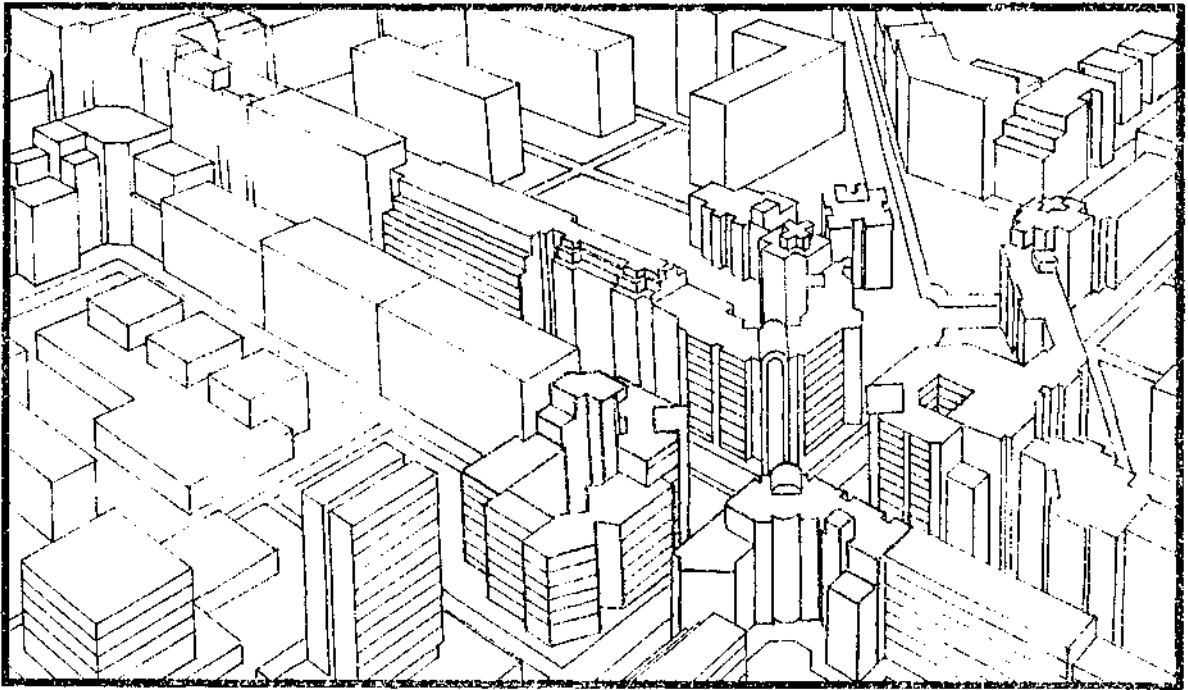


fig. 16.2.6

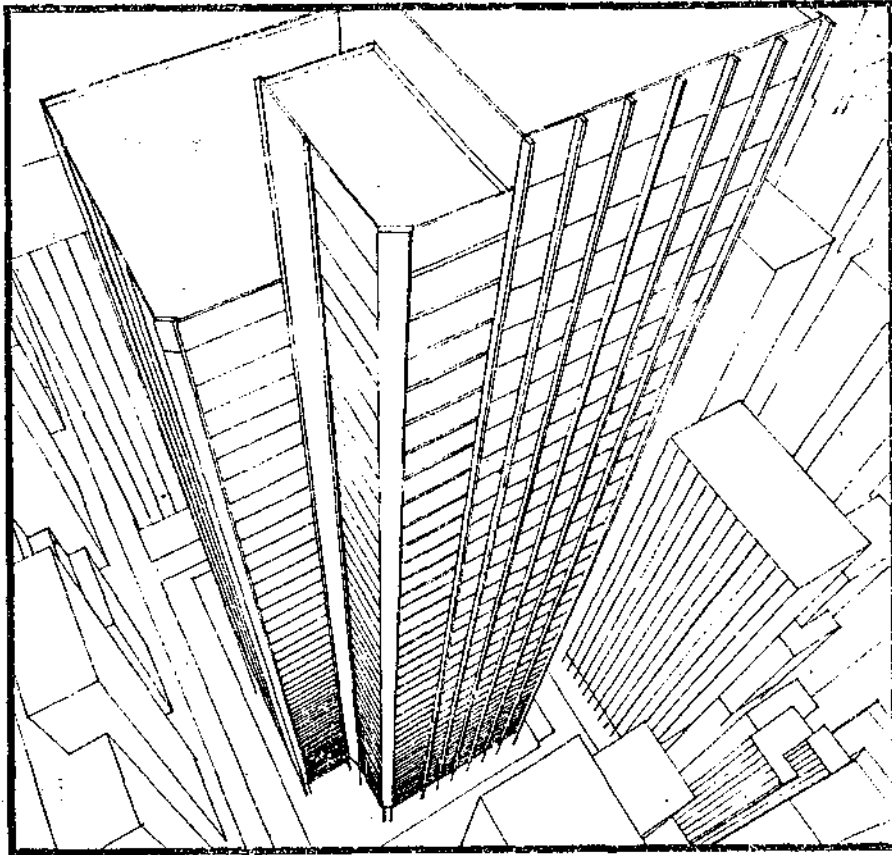


fig. 16.2.7

Pentru a închide o perspectivă pot fi folosite mai multe procedee. Unul dintre ele este cel de a închide perspectiva cu un chenar (rama tabloului) în care se oprește desenele (fig. 16.2.8). Acesta este procedeul cel mai simplu, dar și cel mai puțin indicat. De cele mai multe ori o perspectivă se închide după o formă grafică, dar care să nu contrazică efectul de perspectivă (v. fig. 12.6.6 și 16.2.9). La perspectiva de interior, așa cum s-a mai arătat, nu trebuie să se închidă perspectiva cu secțiunea încăperii (fig. 16.2.10). Perspectiva trebuie să creeze senzația că privitorul se află în interiorul camerei, deși, pentru construcție, punctul de vedere a fost plasat în afara ei (fig. 16.2.11). Ca elemente de închidere pot fi folosite prim-planurile (formate din părți de clădiri, elemente de vegetație, mobilier urban etc.) și fundalurile care să redea mediul înconjurător (formele de relief sau mediul construit).

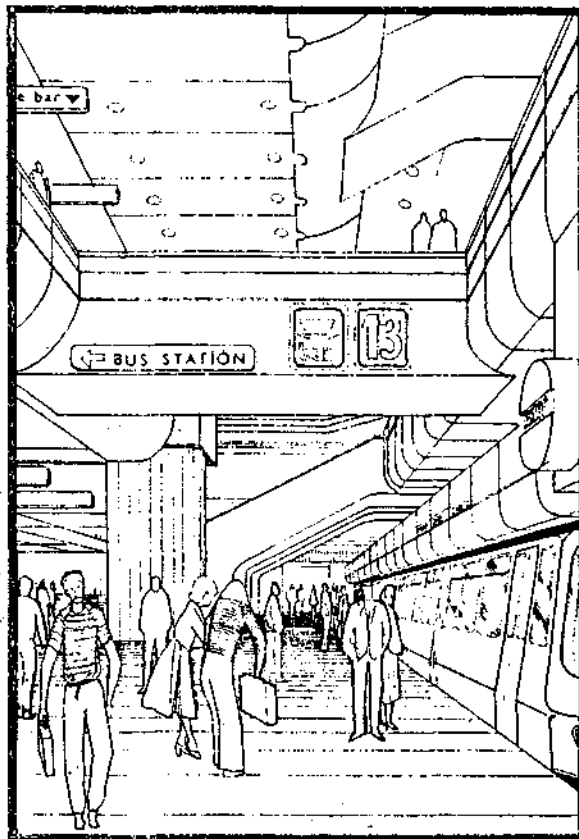


fig. 16.2.8

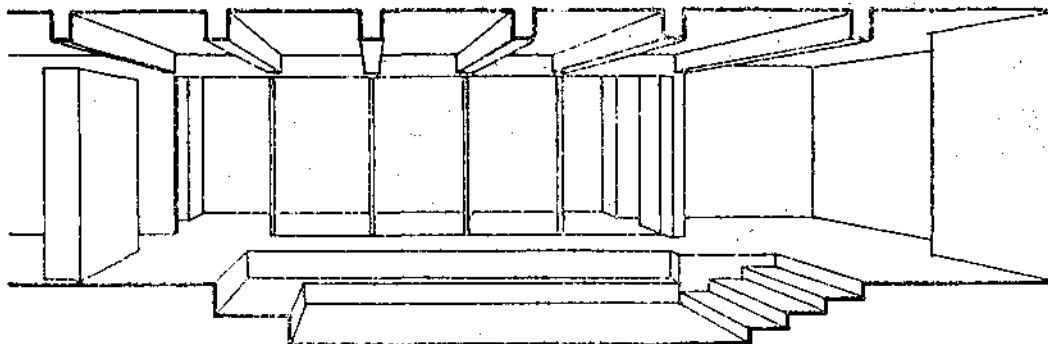


fig. 16.2.10

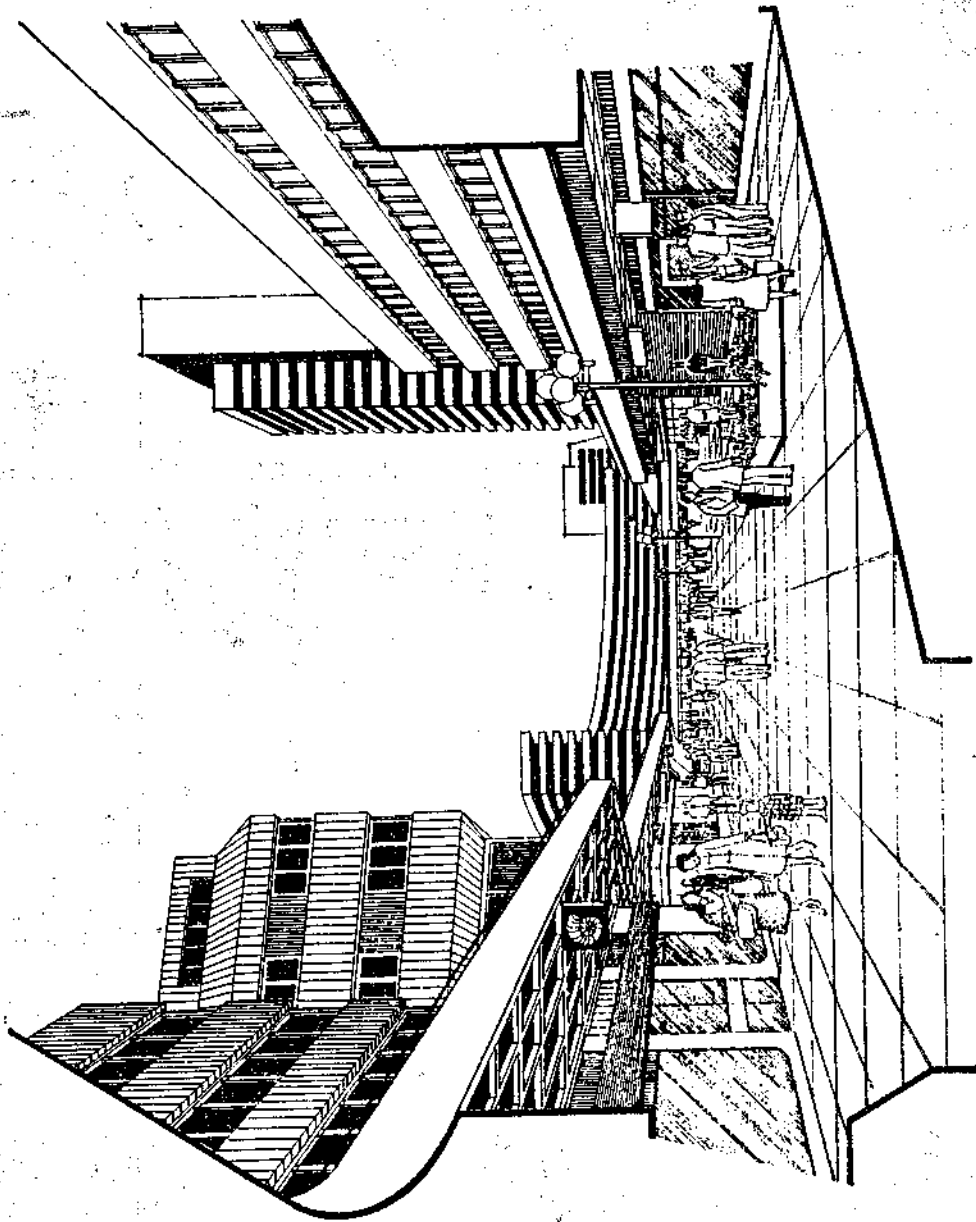


fig. 16.2.9

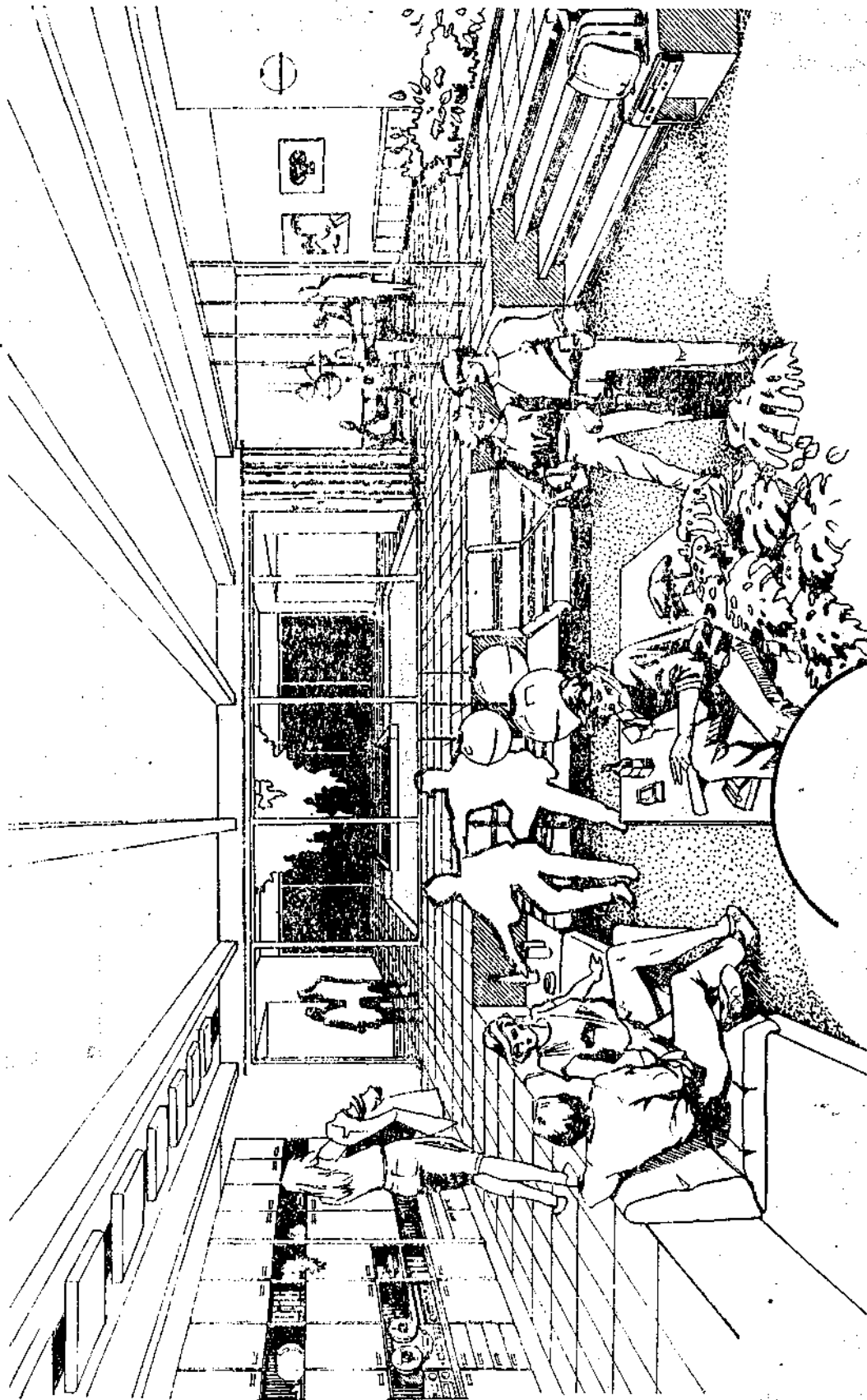


fig. 16.2.11

16.3. EFECTE NEGATIVE ÎN PERSPECTIVĂ

Efectele ce pot să apară într-o perspectivă pot fi voite, chiar căutate de desenator, dar de multe ori ele apar independent de voința desenatorului. Ne vom ocupa în special de efectele negative, care îndepărtează perspectiva desenată de imaginea realității. Aceste efecte nedorite pot avea următoarele cauze:

- o greșită alegere a punctului de vedere sau lipsa acestui studiu;
- construcția unor elemente din perspectivă „la ochi”;
- extinderea perspectivei mai mult decât unghiul optim vizual;
- folosirea unor mijloace grafice ce pot schimba senzația de profunzime;
- o greșită plasare a elementelor de anturaj în tablou.

Construcția perspectivei cere o atenție deosebită pentru fiecare linie plasată în tablou. O singură linie trasată greșit poate duce la deformări sau chiar la schimbarea formei obiectului. În următoarele două exemple analizate, autorul (M. C.

Escher) obține în mod voit efecte excesive de perspectivă. Astfel în figura 16.3.1 este ilustrată o cascadă. Verticala apei este adusă din profunzime în prim-plan de coloanele ce nu respectă legile perspectivei. În figura 16.3.2 se creează impresia că soldații ajung mereu în punctul de plecare, indiferent dacă urcă sau coboară; descoperiți cum a fost obținut acest efect.

Astfel de efecte sînt total nedorite cînd apar în cadrul perspectivei de arhitectură, care are drept scop să ușureze înțelegerea obiectului proiectat și nu invers. În figura 16.3.3 este ilustrată o perspectivă de tip frontal. Aparent lucrurile sînt în ordine, dar dacă se analizează cu atenție se ajunge la concluzia că o astfel de imagine nu poate fi percepută niciodată. Se observă că în partea dreaptă a perspectivei mai apare un punct de fugă. Acoperind una sau alta din părți (după semnul indicat), se obține o perspectivă frontală în stînga și una la două puncte de fugă în dreapta tabloului. În aceeași perspectivă se observă că muchiile superioare ale construcției laterale se întîlnesc în profunzime cu verticalele chiar pe muchia construcției frontale. Cele trei construcții par a fi unite, dar planul

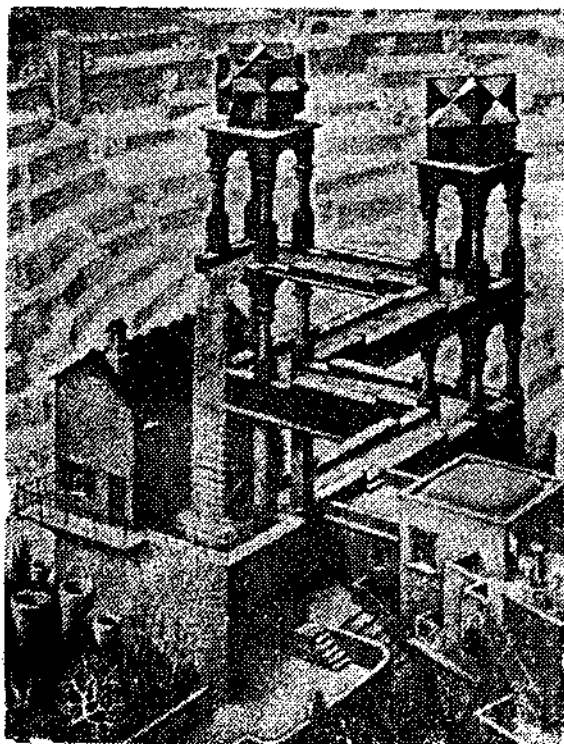


fig. 16.3.1

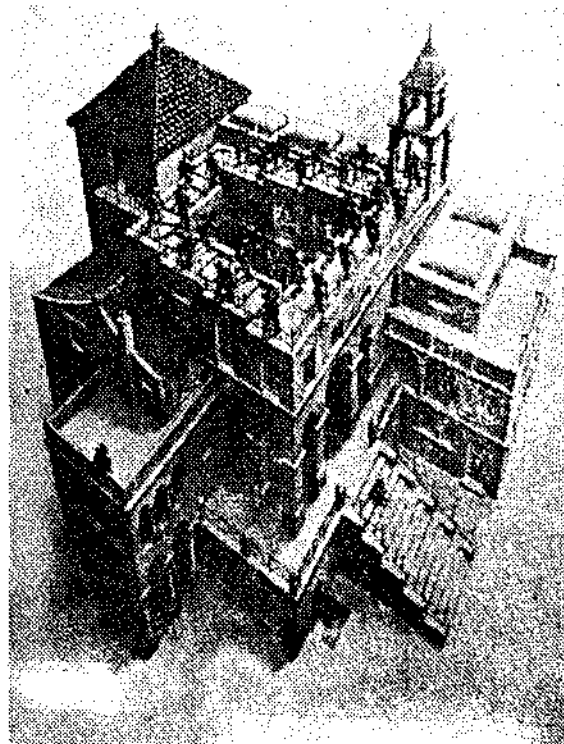


fig. 16.3.2

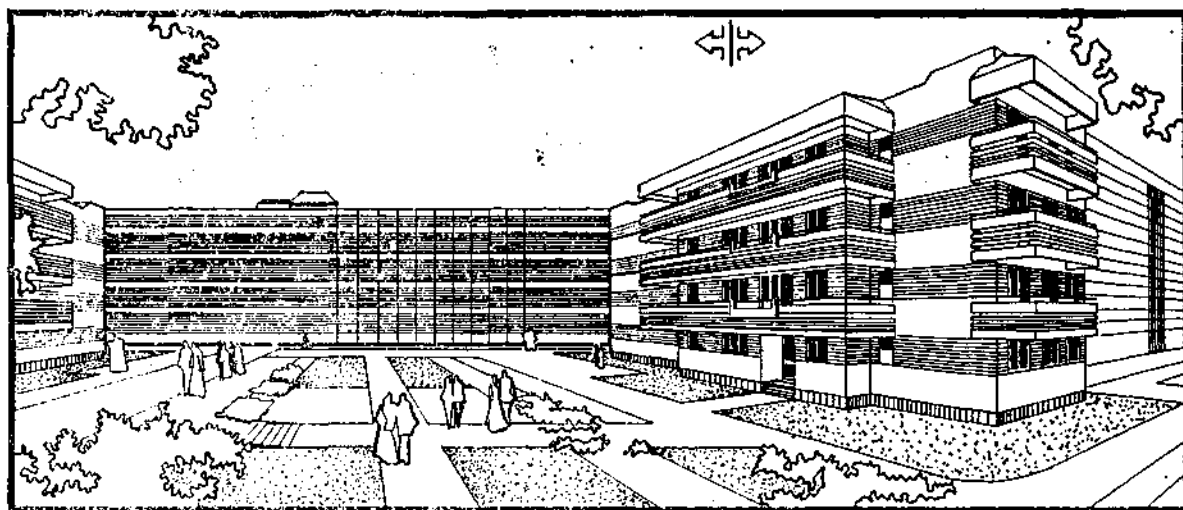


fig. 16.3.3

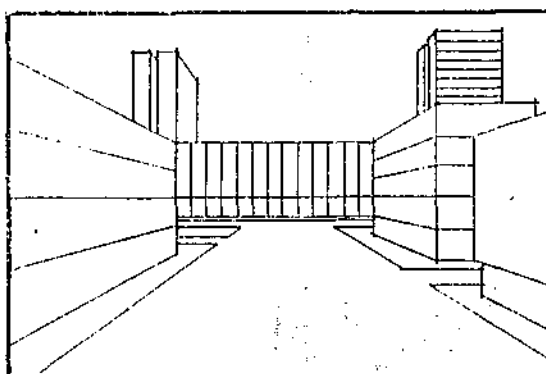


fig. 16.3.4

orizontal indică contrariul. Trebuie să se aibă grijă ca în perspectivă să nu se creeze astfel de confuzii. Muchiile importante ce definesc obiectul nu trebuie să se suprapună sau să rezulte în prelungire și nici de maniera celor arătate mai sus (fig. 16.3.4). Aceste coincidențe supărătoare, ce apar foarte frecvent la construcția unei perspective, pot fi corectate direct în tablou, fără a altera cu nimic perceperea formei obiectului. Când această modificare nu este posibilă, trebuie reluat studiul de alegere a punctului de vedere. Perspectiva la două puncte de fugă din figura 16.3.5 este extinsă foarte mult în dreapta punctului de fugă. Se creează și aici senzația a două perspective suprapuse. În cazul perspectivei de colț nici unul din punctele de fugă nu trebuie să se găsească în cadrul tabloului, perspectiva oprindu-se la distanță

mare de ele. Când unul din punctele de fugă este foarte aproape de obiect, el poate fi acoperit de un element în prim-plan (v. fig. 16.5.6). Este bine totuși să se evite aceste situații. În perspectiva din figura 16.3.5 mai apar o serie de aspecte care dovedesc că perspectiva respectivă nu a fost riguros construită: casa este deformată, pomul din profunzime este prea înalt, iar lățimea drumului este prea mică. În perspectiva frontală, creată în această imagine, drumul merge pînă la infinit (punctul de fugă). Este greu de presupus că un drum, oricît de lung ar fi, nu își schimbă la un moment dat direcția. Deci, și în cazul perspectivei frontale dreptele de capăt trebuie să fie oprite la distanță de P, printr-un obiect ce închide perspectiva.

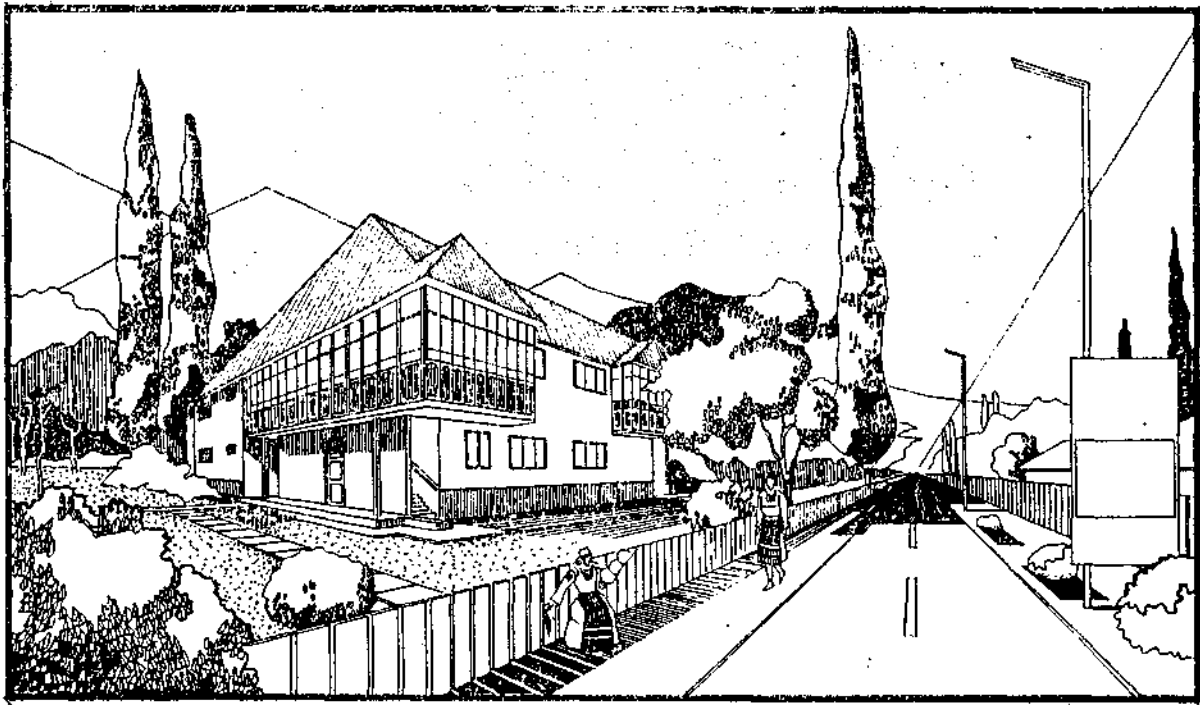


fig. 16.3.5

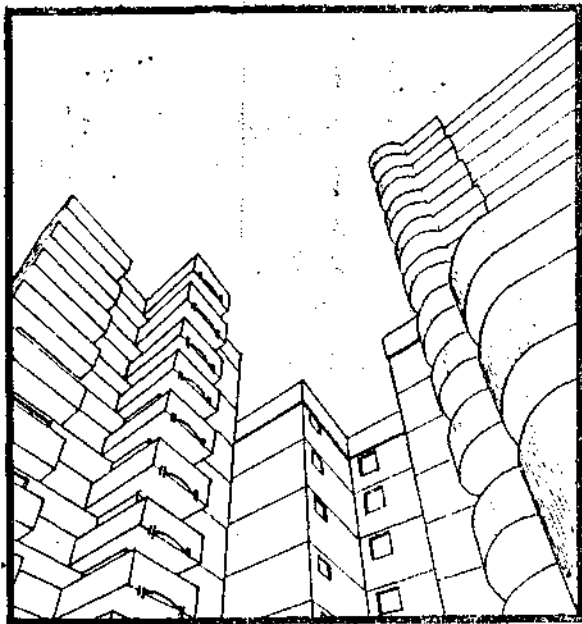


fig. 16.3.6

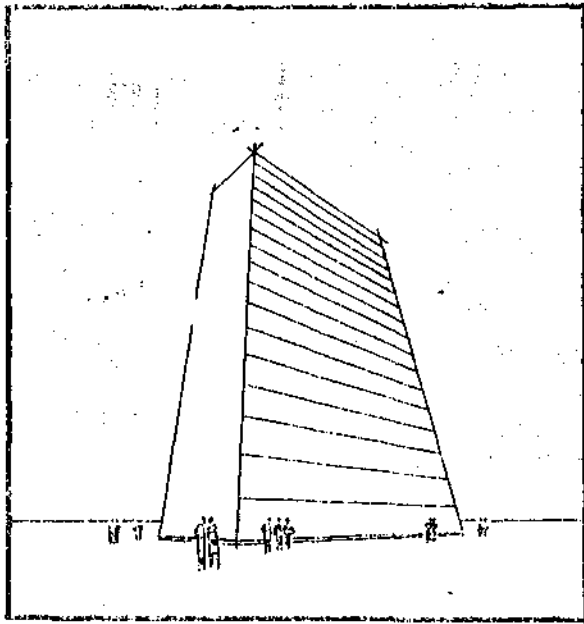


fig. 16.3.7

Și la perspectiva pe tablou înclinat apar o serie de aspecte de care trebuie să se țină seama, deoarece această perspectivă se apropie cel mai mult de realitatea văzută. Convergența accentuată a verticalelor indică faptul că tabloul are o înclinație destul de mare și de la nivelul ochilor nu se pot cuprinde în câmpul vizual nivelurile din partea de jos a construcției (fig. 16.3.6). Dacă într-o astfel de perspectivă se desenează și parterul, deformările devin supărătoare (fig. 16.3.7). Deci, pentru a putea cuprinde întreaga construcție, într-o imagine co-

rectă pe plan înclinat, punctul de fugă al verticalelor va trebui să fie foarte sus. Verticalele ajung să fie aproape paralele, iar perspectiva pe tablou înclinat se apropie foarte mult de perspectiva pe tablou vertical. Același efect, de apropiere de obiect, se obține dacă se extinde foarte mult pe verticală perspectiva la nivelul ochilor, pe tablou vertical. Unghiul de sus ajunge chiar mai mic de 90° . Când acest unghi nu are laturile prea lungi, efectul nu este supărător (fig. 16.3.8).

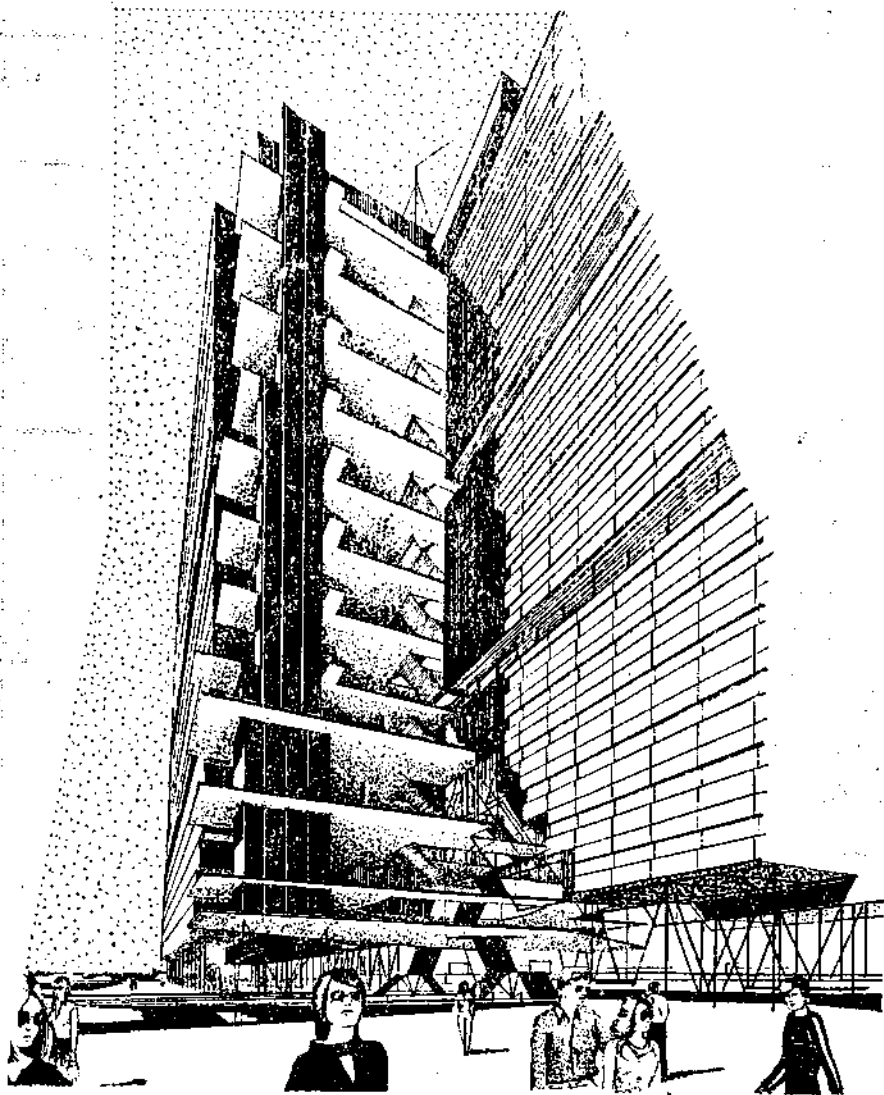


fig. 16.3.8

16.4. ALEGEREA ȘI PLASAREA ANTURAJULUI

Plasarea anturajului în perspectivă este o problemă metrică de perspectivă liberă. Această operație se face pe verticală în raport cu linia orizontului, iar în profunzime cu ajutorul punctelor de măsură. Fiecare element de anturaj trebuie construit la fel ca orice obiect pus în perspectivă (de exemplu, construcția unui autoturism — fig. 16.4.1). Acest capitol nu cuprinde tratarea grafică și modul de compunere al anturajului (acestea nu fac obiectul studiului nostru). Sînt analizate doar relațiile ce se nasc între anturajul ales și obiectul pus în perspectivă, relații care uneori pot influența negativ calitatea perspectivei. Studiul va fi exemplificat cu elemente de vegetație, dar problema este aceeași pentru orice element de anturaj ales.

Pomii nu trebuie să aibă aceeași formă cu obiectele puse în perspectivă (fig. 16.4.2 și fig. 16.4.3). Obiectele compuse pe forme sferice pot fi agrementate cu o vegetație dezvoltată pe înălțime (fig. 16.4.4), iar lângă blocurile -turn pot sta pomi cu coroane rotunde (fig. 16.4.5). De asemenea se vor evita să se facă compoziții grafice între arhitectura obiectului și anturajul din perspectivă. Aceasta ar îngreua citirea formei obiectului pus în perspectivă (de exemplu, formele munților compuse cu formele acoperișurilor și cu tratarea cerului — fig. 16.4.6). Elementele de vegetație nu trebuie să acopere obiectul de arhitectură (fig. 16.4.7) sau, mult mai important, ce definesc forma acestuia (fig. 16.4.8). Plasarea vegetației trebuie făcută în așa fel ca ea să încadreze obiectul, fără să-l acopere, să creeze în același timp efectul de depărtare, să formeze un

prim-plan care să servească și la închiderea perspectivei (fig. 16.4.9).

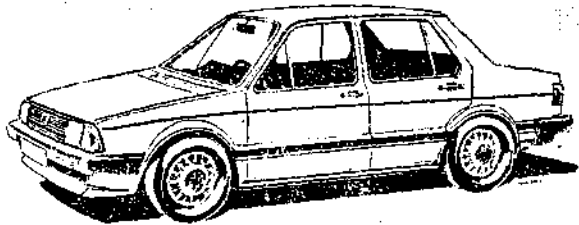
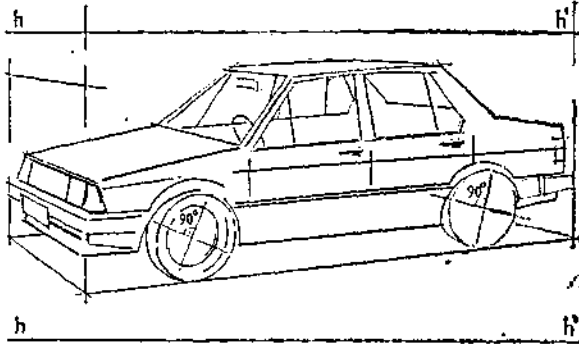
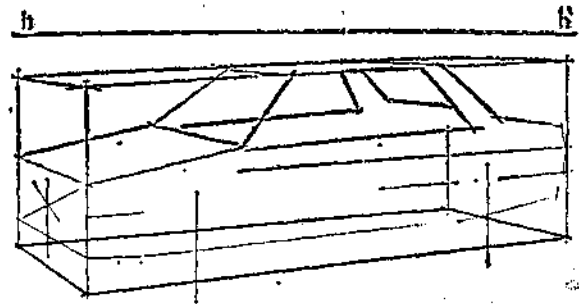


fig. 16.4.1

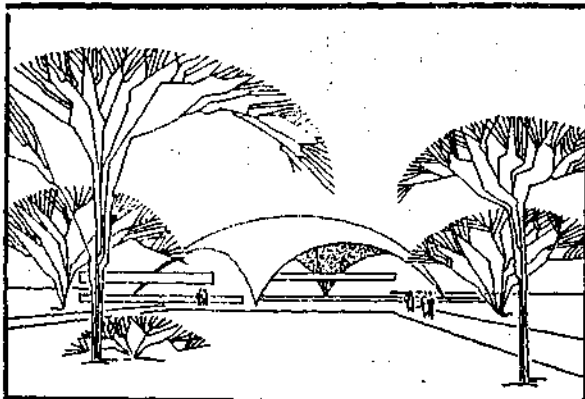


fig. 16.4.2

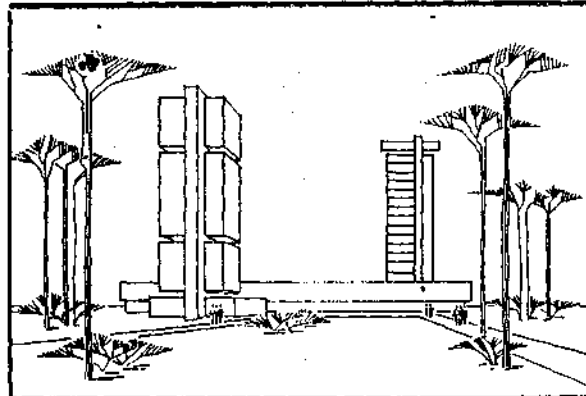


fig. 16.4.3

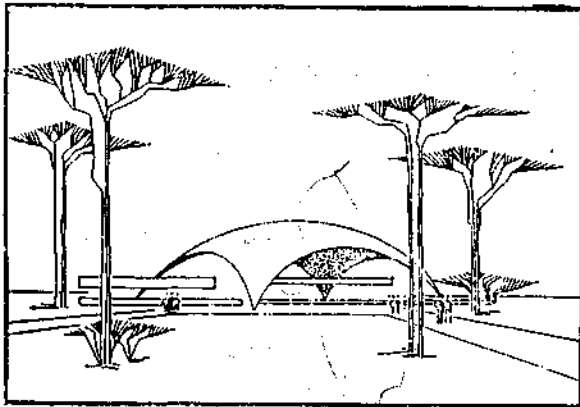


fig. 16.4.4

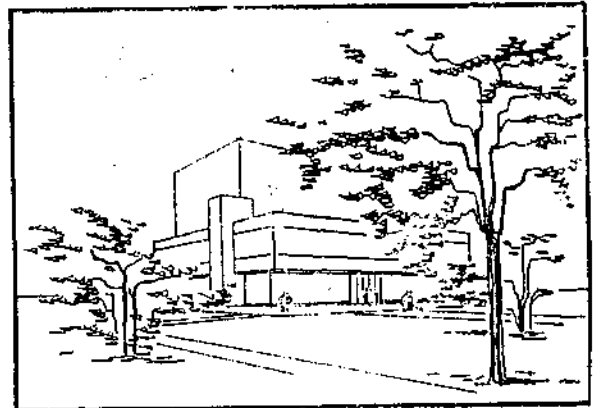


fig. 16.4.7

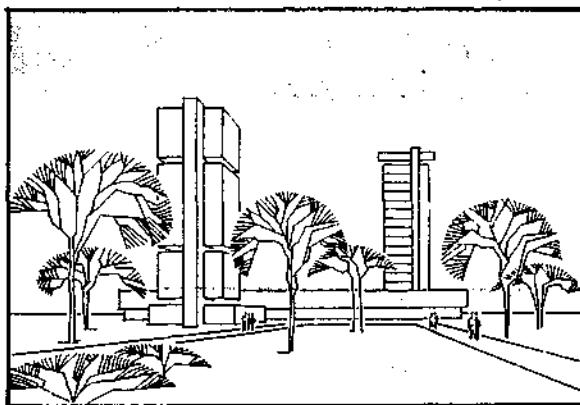


fig. 16.4.5

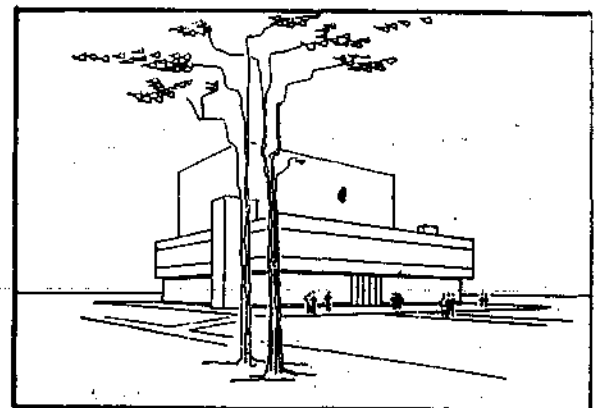


fig. 16.4.8

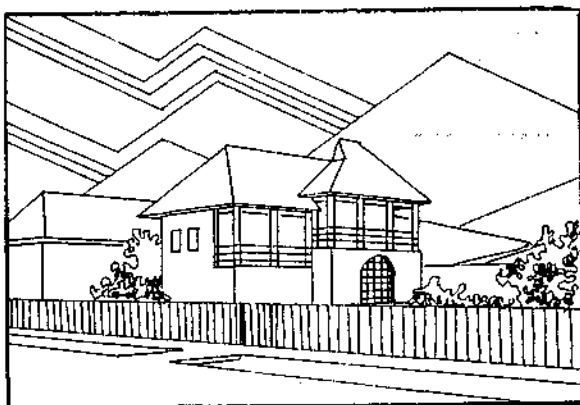


fig. 16.4.6

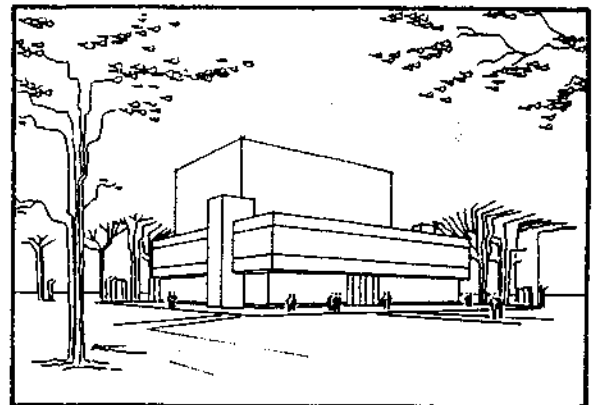


fig. 16.4.9

16.5. REDAREA PROFUNZIMII

În desenul perspectiv, profunzimea se realizează prin:

a) atributele perspectivei liniare — micsorarea obiectelor odată cu depărtarea, convergența paralelelor în profunzime (care atrage după sine schimbarea formei), suprapunerea planelor (suprapunerea conturilor aparente ale obiectelor);
b) atributele perspectivei aeriene — modelarea tratării suprafețelor, modelarea conturilor obiectelor (diferențierea planelor prin grosimea liniei de contur aparent), claritatea conturilor.

În continuare se pun în evidență câteva modalități practice de redare a profunzimei în perspectiva de arhitectură, pe baza studiului teoretic făcut înainte.

①

Una din aceste modalități este tratarea planelor orizontale (planul orizontal al pământului, pardoselile și plafoanele în perspectiva de interior). Procedeu cel mai simplu este de a pune în evidență caroiajul (fig. 16.5.1). Analizând cu atenție acest procedeu, se observă că depărtarea nu este redată de dreptele care fug la punctul de fugă, ci de direcția perpendiculară pe ele (acea unitate egală ce scade în profunzime). În figura 16.5.2 nu se poate aprecia corect cât de lungă este strada

și cât de departe de privitor este clădirea care închide perspectiva. Dacă se trasează pe desen direcțiile perpendiculare ale unităților egale, ce descresc în departare, se constată că strada este mult mai lungă decât s-a apreciat prima dată, iar clădirea ce închide perspectiva este (vizual) trimisă mult mai departe. Acest caroiaj poate fi materializat prin elemente de arhitectură care să mobilizeze planul din fața construcției (jardinieră egală, alternanță de suprafețe dalate cu suprafețe de vegetație, bănci și alte elemente de mobilier urban — fig. 16.5.3).

În cazul perspectivei de interior se poate proceda la fel (v. fig. 16.2.11). Se observă că grinziile care fug în profunzime nu redau suficient de bine perspectiva. Metoda trasării caroiajului pe planurile orizontale este într-adevăr cea mai simplă și mai rapidă, dar pentru a apropia desenul perspectiv de realitate, trebuie ca acest caroiaj să fie materializat într-un fel în perspectivă.

② Diferențierea planelor în perspectivă este o altă modalitate de a crea senzația de profunzime. Profunzimea poate fi redată prin tratarea diferențiată a suprafețelor și a conturilor aparente ale obiectelor sau prin suprapuneri de plane.

Linia de contur aparent poate fi tratată diferit în funcție de distanța obiectului față de observator.

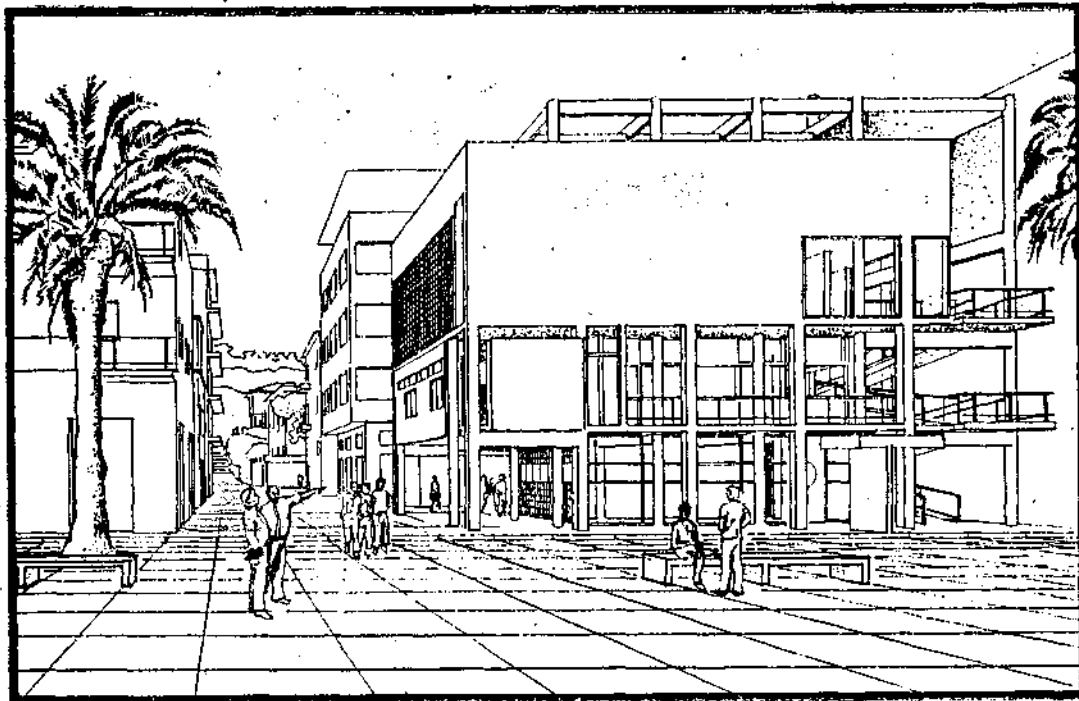


fig. 16.5.1

Astfel, obiectele ce sunt mai aproape vor avea o linie de contur mai groasă și mai precisă, iar pe măsură ce se depărtează de privitor au o linie de contur mai subțire și mai puțin precisă (fig. 16.5.4). În felul acesta, obiectele pot fi detașate unele de altele în funcție de locul ocupat în perspectivă. Procedeu poate căpăta și aspecte negative, atunci când linia groasă de contur îmbracă un ansamblu de mai multe obiecte, care trebuie detașat de mediu (fig. 16.5.5).

Diferențierea obiectelor de arhitectură se poate obține și prin tratarea diferențiată a fațadelor. În planele apropiate, fațadele pot fi tratate pînă la detalii, în planele mai depărtate tratarea se oprește la punerea în evidență a volumului, iar la depărtări foarte mari se desenează doar conturul aparent, care se poate chiar confunda cu mediul înconjurător.

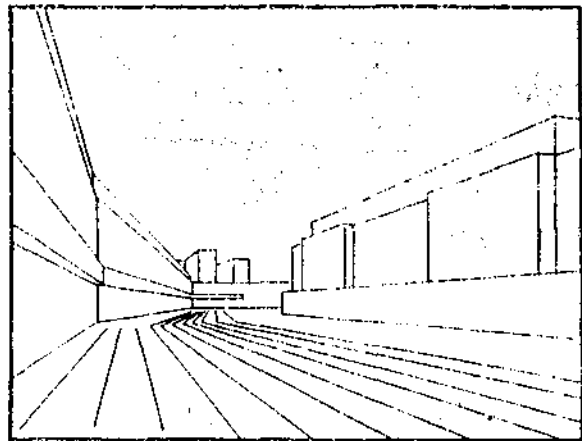


fig. 16.5.2

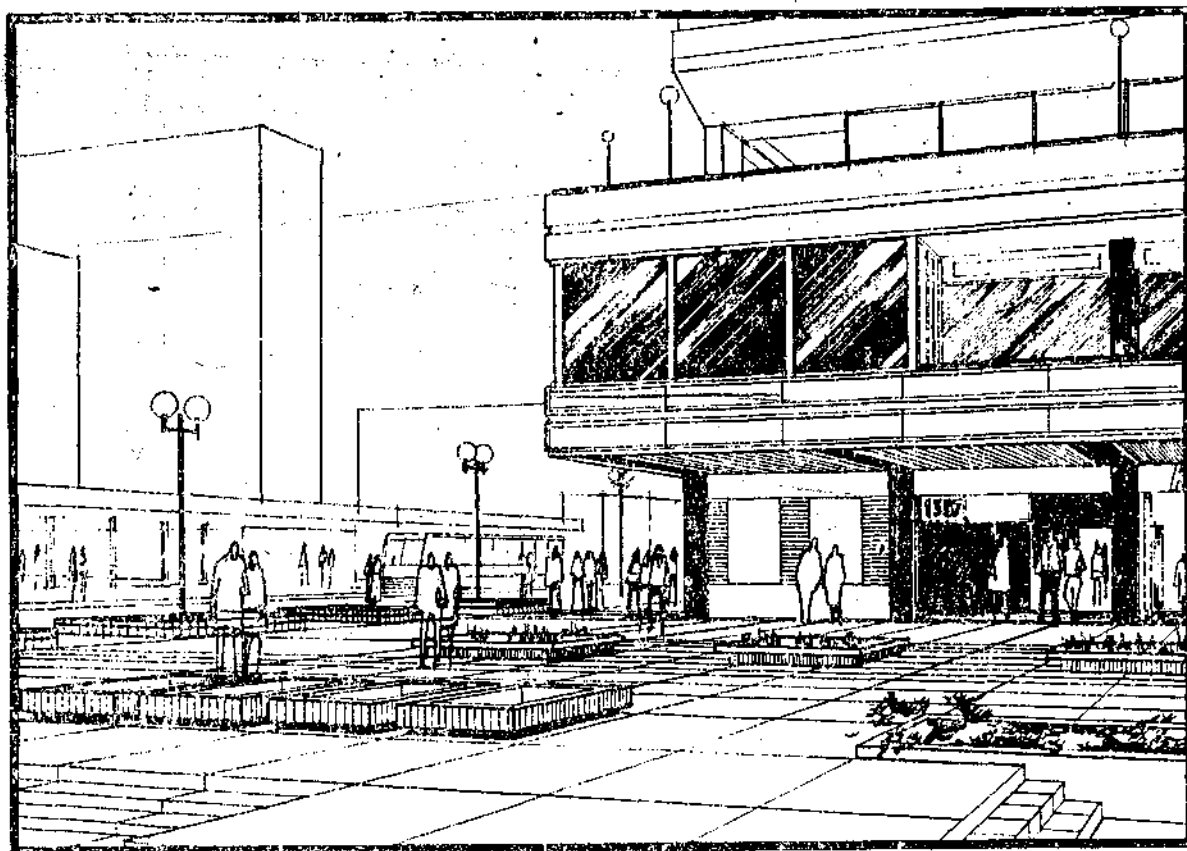


fig. 16.5.3

Această suprapunere de plane duce la observația că, mai ales într-o perspectivă la nivelul ochilor, linia de intersecție între volumul de arhitectură și planul pământului nu se vede în întregime (fig. 16.5.6). Ea este acoperită de elementele de anturaj (oameni, mașini, vegetație, alte obiecte) ce se găsesc între obiectul considerat și privitor. Apariția acestei linii în desen creează senzația de machetă și îndepărtează perspectiva de viziunea realului. În schimb, conturul aparent al volumului, ce se profilează pe cer sau pe alte elemente de fundal, trebuie desenat întreg și cu mare precizie. O altă

problemă de care trebuie să se țină seama în redarea profunzimii este crearea prim-planurilor, cu ajutorul cărora se poate măsura distanța ce-l separă pe privitor de obiectul considerat. Totodată prim-planurile reprezintă și o modalitate de închidere a perspectivei. Ca elemente de prim-plan se pot folosi detalii arhitecturale ale unor construcții din același plan cu privitorul, elemente de vegetație, automobile, oameni, elemente de mobilier urban etc. Diferența de scară dintre obiectele din prim-plan și cele mai depărtate de privitor creează o bună senzație de adâncime.

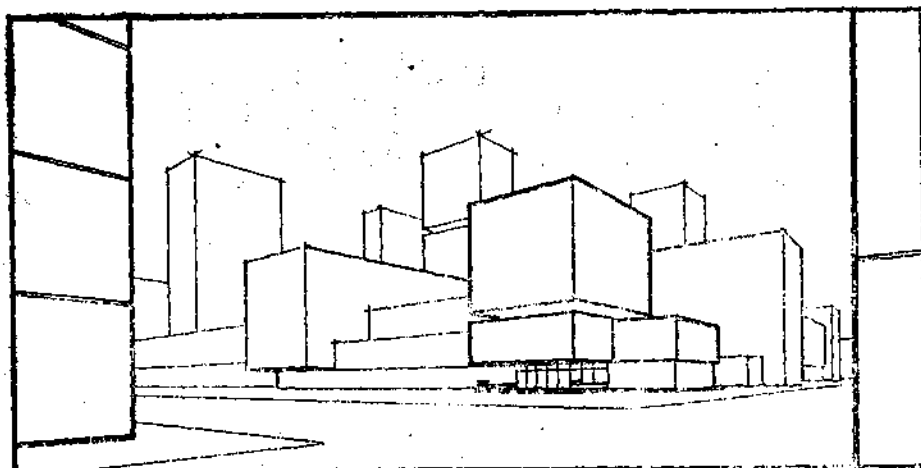


fig. 16.5.4

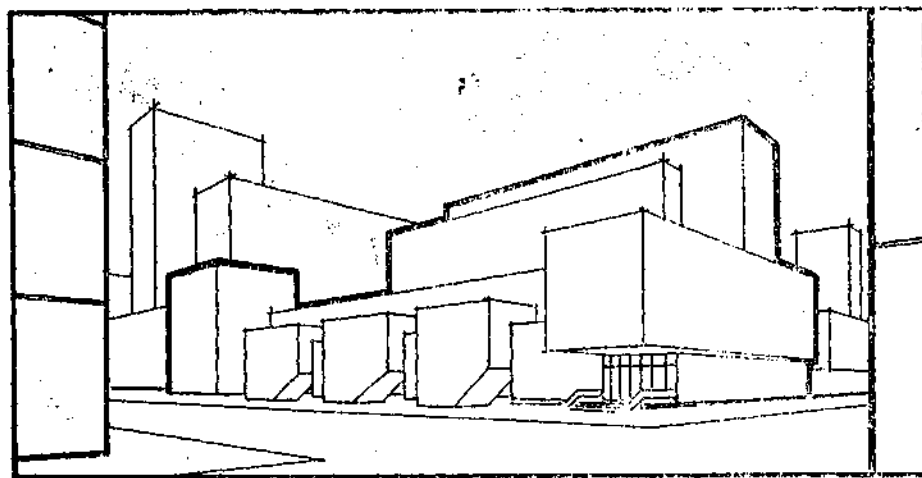


fig. 16.5.5

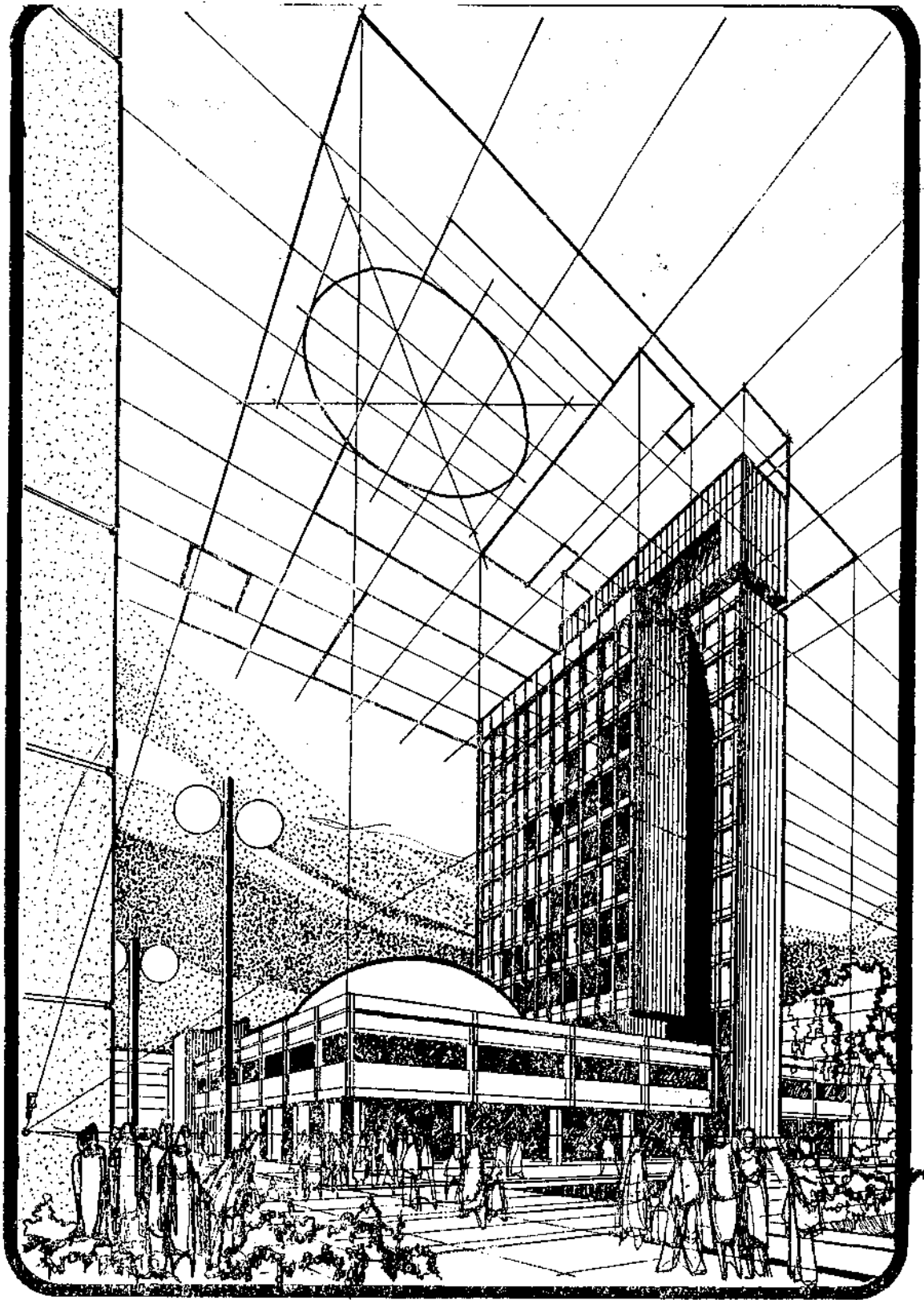


fig. 16.5.6

16.6. ALTE TIPURI DE REPREZENTĂRI PERSPECTIVE

Pentru a ușura înțelegerea organizării spațiilor interioare apare uneori necesară construirea unei secțiuni-perspective. Aceasta poate fi realizată la două puncte de fugă sau frontală. Secțiunea perspectivă frontală are avantajul că secțiunea verticală a casei, fiind frontală, poate fi construită la scară direct în tabloul perspectiv (fig. 16.6.1).

Pentru a prezenta corectă integrare a unui obiect de arhitectură într-un mediu construit sau într-un peisaj, se va recurge la așa-numitul fotomontaj. În cadrul reprezentărilor de arhitectură fotomontajul constă în obținerea unei singure imagini prin suprapunerea perspectivei obiectului de arhitectură peste fotografia amplasamentului dat. Este de fapt o suprapunere de două perspective. Pentru ca suprapunerea să se facă perfect trebuie ca pe fotografia mediului ambiant să se determine elementele sistemului perspectiv (punctul P, punctele de fugă, înălțimea orizontului), printr-o restituție perspectivă. Aceste elemente se vor folosi la construcția perspectivei obiectului proiectat. Va rezulta o imagine unică, foarte aproape de imaginea pe care o va avea privitorul după construirea casei

pe amplasamentul dat (fig. 16.6.2). Același lucru se obține folosind în loc de perspectivă fotografia machetei viitoarei construcții. Pentru ca cele două fotografii să se suprapună perfect sînt necesare operații mult mai complicate; în plus, primul procedeu permite compunerea volumetriei chiar pe poza amplasamentului dat.

În figura 16.6.3 este prezentată o perspectivă de tip frontal, mobilată numai pe o parte. Deși obiectul pus în perspectivă nu are o compoziție concavă, perspectiva lui frontală nu deranjează, deoarece direcția paralelă cu tabloul este foarte scurtă. Cînd direcția paralelă cu tabloul este foarte scurtă sau inexistentă, se poate limita perspectiva frontală independent de punctul principal de privire P (fig. 16.6.4).

În final sînt prezentate două perspective la nivelul ochilor: una la două puncte de fugă, ansamblul avînd în plan o compoziție concavă (fig. 16.6.5); cealaltă este o perspectivă frontală a unei clădiri cu un plan dreptunghiular (fig. 16.6.6).

Într-o perspectivă frontală se poate reprezenta și un obiect ce se înscrie perfect într-o prismă dreaptă dreptunghiulară, dacă acest obiect prezintă direcții ce fug la P sau la alte puncte de fugă pe linia orizontului.

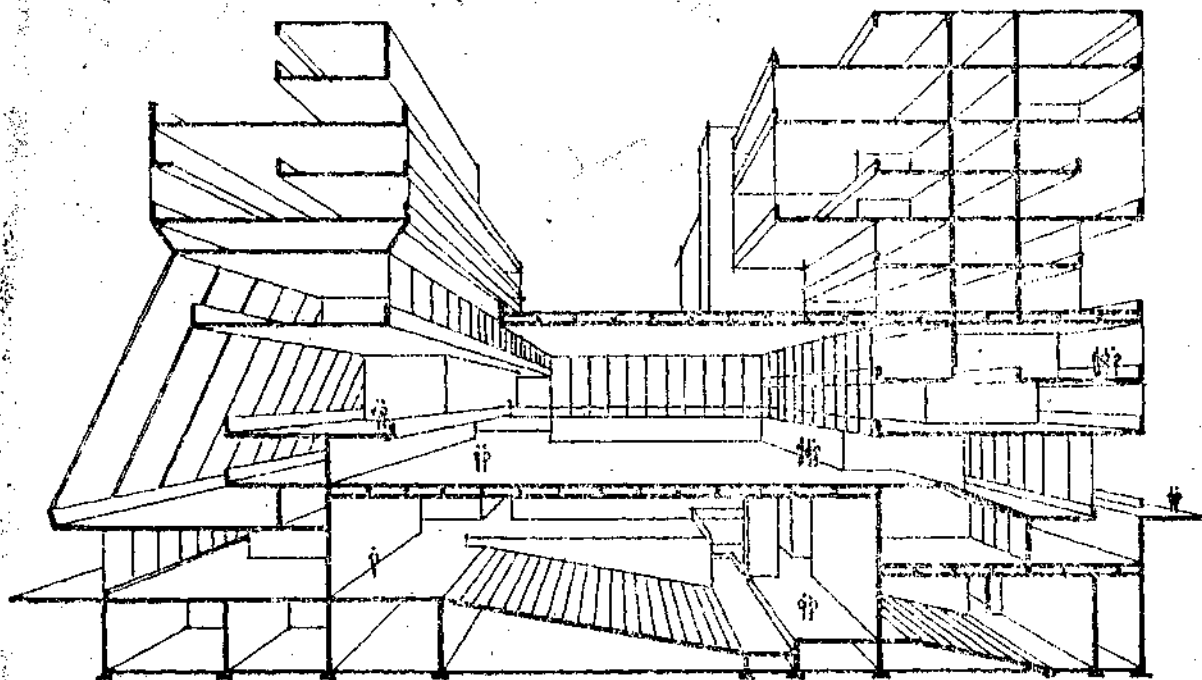


fig. 16.6.1

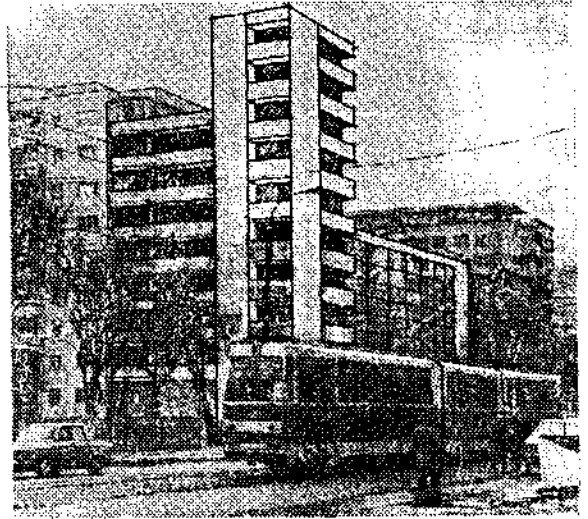
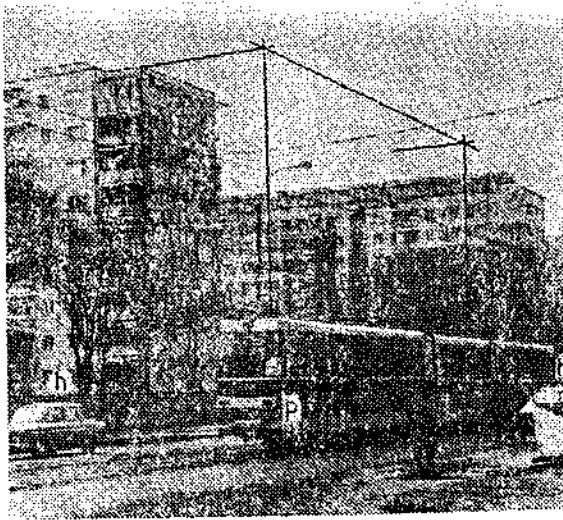


fig. 16.6.2

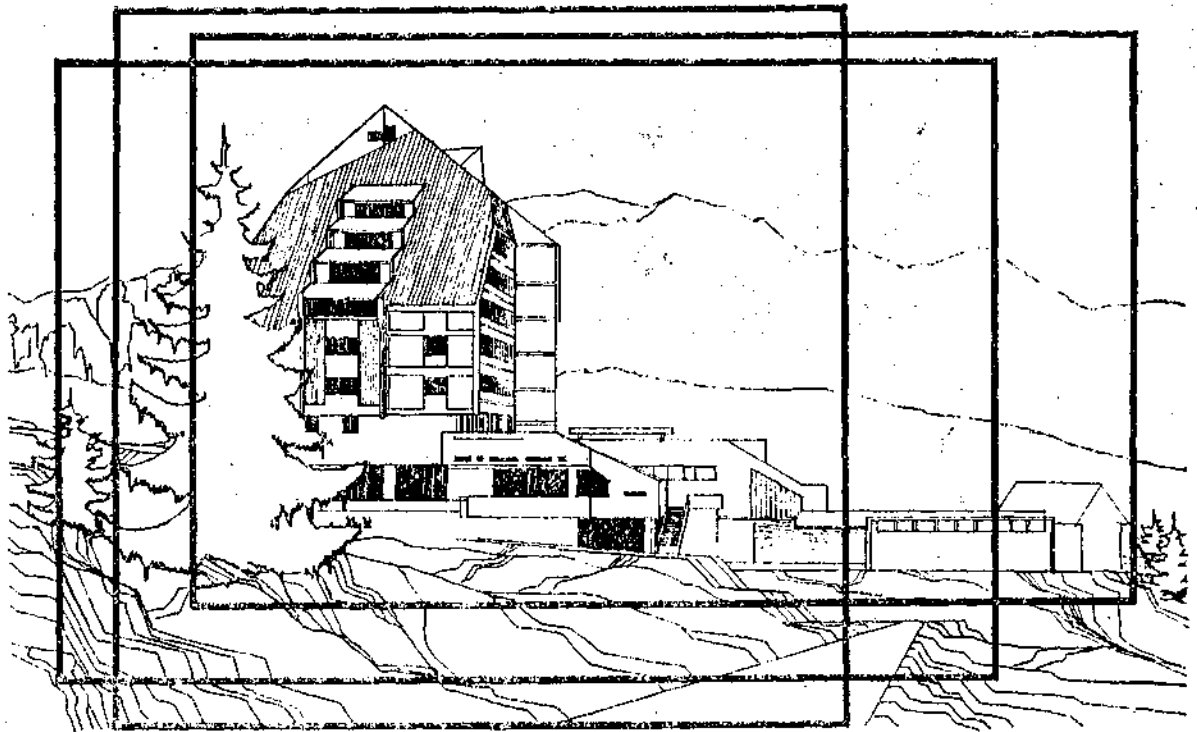


fig. 16.6.4

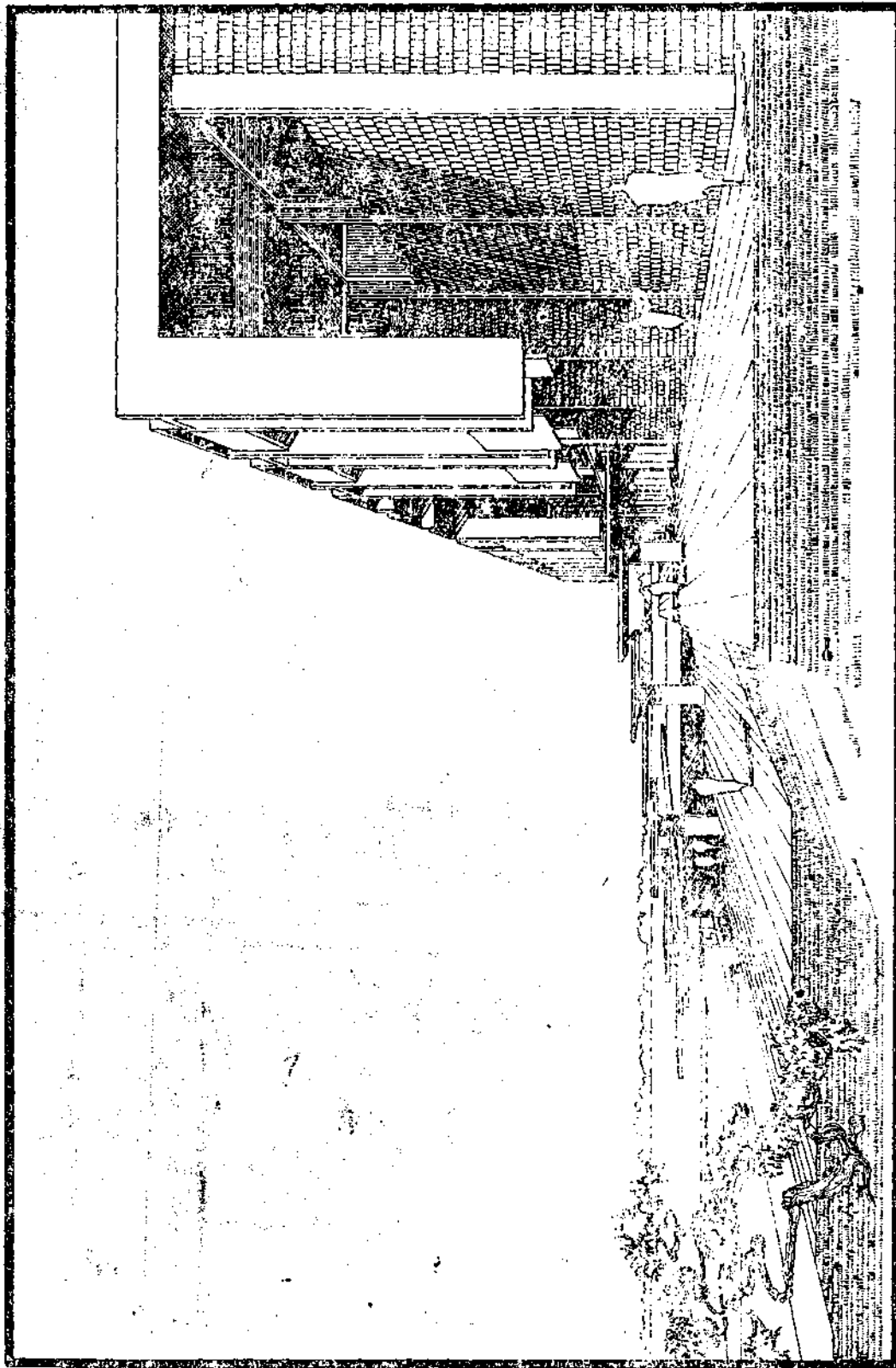


fig. 16.6.3

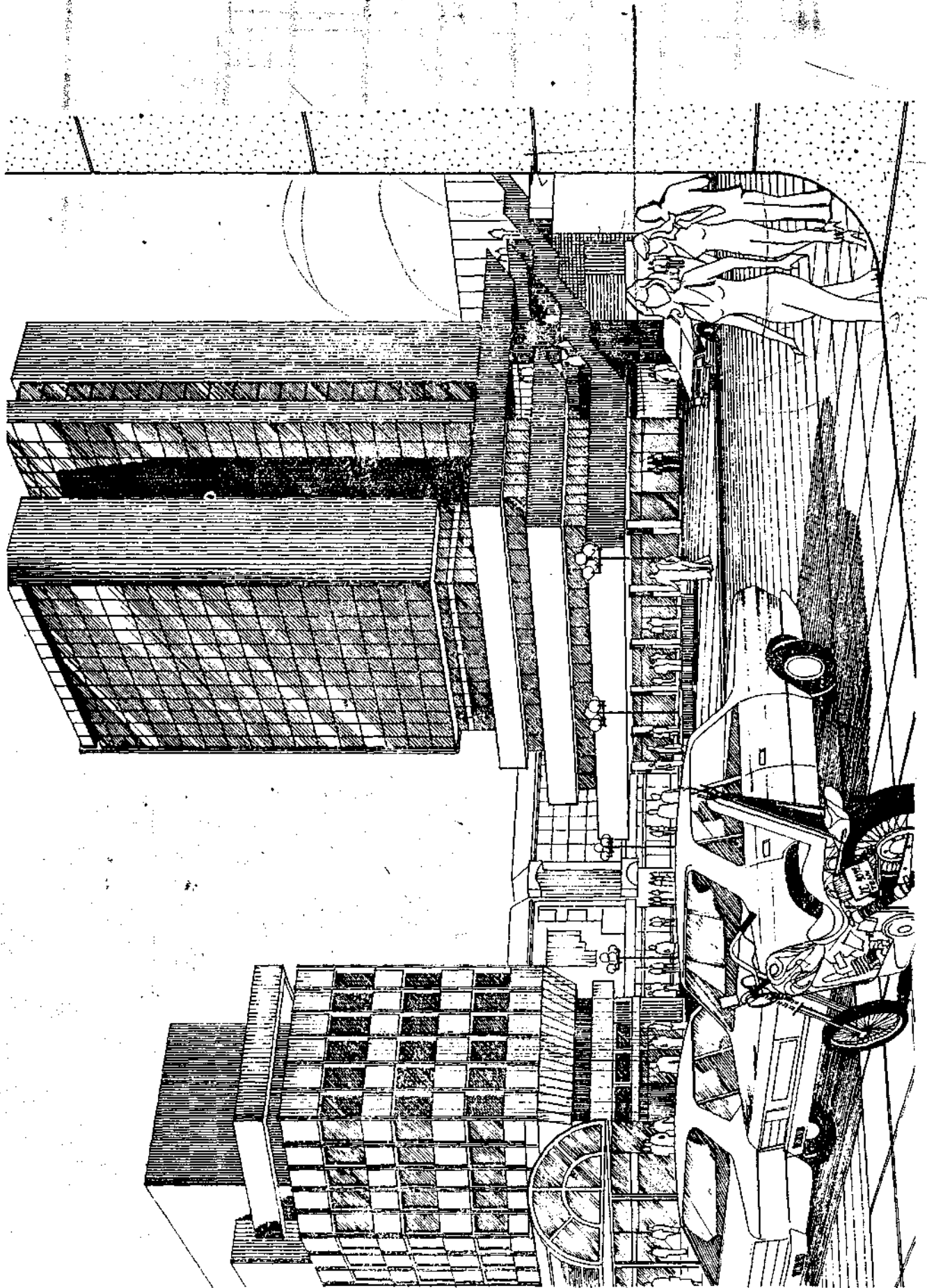


fig. 16.6.5

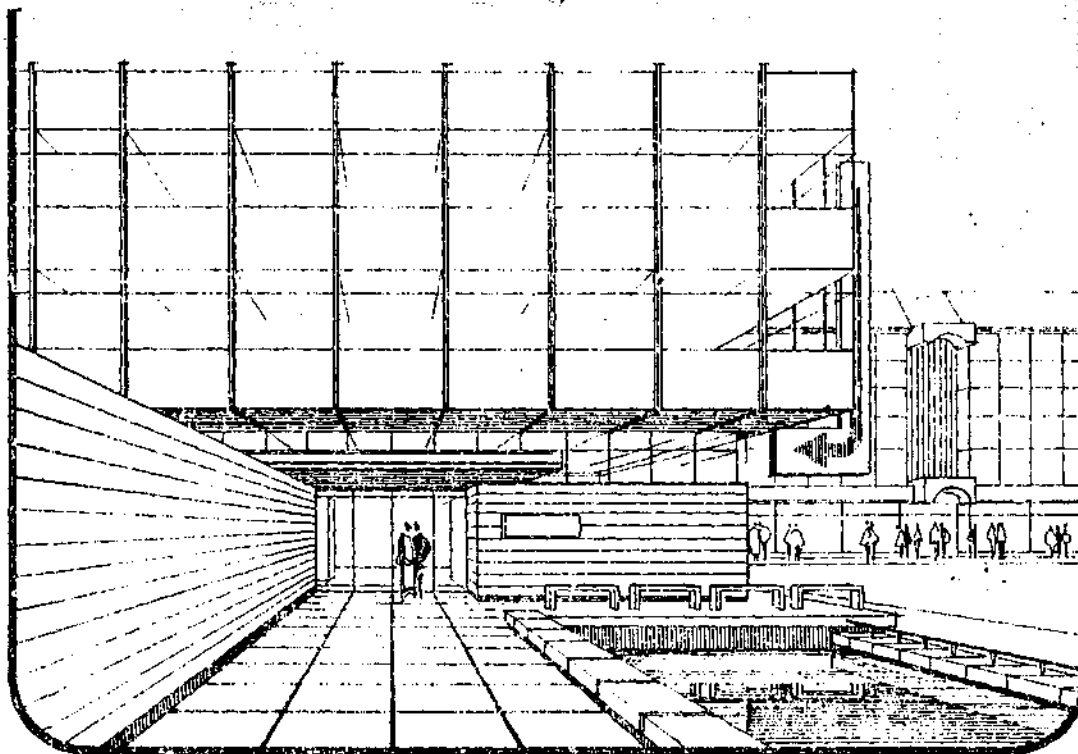


fig. 16.6.6

Pe întradosul coperților exterioare sînt ilustrate două perspective de prezentare: o perspectivă la două puncte de fugă cu orizontul supraînălțat și o perspectivă la două puncte de fugă cu oglindire

Partea a treia

ANEXE

ANEXA 1

ELEMENTE DE GEOMETRIE ÎN SPAȚIU

Planul este suprafața care conține toate punctele unei drepte așezate pe el. O dreaptă împarte un plan în două *semiplane*.

Față de un plan, o dreaptă poate avea una din pozițiile (fig. A1.1):

- are un singur punct în plan;
- este conținută în plan;
- este paralelă cu planul, atunci când nu are nici un punct comun cu planul situat la distanță finită. Atunci când are un punct comun A , se spune că dreapta intersectează planul în A .

Un plan poate fi definit prin:

- trei puncte necoliniare (fig. A1.2);
- o dreaptă și un punct exterior ei (fig. A1.3);
- două drepte paralele (fig. A1.4);
- două drepte concurente (fig. A1.5).

Două plane distincte, care au un punct comun, la distanță finită, au o infinitate de puncte comune situate pe o dreaptă, dreapta de intersecție a celor două plane (fig. A1.6). Două plane care nu au nici un punct comun la distanță finită sînt paralele (fig. A1.7).

Printr-o dreaptă (D) trec o infinitate de plane care formează un fascicul avînd ca muchie dreapta (D) (fig. A1.8). Un plan al fascicului este determinat

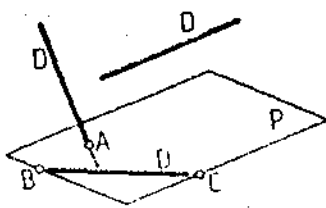


fig. A 1.1

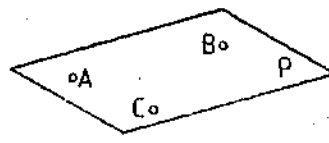


fig. A 1.2

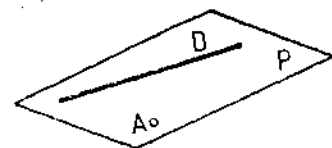


fig. A 1.3

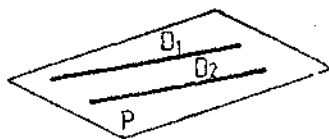


fig. A 1.4

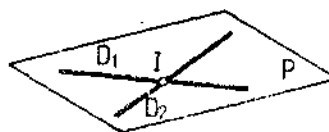


fig. A 1.5

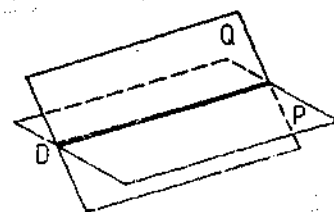


fig. A 1.6

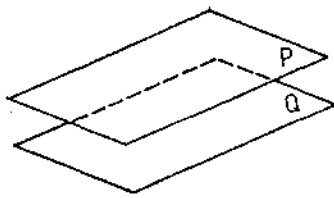


fig. A 1.7

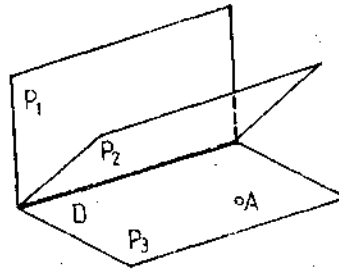


fig. A 1.8

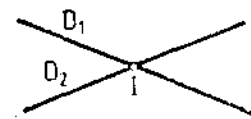


fig. A 1.9

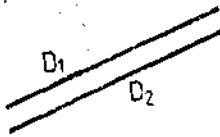


fig. A 1.10

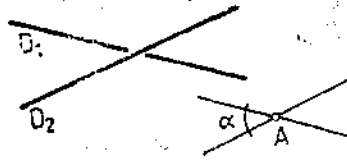


fig. A 1.11

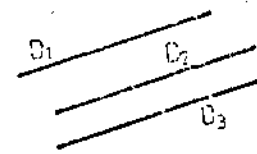


fig. A 1.12

prin muchie și un punct exterior ei. Un fascicul este determinat prin două plane ale sale $[P_1]$, $[P_2]$.

Două drepte distincte în spațiu pot:

— să fie concurente, cînd au un punct comun la distanță finită (fig. A1.9);

— să fie paralele, cînd nu au nici un punct comun, cu excepția punctului de la infinit (fig. A1.10);

— să nu aibă nici un punct comun și nici să fie paralele, atunci se zice că sînt strîmbe în spațiu (fig. A1.11). Unghiul a două asemenea drepte este, prin definiție, unghiul plan dintre paralelele la ele duse printr-un punct A din spațiu.

Două drepte paralele cu o a treia dreaptă (D_3) sînt paralele între ele (fig. A1.12).

Dacă o dreaptă (D) este paralelă cu un plan [P], orice plan [Q] care trece prin (D) taie planul [P] după o dreaptă (D_1) paralelă cu dreapta (D) (fig. A1.13).

Două plane $[P_1]$, $[P_2]$ paralele cu aceeași dreaptă (D) se taie după o dreaptă (D_1) paralelă cu (D) (fig. A1.14).

Orice dreaptă (D) dintr-un plan [P] paralel cu un plan [Q] este și ea paralelă cu planul [Q]. Invers, un plan [Q] paralel cu două drepte dintr-un plan [P] este paralel cu [P] (fig. A1.15).

Trei plane oarecare se taie două câte două după trei drepte concurente (fig. A1.16). Această proprietate foarte importantă fundamentează transformările geometrice prin omologie și se aplică în numeroase probleme de geometrie descriptivă și perspectivă (de exemplu, intersecții de corpuri în dublu ortogonal sau în axonometrie etc.).

Două plane paralele [P], [P'] sînt tăiate de un al treilea plan [Q] după două drepte paralele (fig. A1.17).

Două plane paralele determină pe două drepte paralele segmente egale (fig. A1.18; $\overline{AB} = \overline{A'B'}$)

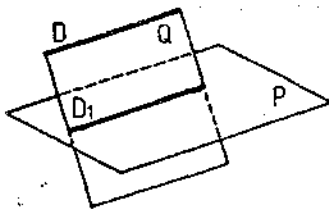


fig. A 1.13

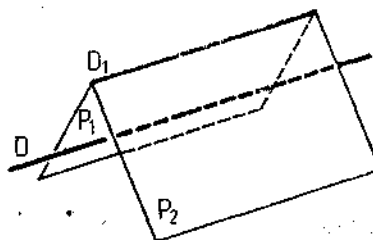


fig. A 1.14

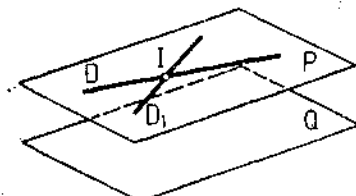


fig. A 1.15

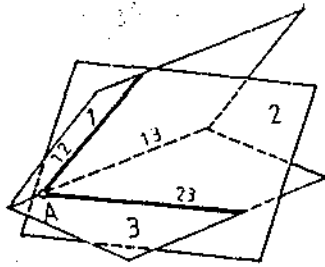


fig. A 1.16

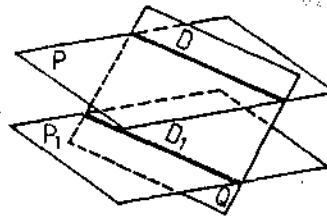


fig. A 1.17

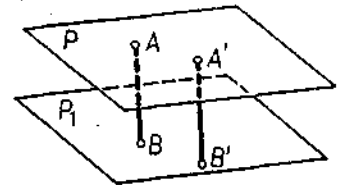


fig. A 1.18

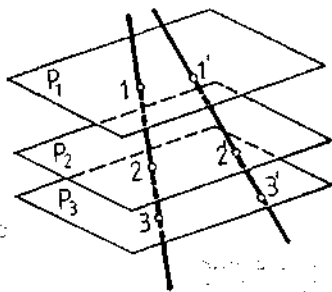


fig. A 1.19

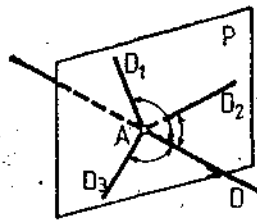


fig. A 1.20

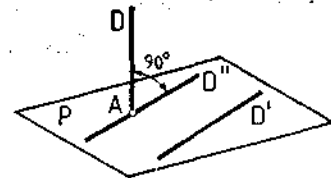


fig. A 1.21

Trei sau mai multe plane paralele determină pe două secante, segmente proporționale (fig. A1.19; $\frac{12}{23} = \frac{1'2'}{2'3'}$).

Într-un punct A situat pe dreapta (D) se pot duce o infinitate de drepte perpendiculare pe ea, care formează un plan [P] perpendicular pe dreapta (D) (fig. A1.20). Dreapta (D) se numește normala pe planul [P]. Dintr-un punct exterior unui plan se poate duce o singură perpendiculară pe el. Un plan [P] are o infinitate de normale, toate paralele între ele.

O dreaptă (D) este perpendiculară pe o dreaptă (D') dintr-un plan [P], dacă este perpendiculară pe paralela ei dusă prin A (fig. A1.21).

O dreaptă perpendiculară pe un plan [P], va fi perpendiculară pe orice plan [Q] paralel cu [P] (fig. A1.22).

Pentru ca o dreaptă să fie perpendiculară pe un plan este suficient să fie perpendiculară pe două drepte concurente ale planului. Printr-un punct al spațiului se poate duce un plan și numai unul perpendicular pe o dreaptă. Două plane perpendiculare pe o dreaptă sînt paralele între ele.

Dacă dintr-un punct O exterior unui plan se duc pe acest plan perpendicularea și mai multe oblice, atunci (fig. A1.23):

— perpendiculara OA este mai mică decât orice oblică OB;

— toate oblicele egal depărtate de piciorul perpendicularei (punctul A) sînt egale și invers.

Unghiul diedru a două semiplane [P] și [P1] (care formează fețele unghiului) este prin definiție egal cu unghiul plan V dintre dreptele de intersecție a celor două fețe [P] și [P1] pe un plan [Q] perpendicular în punctul O pe muchie (fig. A1.24).

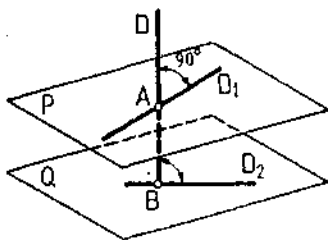


fig. A 1.22

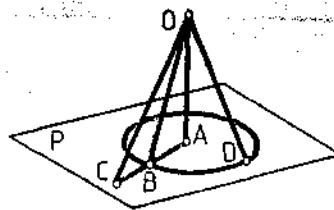


fig. A 1.23

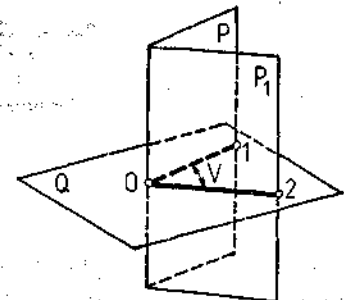


fig. A 1.24

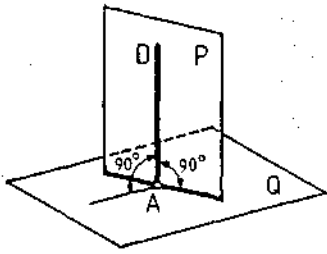


fig. A 1.25

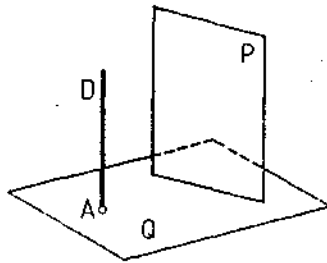


fig. A 1.26

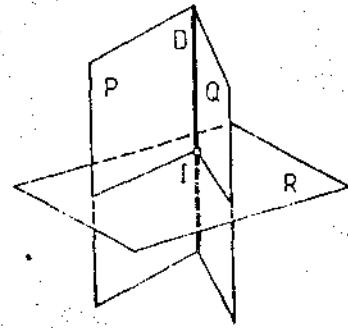


fig. A 1.27

Planul bisector al unui unghi diedru este planul care îl împarte în două diedre egale.

Dacă două plane sînt perpendiculare, orice perpendiculară pe intersecția lor și situată într-unul din plane este perpendiculară pe celălalt plan (fig. A1.25).

Un plan [P] este perpendicular pe un alt plan [Q], dacă conține o perpendiculară pe acesta sau dacă este paralel cu o asemenea dreaptă perpendiculară (D) (fig. A1.26). Un plan și o dreaptă perpendiculare pe același plan sînt paralele între ele.

Dacă două plane [P], [Q] sînt perpendiculare pe un al treilea plan [R], dreapta lor de intersecție (D) este perpendiculară pe planul [R] (fig. A1.27). Locul geometric al dreptelor proiectante ale punctelor unei drepte (D) pe un plan [P] este un plan perpendicular pe planul [P] (fig. A1.28), care se numește *plan proiectant*. Intersecția acestui plan cu planul P este o dreaptă (D'), proiecția dreptei (D) pe planul [P]. Unghiul pe care îl fac dreptele (D), (D') între ele măsoară unghiul dreptei (D) cu planul [P]; el este unghiul cel mai mic pe care îl face dreapta (D) cu o dreaptă oarecare a planului [P]. Proiecțiile unui segment pe două plane paralele sînt egale între ele.

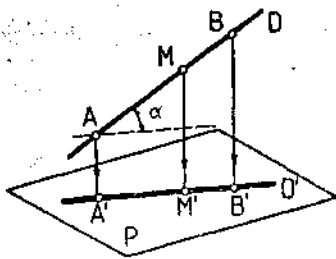


fig. A 1.28

Teorema celor trei perpendiculare. Dacă (D'), (Δ') sînt proiecțiile a două drepte din spațiu (D), (Δ) pe planul [P] (fig. A1.29), atunci două din proprietățile de mai jos au drept consecință a treia proprietate:

- dreptele (D), (Δ) sînt perpendiculare;
- una din drepte este paralelă cu [P];
- proiecțiile (D'), (Δ') sînt perpendiculare.

Unghiul poliedru este figura geometrică formată de mai multe plane concurente într-un punct O numit *virf* (fig. A1.30).

Intersecțiile planelor concurente se numesc *muchii* și mărginesc fețele poliedrului. Dacă unghiul poliedrului este situat de aceeași parte a fețelor se zice că este unghi convex.

Triedrul este unghiul poliedru cu trei fețe și trei muchii. Dacă triedrul are muchii perpendiculare două câte două, se zice că este un *triedru tridreptunghic* (fig. A1.31). În acest caz, fiecare muchie este perpendiculară pe fața determinată de celelalte două muchii.

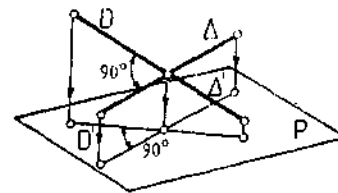


fig. A 1.29

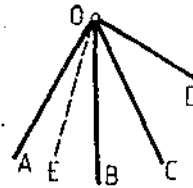


fig. A 1.30

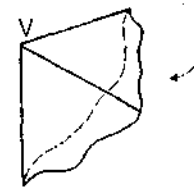


fig. A 1.31

ANEXA 2

PROBLEME DE LOCURI GEOMETRICE PLANE

Se numește *loc geometric* figura formată din mulțimea tuturor punctelor din plan (sau din spațiu) care se bucură de o aceeași proprietate. Locurile geometrice se definesc:

- printr-o relație metrică ce caracterizează toate punctele locului geometric;
- prin intersecția a două familii de curbe (sau de suprafețe în spațiu) care depind de un parametru și ale căror puncte comune aparțin locului geometric.

EXEMPLE DE LOCURI GEOMETRICE PLANE

- a. Locul geometric (L. G.) al tuturor punctelor situate la o distanță dată de un punct dat este un cerc cu centrul în punctul dat și de rază egală cu distanța dată (fig. A2.1).
- b. Locul geometric al tuturor punctelor situate la o distanță dată de o dreaptă dată se compune din două drepte paralele cu dreapta dată și aflate la distanța dată de dreapta dată (fig. A2.2).
- c. Locul geometric al tuturor punctelor egal depărtate de două puncte date este mediatoarea segmentului care unește cele două puncte (fig. A2.3).
- d. Locul geometric al tuturor punctelor situate la distanță egală de două drepte date îl constituie cele două bisectoare (perpendiculare una pe cealaltă) ale unghiurilor dintre cele două drepte date (fig. A2.4).

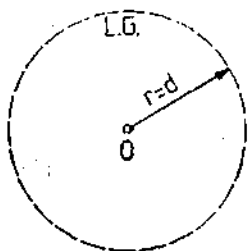


fig. A 2.1

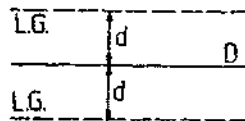


fig. A 2.2

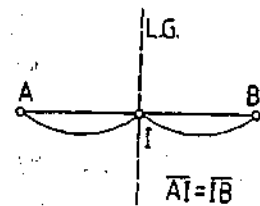


fig. A 2.3

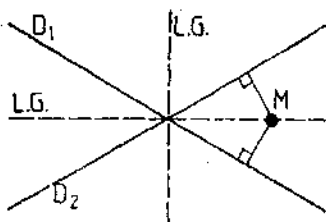


fig. A 2.4

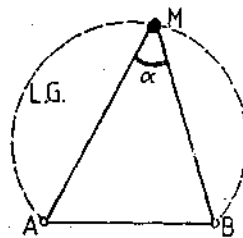


fig. A. 2.5

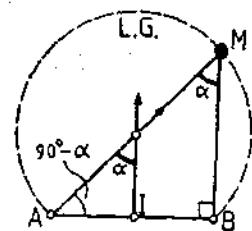


fig. A 2.6

e. Locul geometric al tuturor punctelor care se vede un segment dat sub un unghi dat este un arc de cerc care are drept coardă segmentul dat (fig. A2.5).

Construcția arcului capabil de unghiul dat α se face observând că unghiul sub care se vede segmentul \overline{AB} din centrul cercului este 2α (fig. A2.6).

Pentru a determina deci centrul cercului căruia îi aparține arcu capabil de α , se intersectează mediatoarea segmentului \overline{AB} cu o dreaptă dusă din A la unghiul complementar lui α (adică $90^\circ - \alpha$).

f. Locul geometric al tuturor punctelor pentru care distanțele la două puncte date se află într-un raport dat $m:n$ este un cerc (fig. A2.7).

g. Locul geometric al tuturor punctelor pentru care distanțele la două drepte date se află într-un raport dat $m:n$ este alcătuit din două drepte care trec prin punctul de intersecție al dreptelor date (fig. A2.8). Exemplul d reprezintă un caz particular al lui g.

h. Locul geometric al tuturor punctelor pentru care pătratele distanțelor la două puncte date au o diferență constantă a^2 este o dreaptă perpendiculară pe dreapta care unește cele două puncte (fig. A2.9).

i. Locul geometric al tuturor punctelor pentru care pătratele distanțelor la două puncte date au o sumă constantă a^2 este un cerc cu centrul în mijlocul segmentului care unește cele două puncte (fig. A2.10).

k. Locul geometric al tuturor punctelor pentru care distanțele la două drepte date au o sumă sau o diferență date îl constituie un sistem de patru drepte (fig. A2.11).

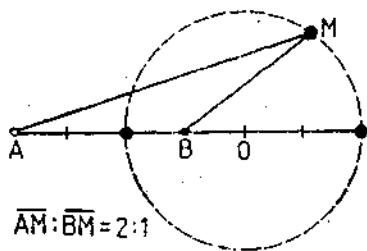


fig. A 2.7

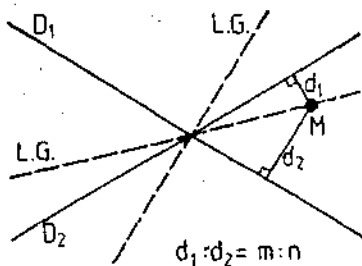


fig. A 2.8

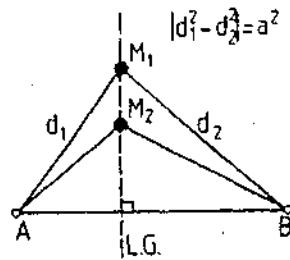


fig. A 2.9

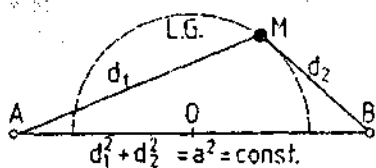


fig. A 2.10

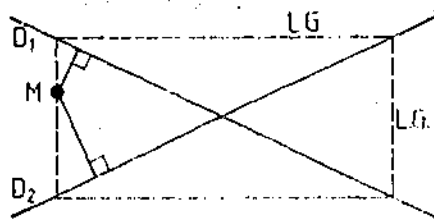


fig. A 2.11

În problemele propuse spre rezolvare mai jos se folosește următoarea convenție de notații: se vor nota vîrfurile unui triunghi oarecare cu A, B și C, laturile cu a, b și c, înălțimile cu h_a , h_b și h_c , medianele cu m_a , m_b și m_c , iar bisectoarele cu w_a , w_b și w_c . Raza cercului înscris în triunghiul ABC va fi notată cu r, raza cercului circumscris triunghiului ABC va fi notată cu ρ , iar razele cercurilor exînscrie triunghiului ABC vor fi notate respectiv cu ρ_a , ρ_b , și ρ_c .

Problemele 1...20 se rezolvă prin aplicarea directă a unuia sau a mai multor locuri geometrice plane dintre cele zece exemple precedente. La fiecare problemă se indică în paranteză locul geometric ce trebuie folosit pentru rezolvarea ei.

1. Construiți un cerc de rază dată care trece prin două puncte date (a).
2. Construiți un cerc de rază dată care trece printr-un punct dat și este tangent la o dreaptă dată (a și b).
3. Construiți un cerc de rază dată care trece printr-un punct dat și este tangent la un cerc dat (a).
4. Construiți un cerc de rază dată care este tangent la o dreaptă dată și la un cerc dat (a și b).
5. Construiți un triunghi, cunoscînd a, h_a și m_a (a și b).
6. Construiți un cerc care trece printr-un punct dat și este tangent la o dreaptă dată sau la un cerc dat într-un punct dat (c).
7. Construiți un cerc tangent la două drepte paralele și care trece printr-un punct dat (d și a).

8. Găsiți punctul din care două segmente date se văd sub unghiuri date (e).

9. Găsiți punctul pentru care distanțele la trei drepte se află în raportul dat m: n: q (g).

10. Într-un triunghi oarecare, găsiți punctul pentru care distanțele la cele trei vîrfuri ale triunghiului se află în raportul dat m: n: q (f).

11. Găsiți punctul din care două cercuri date se văd sub unghiuri date (a).

12. Construiți cercul al cărui centru se află pe o dreaptă dată și a cărui circumferință se află situată la distanțe date de două drepte date (k).

13. Construiți punctul pentru care tangentele la trei cercuri date să aibă aceeași lungime (h).

14. Într-un triunghi dat, găsiți punctul care, unit cu vîrfurile triunghiului, determină trei triunghiuri echivalente (de arii egale).

15. Circumscrieți un pătrat unui triunghi echilateral astfel încît cele două figuri să aibă un vîrf comun (e și c).

16. Într-un triunghi, găsiți punctul din care cele trei laturi se văd sub unghiuri egale (e).

17. Găsiți punctul din care trei cercuri date se văd sub unghiuri egale (f).

18. Într-un patrulater dat, găsiți punctul pentru care distanțele la două laturi opuse să aibă o sumă dată, iar distanțele la celelalte două laturi să se afle într-un raport dat m: n.

19. Găsiți punctul de pe circumferința unui cerc dat pentru care suma distanțelor la două drepte date să fie minimă (k).

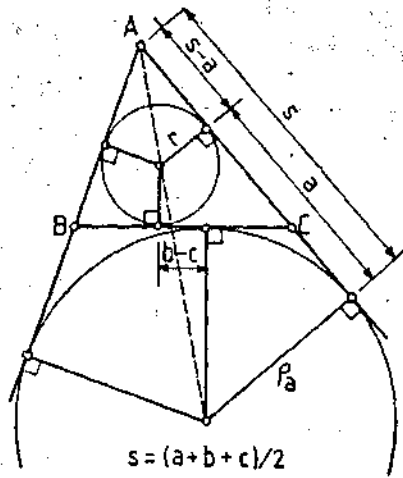


fig. A 2.12

20. Pe o masă de biliard circulară, două bile A și B sînt plasate pe același diametru, în poziții oărecare. Determinați direcția de lansare a unei bile, astfel încît, după ricoșeul din circumferință, să lovească pe cea de a doua bilă.

INDICAȚII ȘI PROPRIETĂȚI SUPPLEMENTARE
NECESARE REZOLVĂRII PROBLEMELOR 21... 35

Se introduc în figură elementele date. Se examinează atent figura, pentru a găsi liniile și unghiurile care, fără a fi date, se pot determina ușor cu ajutorul elementelor date. Se caută apoi o porțiune a figurii ce poate fi determinată de elementele date și poate servi la găsirea celorlalte părți ale figurii finale. În special se urmărește găsirea unor triunghiuri auxiliare ce au trei elemente cunoscute. Pentru a introduce laturile unui triunghi, sumele sau diferențele lor, se pot utiliza cercul înscris în triunghi și cele trei cercuri exînscrise (fig. A.2.12). Dacă se notează cu s semiperimetrul triunghiului ABC, adică $s = (a + b + c)/2$, rezultă:

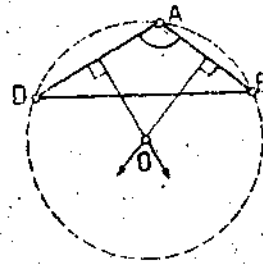


fig. A 2.13

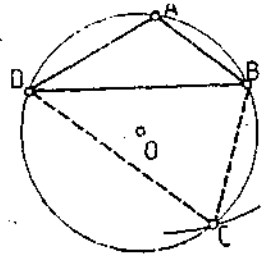


fig. A 2.14

- cercul înscris determină pe laturile triunghiului ABC segmente egale cu $s-a$, $s-b$ și $s-c$ respectiv;
- distanța de la vîrfurile A la punctele de tangență ale cercului exînscris de rază p_a este s ;
- distanța dintre punctele de tangență ale cercului exînscris și cel al cercului înscris este a ;
- distanța dintre punctele de tangență la latura a ale cercurilor înscris și exînscris de rază p_a este $b-c$ sau $c-b$; cele două puncte de tangență sînt egal depărtate de vîrfurile B și C.

21. Construiți un patrulater înscrisibil, cunoscînd $\angle A$, $\angle ABD$, \overline{AC} și \overline{BD} . Se construiește întîi $\triangle ABD$. La intersecția mediatoarelor laturilor \overline{AB} și \overline{AD} se obține centrul cercului cîrcumscriș (fig. A.2.13). Vîrfurile C și C' se obțin la intersecția cercului cîrcumscriș cu arcul de cerc de lungime \overline{AC} dus din A (fig. A.2.14).

22. Construiți un triunghi ABC, cunoscînd a , r și h_b ; se notează piciorul înălțimii h_b cu D. Triunghiul dreptunghic BDC se construiește intersectînd semicercul construit pe \overline{BC} cu un arc de cerc de lungime h_b dus din B (fig. A.2.15). Se duce apoi bisectoarea din C și, la distanța r de \overline{BC} , se obține centrul cercului înscris. Ducînd tangenta la acest cerc din B se obține triunghiul ABC (fig. A.2.16).

23. Construiți un triunghi ABC, cunoscînd a , $b+c$ și h_b .

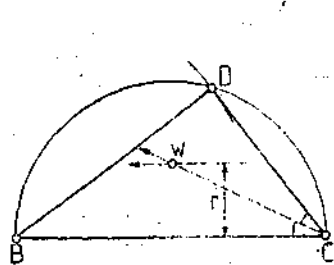


fig. A 2.15

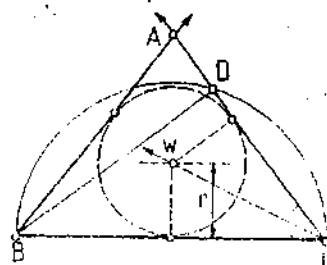


fig. A 2.16

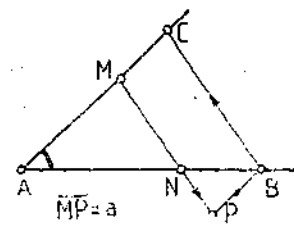


fig. A 2.17

4. Printr-un punct dat, duceți o dreaptă care să aibă două laturi ale unui triunghi astfel încât punctele de intersecție și extremitățile celei de a treia laturi să se afle pe un cerc.
25. Construiți un triunghi ABC, cunoscând a , h_b și m_a .
26. Construiți un triunghi ABC, cunoscând h_a , m_a și b .
27. Se dau două puncte A și B și o dreaptă ce trece prin B. Determinați pe dreaptă două puncte X și Y egal depărtate de B și astfel încât segmentul \overline{XY} să fie văzut din punctul A sub un unghi dat.
28. Se dau trei puncte A, B și C și o dreaptă ce trece prin A. Construiți un cerc ce trece prin A și B și taie dreapta dată într-un punct D, astfel încât dreapta \overline{DC} să fie tangentă la cerc.
29. În triunghiul ABC duceți o dreaptă \overline{XY} paralelă la \overline{BC} , astfel încât $\overline{XY} = \overline{XB} + \overline{YC}$.
30. Printr-un punct dat, duceți o dreaptă care să determine într-un unghi dat un triunghi de perimetru dat.
31. Construiți un triunghi, cunoscând p , p_a și w_a .
32. Construiți un triunghi, cunoscând p , p_a și $b-c$.
33. Construiți un triunghi, cunoscând a , p și $b+c$.
34. Construiți un triunghi, cunoscând a , p și $b-c$.
35. Construiți un triunghi, cunoscând h_a , p și $a+b+c$.

PROBLEME DE CONSTRUCȚII GEOMETRICE CARE SE POT REZOLVA PRIN OMOTETIE

În problemele 36...39 se dau lungimea unui segment și anumite unghiuri și rapoarte. Pentru rezolvare, se face abstracție de lungimea dată și se construiește o figură care să aibă unghiurile și rapoartele date. Figura astfel rezultată este asemenea cu cea căutată și care se poate obține prin omotetie, introducând lungimea segmentului dat.

36. Construiți un triunghi cunoscând $\sphericalangle A$, a și $b:c$. Se face abstracție de lungimea a și se construiesc pe laturile unghiului $\sphericalangle A$ două segmente \overline{AM} și \overline{AN} aflate în raportul $b:c$. Triunghiul ANM este asemenea cu triunghiul căutat ABC (fig. A2.17). Se prelungeste \overline{MN} pînă în P, astfel încît $\overline{MP} = a$. Se duce prin P o paralelă la \overline{AM} care intersectează latura \overline{AN} în B. Virful C se obține ducînd prin B o paralelă la \overline{MN} .

37. Construiți un pătrat cunoscînd diferența dintre diagonală și latură.

38. Construiți un triunghi, cunoscînd A, b și a:c.
39. Construiți un triunghi, cunoscînd h_a , h_b și h_c . În problemele 40...46 figura trebuie să aibă o poziție determinată față de anumite linii sau puncte date. În acest caz trebuie să se facă abstracție de una din condițiile problemei, astfel încît să se obțină un sistem de figuri asemenea și poziționate asemănător. Figurile căutate se obțin ușor prin asemănare (proiecție centrală sau conică). Condiția de care se face abstracție inițial poate fi:
- un segment de lungime dată;
 - un punct care trebuie să se afle pe o dreaptă dată;
 - o dreaptă care trebuie să treacă printr-un punct dat.
40. Într-un triunghi ABC înscrieți un alt triunghi abc, astfel încît laturile sale să fie paralele cu trei drepte date.
41. Înscrieți un pătrat într-un triunghi dat.
42. Construiți un triunghi isoscel, cunoscînd înălțimea și mediana corespunzătoare uneia din cele două laturi egale.
43. Se dau două raze într-un cerc. Duceți o coardă care să fie împărțită de cele două raze în trei părți egale.
44. Înscrieți un triunghi isoscel într-un cerc, cunoscînd suma dintre înălțime și bază.
45. Pe o dreaptă dată (D) determinați un punct M care să se afle la distanță egală de un punct dat A și de o dreaptă dată (Δ).
- Rezolvare.* Problema este foarte interesantă, întrucît soluția cea mai evidentă pare a fi intersecția dintre dreapta (D) și o parabolă cu focarul în A și axa dreapta (Δ). Într-adevăr, toate punctele de pe parabolă satisfac condiția de a fi egal depărtate de punctul A și de dreapta (Δ). Această construcție geometrică nu este riguroasă întrucît parabola se construiește prin puncte (fig. A2.18). Acesta este cazul multor probleme de construcții geometrice rezolvate prin intersecții de locuri geometrice mai complicate (elipse, parabole, hiperbole etc.). Construcția riguroasă se obține prin omotetie. Se face abstracție de punctul dat A. Se presupune că soluția căutată este punctul M_1 (fig. A2.19). Punctul A_1 dat ar trebui deci să se afle pe cercul de rază r_1 cu centrul în M_1 , pentru a satisface condițiile problemei. Întrucît punctul A se află de fapt în afara cercului de rază r_1 , adevărata configurație va fi mai mare (și asemenea) cu cea presupusă. Se va folosi deci punctul I de intersecție al dreptelor (D) și (Δ) drept centru de omotetie (fig. A2.20). Intersectînd pe AI cu cercul de rază r_1 se obține punctul A_1 . Se duce apoi prin punctul A o paralelă

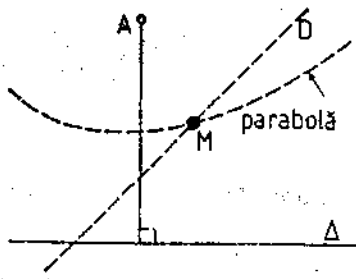


fig. A 2.18

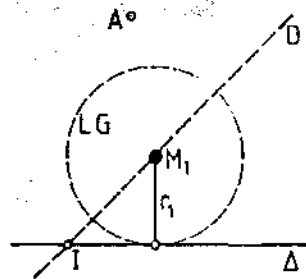


fig. A 2.19

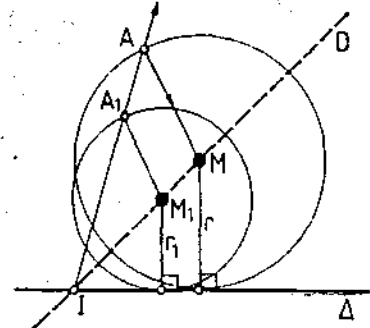


fig. A 2.20

la A_1M_1 și se obține punctul căutat M . Întrucât se observă că punctul A se află pe un cerc asemenea cu cercul r_1 și care are centrul în M , problema se poate reformula astfel: construieți cercul care trece printr-un punct dat, are centrul pe o dreaptă dată și este tangent la o altă dreaptă dată.

46. Construieți un cerc care să treacă prin două puncte date și să fie tangent la o dreaptă dată.

egal depărtate de O . Din punctele 1 și 2 se duc două arce de cerc asemănător construcției precedente. Rezultă dreapta 34, perpendiculară în punctul O pe \overline{AB} .

3 Trasarea unei perpendiculare pe un segment dat printr-un punct exterior. Se așază piciorul compasului în punctul C (punct exterior segmentului \overline{AB}) și se duce un arc de cerc (fig. A3.3). Arcul de cerc taie segmentul \overline{AB} în punctele 1 și 2, din care se duc arce de cerc de rază egală, care se intersectează în punctul 3. Dreapta $C3$ este perpendiculara căutăată.

ANEXA 3

CONSTRUCȚII GRAFICE UZUALE

1 Trasarea mediatoarei unui segment de dreaptă. Fie segmentul de dreaptă \overline{AB} (fig. A3.1). Cu vârful compasului în A și apoi în B , se trasează două arce de cerc de aceeași rază (mai mare decât jumătatea segmentului \overline{AB}). Se unesc cele două puncte de intersecție ale arcelor de cerc. Rezultă mediatoarea 12 a segmentului \overline{AB} .

2 Trasarea unei perpendiculare printr-un punct dat, pe un segment de dreaptă. Fie O punctul dat pe segmentul \overline{AB} (fig. A3.2). Cu piciorul compasului în punctul O se determină două puncte 1 și 2 pe \overline{AB} ,

4 Trasarea unei perpendiculare în punctul extrem al unui segment dat. Să se traseze o perpendiculară în punctul B pe segmentul \overline{AB} (fig. A3.4). Se așază piciorul compasului în punctul B și se trasează un arc de cerc de rază $\overline{1B}$. Cu aceeași rază se duce un arc de cerc din punctul 1. Cele două arce se intersectează în punctul 2. Se unește punctul 1 cu punctul 2 și se prelungește cu segmentul $\overline{23}$ egal cu segmentul $\overline{12}$. Dreapta $3B$ este perpendiculara căutăată.

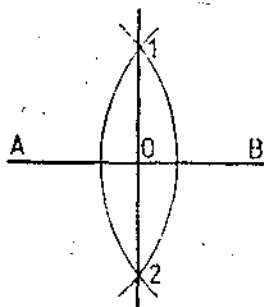


fig. A 3.1

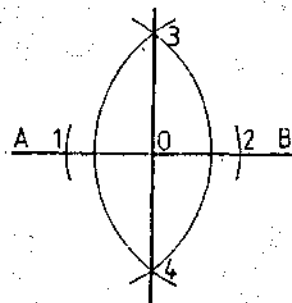


fig. A 3.2

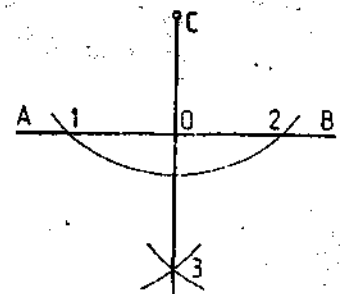


fig. A 3.3

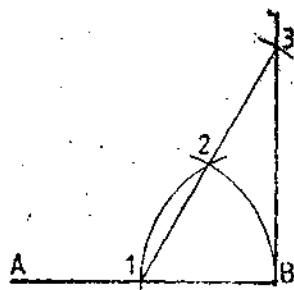


fig. A 3.4

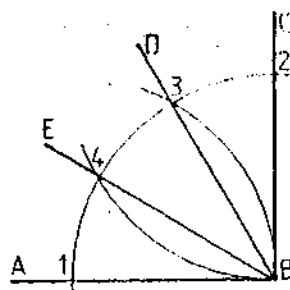


fig. A 3.5

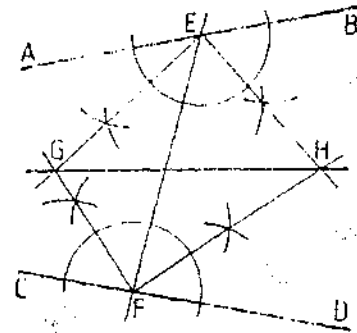


fig. A 3.6

5 Împărțirea unui unghi drept în trei părți egale. Se așază piciorul compasului în punctul B și se duce un arc de cerc care taie \overline{AB} și \overline{BC} în punctul 1, respectiv 2 (fig. A3.5). Din punctele 1 și 2 se duc arce de cerc de rază $\overline{1B}$. Ele intersecțiază primul arc în punctele 3 și 4. Dreptele BE și BD împart unghiul drept în trei părți egale.

6 Construirea bisectoarei unui unghi cu vârful inaccesibil. Se duce o secantă oarecare EF (fig. A3.6). Se construiesc bisectoarele unghiurilor formate de secantă și de cele două laturi ale unghiului dat. La intersecția acestor bisectoare se află punctele G și H. Dreapta GH este bisectoarea căutăată.

7 Trasarea printr-un punct exterior a unei drepte concurente cu două drepte date. Fie dreptele AB și CD concurente inaccesibil (fig. A3.7). Se cere să se ducă prin punctul exterior E o dreaptă concurentă cu cele două drepte. Se formează cu punctul E un triunghi care se sprijină în punctul F pe CD și în punctul G pe AB. Triunghiul poate fi absolut oarecare sau se pot lua laturi după anumite unghiuri pentru facilitarea construcției (de exemplu, EF poate fi verticală). Dintr-un punct I ales arbitrar pe dreapta CD se duce o dreaptă paralelă cu

FG care taie pe AB în L și apoi o altă dreaptă paralelă cu EF (fig. A3.8). Ducind din L o paralelă la EG, aceasta intersecțiază paralela la EF în H, alcătuind astfel un triunghi asemenea cu triunghiul EFG. Dreapta EH este dreapta căutăată.

8 Construirea pentagonului regulat atunci când se cunoaște latura. Prin punctele A și B (unde AB este latura) se duc două arce de cerc cu raza egală cu latura (fig. A3.9). În punctul B se ridică o perpendiculară pînă în punctul F situat pe arcul AC. Cu centrul în N (mijlocul laturii AB) și cu raza NF se duce un arc de cerc pînă în G (pe prelungirea lui AB). Cu centrul în A și apoi în B, și cu raza AG se duc două arce de cerc care dau punctele E și C la intersecția cu primele două arce și punctul D la intersecția cu mediatoarea lui AB.

9 Construirea hexagonului regulat atunci când se cunoaște latura. Din punctele A și B (unde AB este latura) se duc două arce de cerc de rază egală cu latura AB (fig. A3.10). Intersecția lor (punctul O) este centrul cercului circumscris hexagonului regulat. Se duce deci un arc de cerc cu centrul în O și raza egală cu latura AB; se obțin punctele F și C. Ducind alte două arce egale cu centrele în F și C, se obțin punctele E și D.

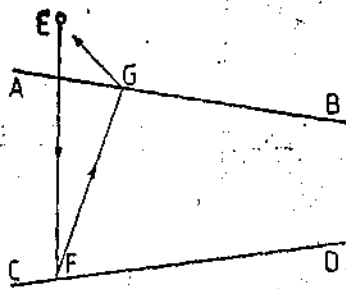


fig. A 3.7

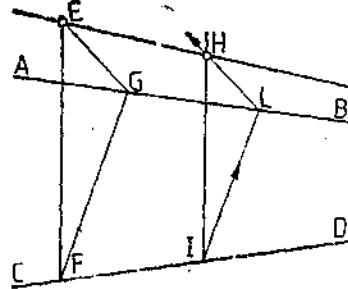


fig. A 3.8

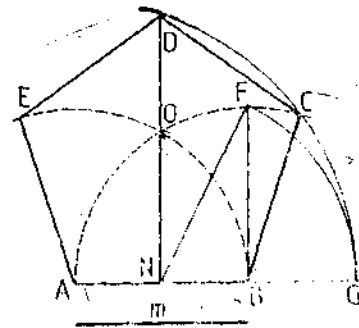


fig. A 3.9

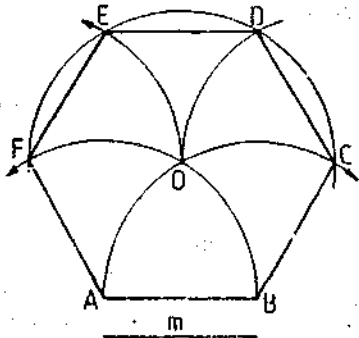


fig. A 3.10

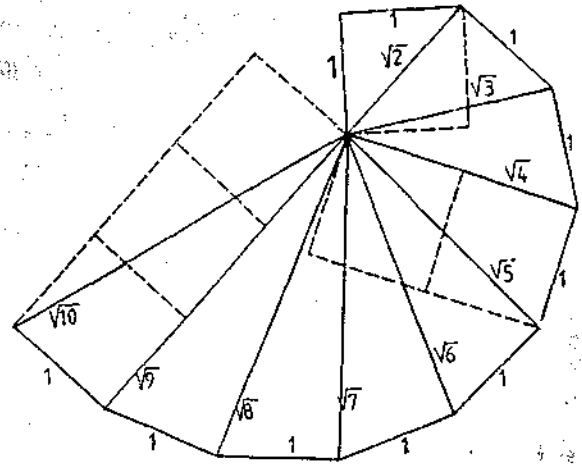


fig. A 3.11

10 Construcții auxiliare de segmente de dreaptă aflate în rapoarte date. Având un segment de lungime egală cu unitatea, se pot construi pe rînd segmente egale cu $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{10}$ etc. Pentru aceasta se construiesc (fig. A3.11) triunghiuri dreptunghice succesive, ale căror ipotenuze sînt catetele mari ale triunghiurilor precedente. Astfel, $\sqrt{2}$ este diagonală pătratului de latură 1 (fig. A3.12). Construcția se poate simplifica observînd că, de exemplu, $\sqrt{5}$ este diagonală unui dreptunghi de laturi 1, respectiv 2 (fig. A3.13), iar $\sqrt{10}$ este diagonală unui dreptunghi de laturi 1, respectiv 3 (fig. A3.14) ș.a.m.d.

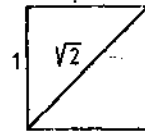


fig. A 3.12

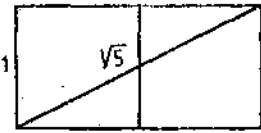


fig. A 3.13

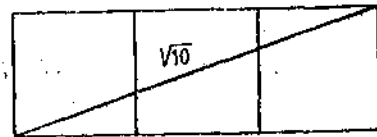


fig. A 3.14

Construcția lui $\sqrt{2}/2$ se poate efectua luînd jumătate din unitate și construind diagonală pătratului de această latură (fig. A3.15). În mod asemănător, $\sqrt{3}/3$ se poate obține luînd a treia parte din unitate și construind două triunghiuri dreptunghice succesive, astfel încît să se ajungă la raportul căutat (fig. A3.16).

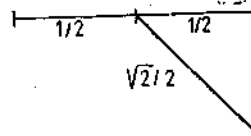


fig. A 3.15

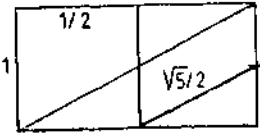


fig. A 3.17

Raportul $\sqrt{5}/2$, necesar construcției unor poliedre regulate și a unor figuri plane uzuale (de exemplu, pentagonul regulat), se poate obține luînd jumătate din diagonală unui dreptunghi de laturi 1, respectiv 2 (fig. A3.17).

11 Construirea unui heptagon regulat atunci cînd se cunoaște latura. Se ridică în A (unde AB este latura heptagonului) o perpendiculară care se intersectează cu arcul de cerc de centru B și rază dublul laturii (fig. A3.18); se obțin punctele I și H. Biseectoarea unghiului $\angle IBH$ se intersectează cu perpendiculara din A în punctul P. Cu rază BP se duc două arce de cerc cu centrele în A și B; ele se întîlnesc în punctul O, centrul cercului circumscris heptagonului; se iau în compas laturi egale pe circumferință.

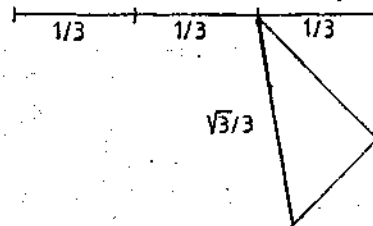


fig. A 3.16

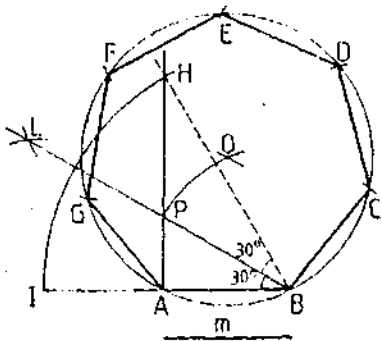


fig. A 3.18

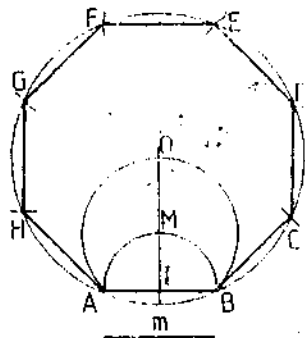


fig. A 3.19

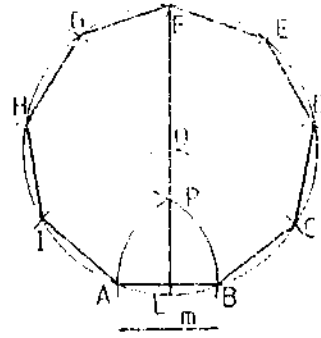


fig. A 3.20

12) Construirea unui octogon regulat atunci cind se cunoaste latura. Se duce mediatoarea segmentului AB și apoi semicercul sprijinit pe segmentul AB (fig. A3.19). Mediatoarea și semicercul se taie în punctul M. Cu centrul în punctul M și raza AM se duce un arc de cerc care taie mediatoarea în punctul O, centrul cercului circumscris octogonului. Se ia latura în compas și se construiesc laturile octogonului pe circumferință.

13) Construirea unui poligon regulat cu nouă laturi atunci cind se cunoaste latura. Cu centrul în punctele A și B se duc arce de cerc cu raza egală cu latura, care se întîlnesc pe mediatoarea lui AB în punctul P (fig. A3.20). Se ia segmentul PO egal cu jumătatea laturii. Punctul O este centrul cercului circumscris.

14) Construirea unui poligon regulat cu oricîte laturi, atunci cind se cunoaste latura. Pentru a construi, de exemplu, un decagon regulat (poligon cu zece laturi egale), pe latura AB se construiește un triunghi echilateral ANB (fig. A3.21). Se divide NB în șase părți egale și se așază diviziuni egale pe mediatoarea segmentului AB, începînd de la punctul N în sus. Întrucît vrem să construim un decagon regulat, cea de a zecea diviziune este centrul cercului circumscris.

15) Inscrierea unui pentagon regulat într-un cerc de rază dată. Se duc două diametre perpendiculare, AM și NP (fig. A3.22). Punctul H este jumătatea segmentului OP. Cu centrul în punctul H și raza AH se duce un arc de cerc care taie diametrul NP în punctul Q. Segmentul AQ are lungimea egală cu latura pentagonului regulat înscris în cerc. Se va purta deci segmentul AQ pe circumferință, pentru a obține pentagonul regulat înscris în cerc.

16) Inscrierea unui heptagon regulat într-un cerc de rază dată. Se duc două diametre perpendiculare AH și TL în cercul de rază dată (fig. A3.23). Se duce un arc de cerc, cu centrul în H și raza segmentul OH, care taie circumferința în M și N. Jumătatea segmentului MN, adică PM, este latura heptagonului înscris în cerc. Acest segment se poartă pe circumferință, obținîndu-se heptagonul.

17) Inscrierea unui poligon regulat cu nouă laturi într-un cerc de rază dată. Se duc două diametre perpendiculare AP și MN (fig. A3.24). Cu centrul în punctul P și raza PO, se duce un arc de cerc care taie circumferința în punctele G și D. Cu centrul în R și raza $RL = OP$ se descrie un arc de cerc. Apoi, cu centrul în L și cu aceeași rază se duce un alt arc de cerc. Cele două arce se taie în Q. Dreapta

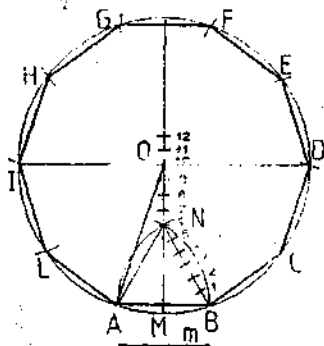


fig. A 3.21

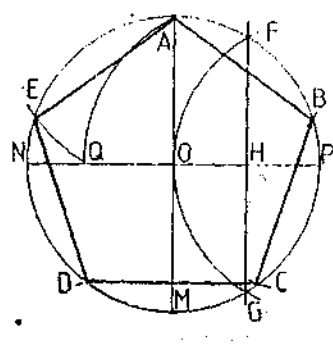


fig. A 3.22

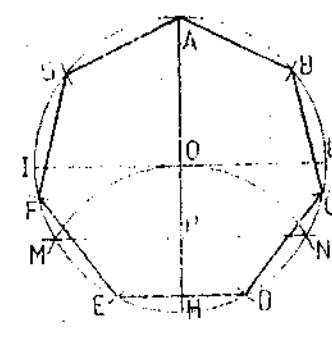


fig. A 3.23

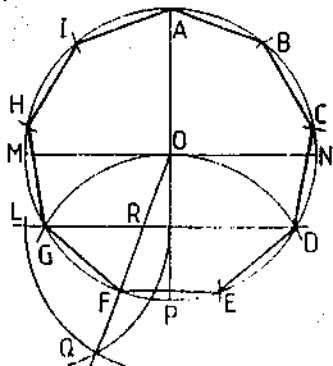


fig. A 3.24

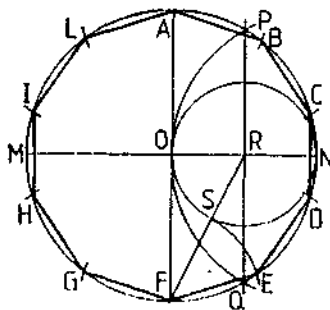


fig. A 3.25

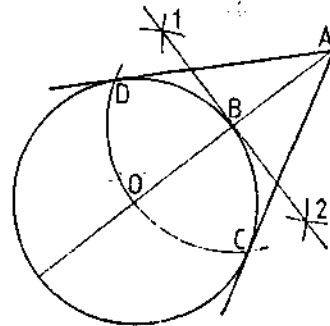


fig. A 3.27

OQ taie circumferința în F. Segmentul GF este latura poligonului regulat cu nouă laturi înscris în cerc.

18 Înscrisura decagonului regulat într-un cerc de rază dată. Se duc două diametre perpendiculare AF și MN (fig. A3.25). Cu centrul în punctul N și raza ON se duce un arc de cerc pînă în punctele P și Q. Rezultă punctul R pe MN. Se duce cercul cu centrul în R și raza RO. Cercul este tăiat de dreapta RF în punctul S. Segmentul SF este latura decagonului regulat înscris în cerc.

19 Împărțirea unui cerc într-un număr oarecare de părți egale. Se duc diametrele perpendiculare AN și PQ (fig. A3.26). Se împarte segmentul AN în unsprezece diviziuni egale. Cu centrele în punctele A și N și cu raza AN, se duc două arce de cerc care se taie în punctele R și S. Din aceste puncte se duc drepte prin diviziunile impare și se obțin vîrfurile poligonului regulat cu unsprezece laturi.

20 Construirea tangentelor la un cerc duse printr-un punct exterior dat. Se unește centrul O cu punctul A (fig. A3.27). Se obține mijlocul segmentului OA, punctul B, din care se duce un cerc de rază OB, obținîndu-se punctele de tangentă D și C.

21 Construirea tangentelor comune a două cercuri inegale. În cercul mare, se construiește un cerc concentric de rază egală cu diferența razelor celor două cercuri date (fig. A3.28). Acest cerc interior este tăiat de cercul cu diametrul OP în punctele M și N. Dreptele OM și ON prelungite taie cercul mare în punctele 1 și 2, puncte de tangentă ale tangentelor comune celor două cercuri. Celelalte două puncte de tangentă, 3 și 4, se obțin ducînd prin punctul P paralele la dreptele O1 și O2. Dreptele 13 și 24 sînt tangentelor comune celor două cercuri date.

22 Construcția poligoanelor regulate pornind de la aceeași latură. Figura A3.29 ilustrează construcția poligoanelor regulate cu diverse numere de laturi, triunghi echilateral, pătrat, pentagon, hexagon, octogon, decagon și dodecagon. Toate laturile celor șapte poligoane regulate sînt egale. Se pot observa corespondențele vîrfurilor poligoanelor cu număr dublu de laturi, de exemplu, triunghiul echilateral cu hexagonul regulat și cu dodecagonul regulat etc.

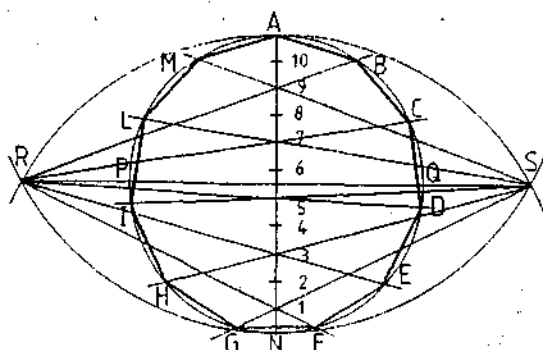


fig. A 3.26

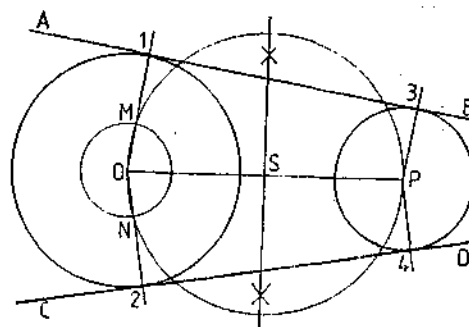


fig. A 3.28

EXEMPLU DE TRATARE EXHAUSTIVĂ A UNEI
PROBLEME DE INTERSECȚIE DE POLIEDRE

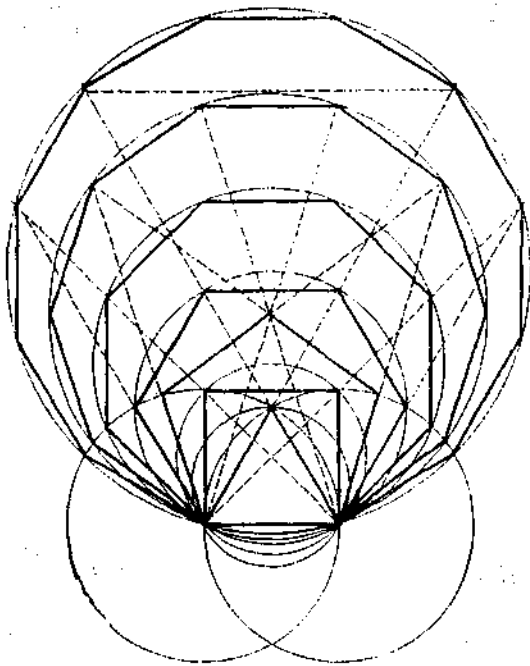


fig. A 3.29

Se dă un cub de muchie 6 cm, așezat cu un vîrf în planul orizontal de proiecție în așa fel încît una din diagonalele sale interioare să fie în poziție verticală. Proiecția orizontală a cubului este un hexagon regulat care, rotit cu 30° în jurul centrului său, constituie baza unei piramide drepte hexagonale cu înălțimea de 18 cm.

Desenați în dublă proiecție ortogonală și axonometrie izometrică intersecția dintre cub și piramidă, precum și solidul (corpul) comun. Desenați secțiuni orizontale caracteristice prin ansamblu. Desenați desfășurata ansamblului și realizați o machetă din hîrtie. Scoateți cubul din piramidă și așezați-l pe planul orizontal de proiecție (cu golul rămas în el); desenați-l în dublă proiecție ortogonală. Considerați apoi cubul plin și detașați cele două bucăți de piramidă. Așezați-le cu o față în planul orizontal de proiecție și desenați-le în dublă proiecție ortogonală.

ANEXA 4

**PROBLEME ȘI APLICAȚII DE GEOMETRIE
DESCRIPTIVĂ ȘI AXONOMETRIE**

Problemele și aplicațiile selectate de geometrie descriptivă și axonometrie sînt grupate în șapte categorii. Unele dintre probleme sînt foarte simple, altele sînt ceva mai complicate, iar altele sînt foarte dificile. Scopul problemelor îl constituie dezvoltarea, pe baza exercițiilor, a vederii și înțelegerii în spațiu. Deși nu este necesar să fie parcurse toate problemele, este foarte importantă tratarea aprofundată, chiar exhaustivă, a fiecărui exercițiu abordat. O analiză aprofundată evidențiază aspecte și laturi neașteptate ale problemei studiate și completează uneori în mod surprinzător cunoașterea sa. De aceea, în cazul problemelor mai complicate se recomandă analiza în proiecție dublu ortogonală sau în trei proiecții, construcția axonometriei, construcția de machete simple de hîrtie, studiul unor secțiuni paralele succesive (orizontale, verticale, de capăt sau oarecare), studiul desfășuratelor etc. Se pot propune sau inventa variante de aplicații pe o temă dată. Practic, nu există limite în tratarea creativă a unei asemenea probleme.

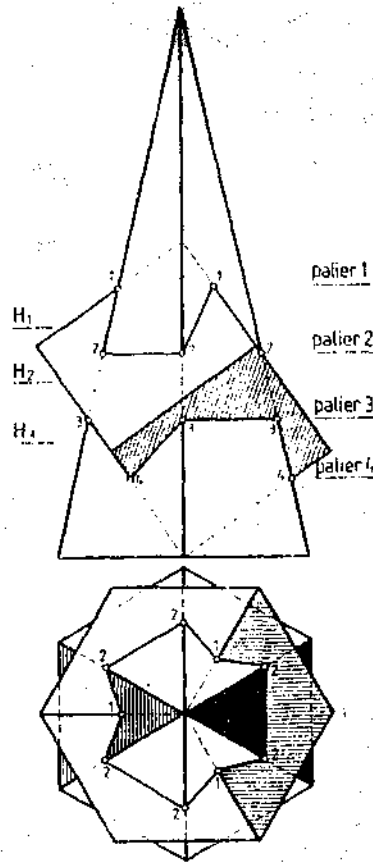


fig. A 4.1

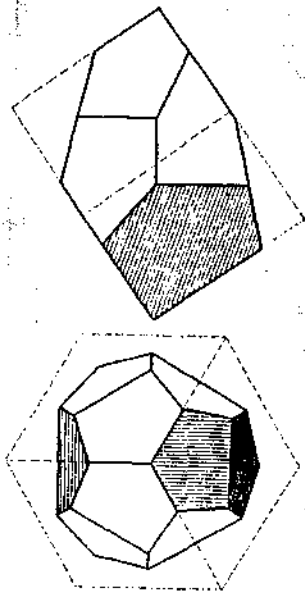


fig. A 4.2

Construcția în dublă proiecție ortogonală a cubului așezat pe un vîrf se cunoaște de la subcapitolul 5.2, iar construcția piramidei se obține imediat (fig. A4.1). Punctele de intersecție a muchiilor celor două poliedre se obțin ușor, datorită proprietăților de simetrie și coaxialitate ale ansamblului; ele se află situate pe patru paliere. Toate cele patru paliere se pot determina în proiecție verticală, utilizînd intersecția muchiilor cu două fețe ale cubului și două fețe ale piramidei care se află toate în plane de capăt (trei din aceste fețe sînt reprezentate hașurat în proiecție orizontală).

Figura A4.2 reține din intersecție corpul comun celor două poliedre. Corpul comun este reprezentat în proiecție orizontală și proiecție verticală. Axonometria intersecției este ilustrată în figura A4.3, iar în figurile A4.4, A4.5 și A4.6 sînt desenate secțiunile orizontale prin ansamblu la cotele H_1 , H_2 și H_3 .

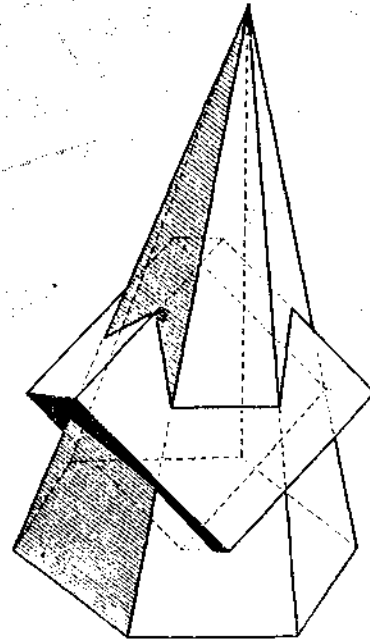


fig. A 4.3

Macheta intersecției se poate realiza fie considerînd cubul întreg și piramida secționată (desfășurata piramidei secționată este cea din figura A4.7), fie considerînd piramida întregă și cubul secționat (desfășurata cubului secționat este cea din figura A4.8). Dacă cubul secționat se așază pe planul orizontal de proiecție, reprezentarea lui în dublă proiecție ortogonală este cea din figura A4.9. În mod asemănător, piramida secționată poate fi așezată cu o față laterală în planul orizontal de proiecție. Reprezentarea ei în dublă proiecție ortogonală este cea din figura A4.10.

1. Probleme de secțiuni plane

Rezolvați secțiunile plane din figurile A4.11... A4.19.

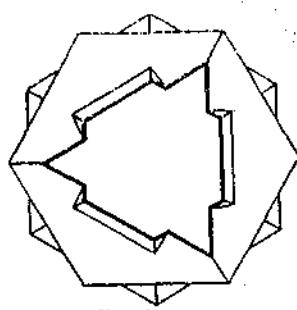


fig. A 4.4

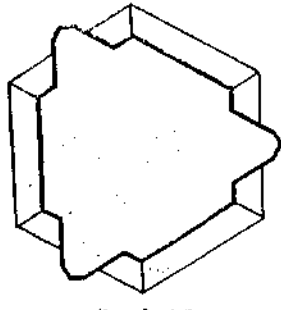


fig. A 4.5

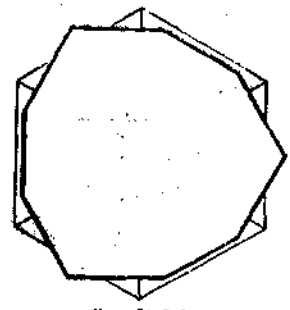


fig. A 4.6

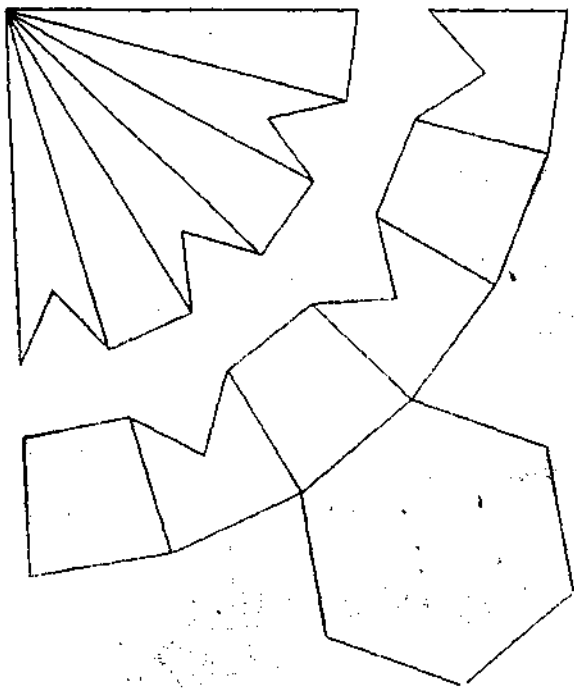


fig. A 4.7

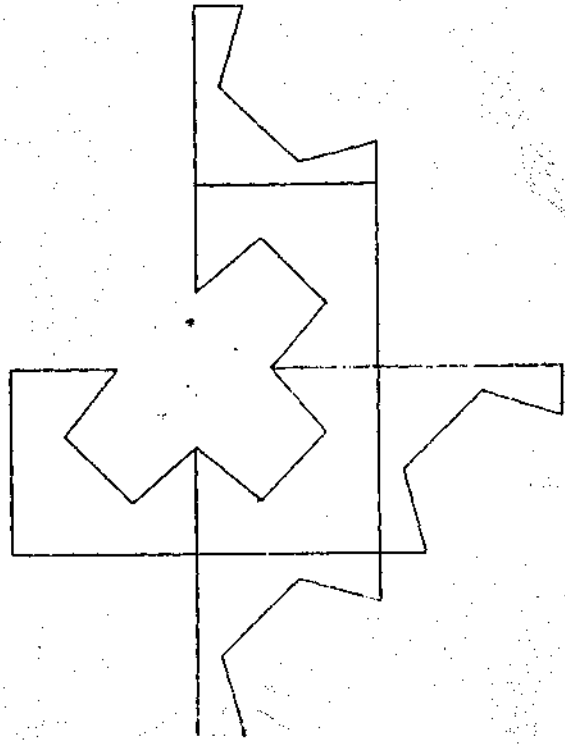


fig. A 4.8

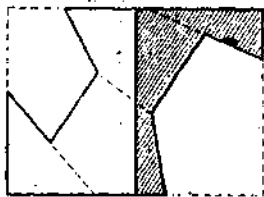


fig. A 4.9

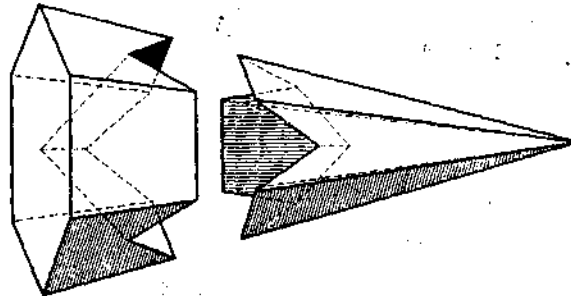
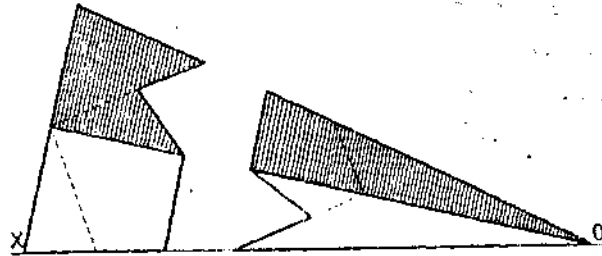


fig. A 4.10

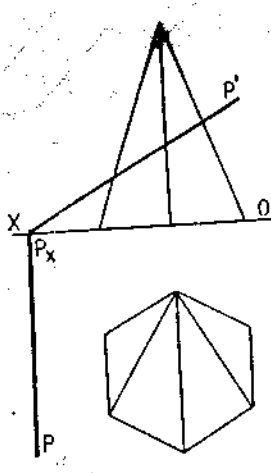


fig. A 4.11

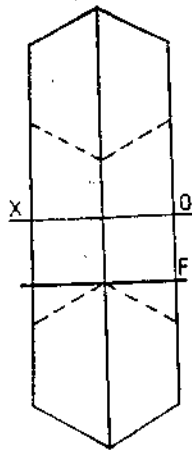


fig. A 4.12

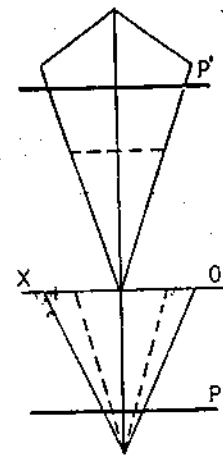


fig. A 4.13

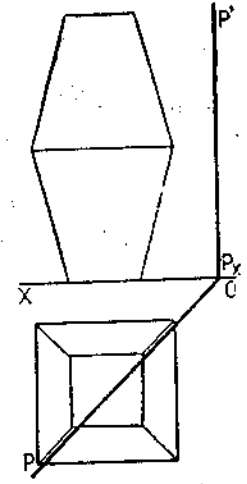


fig. A 4.14

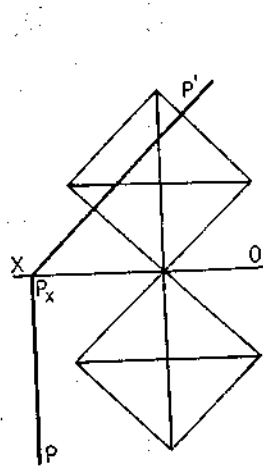


fig. A 4.15

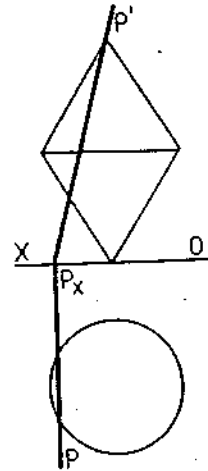


fig. A 4.16

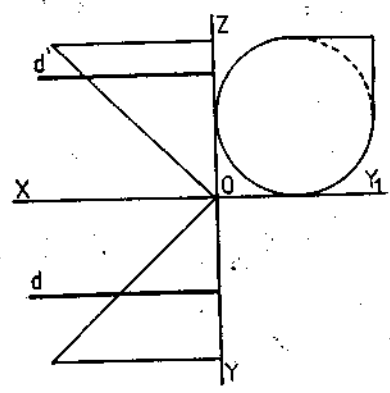


fig. A 4.17

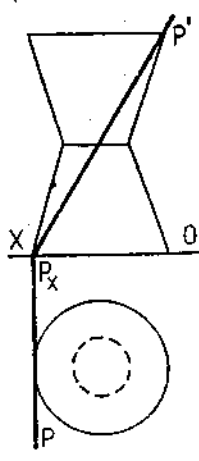


fig. A 4.18

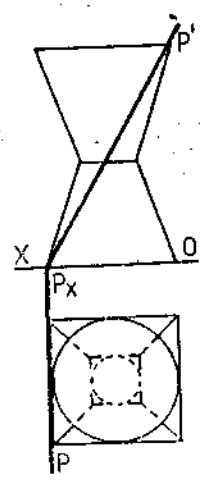


fig. A 4.19

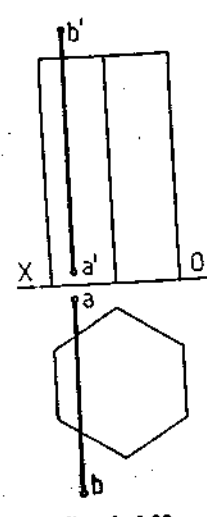


fig. A 4.20

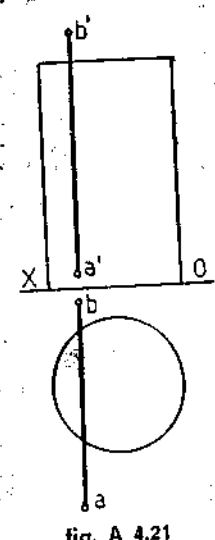


fig. A 4.21

2. Intersecții cu drepte

Rezolvați intersecțiile cu drepte ale volumelor din figurile A4.20...A4.39. Pentru economie de spațiu, pe unele figuri au fost desenate mai multe drepte care intersecțiază volumul respectiv.

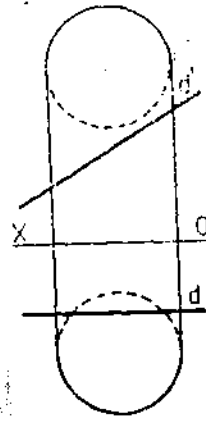


fig. A 4.22

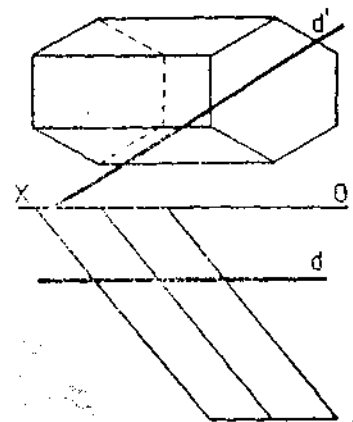


fig. A 4.23

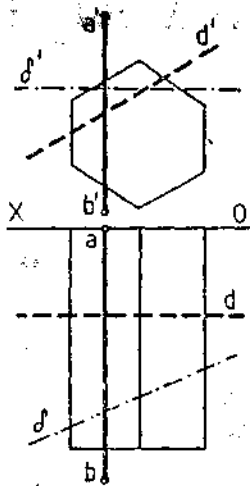


fig. A 4.24

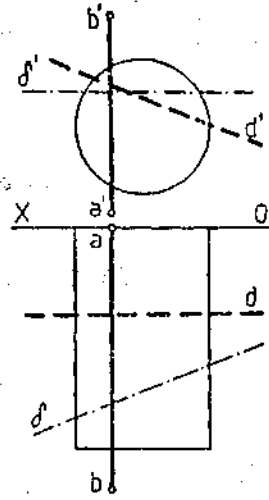


fig. A 4.25

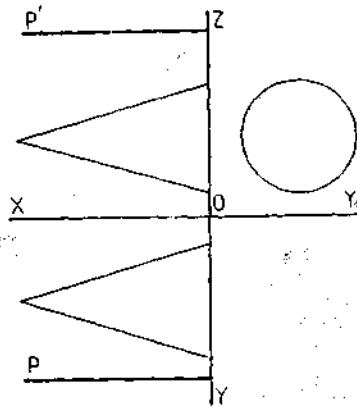


fig. A 4.26

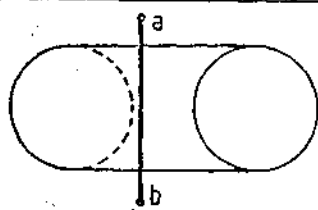
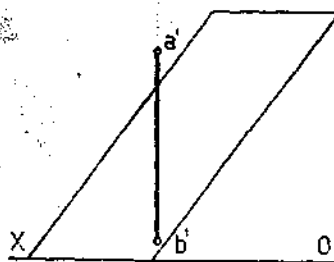


fig. A 4.27

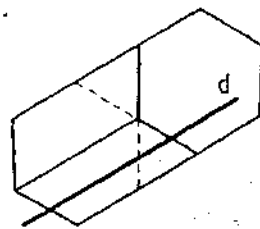
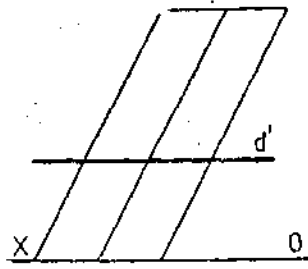


fig. A 4.28

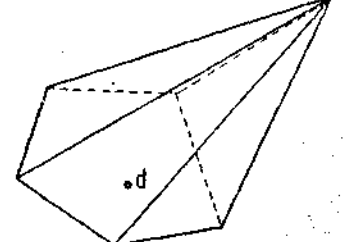
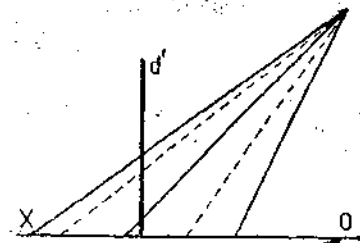


fig. A 4.29

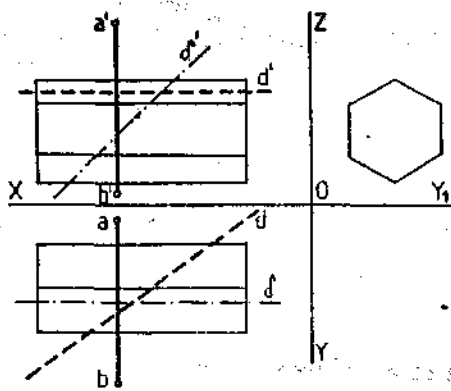


fig. A 4.30

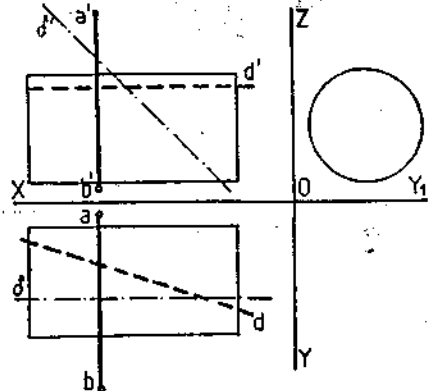


fig. A 4.31

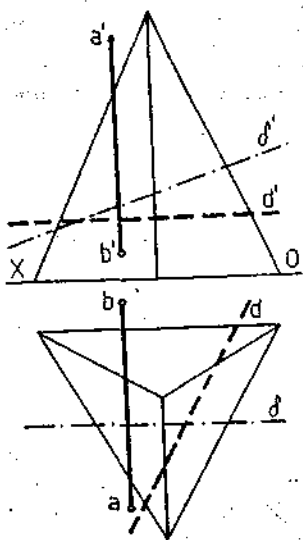


fig. A 4.32

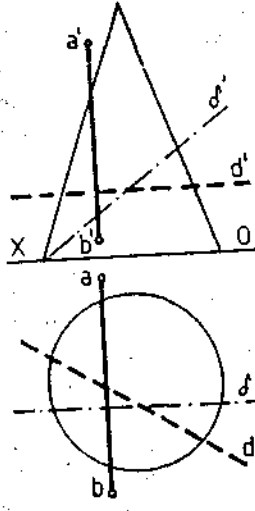


fig. A 4.33

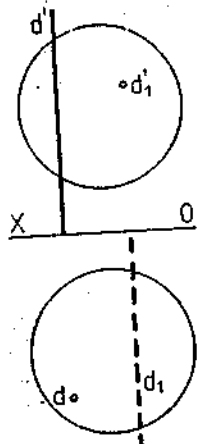


fig. A 4.34

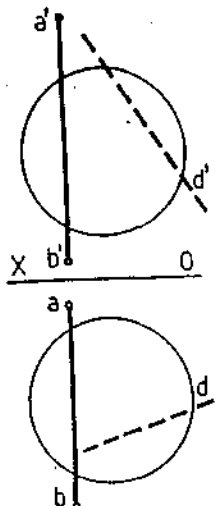


fig. A 4.35

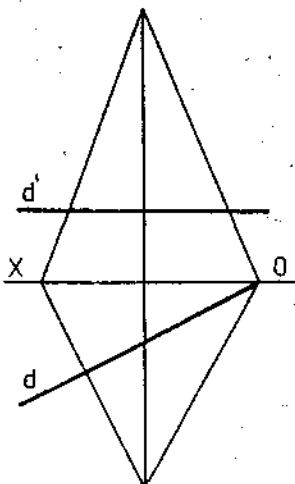


fig. A 4.36

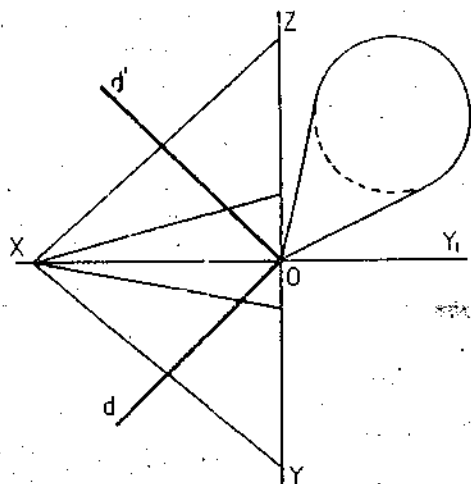


fig. A 4.37

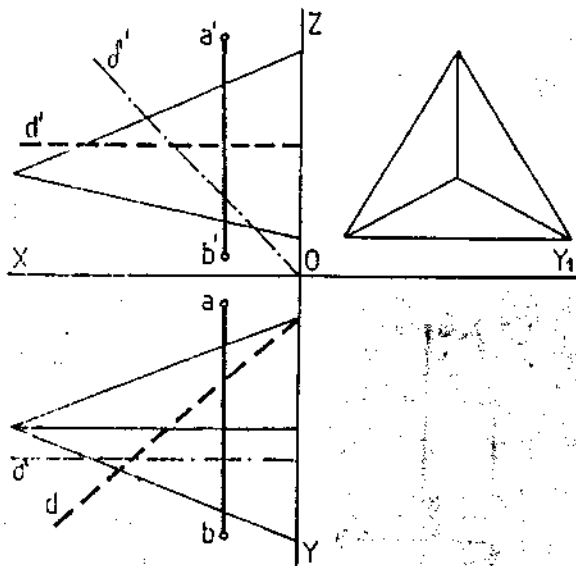


fig. A 4.38

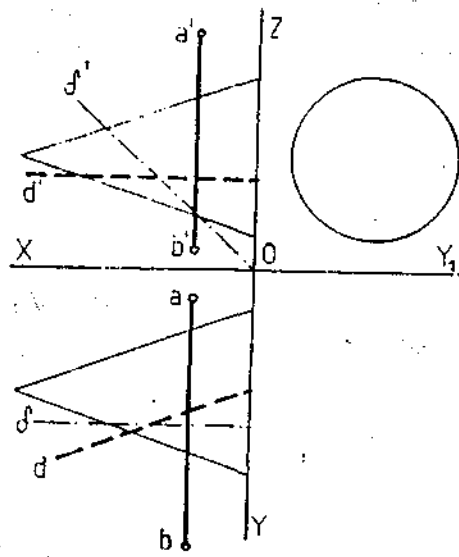


fig. A 4.39

3. Poliedre

3.1. Să se construiască în dublă proiecție ortogonală un tetraedru, cunoscând fața ABC (laturile ei au 4 cm, 5 cm și, respectiv, 7 cm) și știind că triedrul opus este tridreptunghic. Discuție.

3.2. Să se construiască proiecțiile unei piramide pentagonale regulate, cunoscând fața laterală care este așezată pe planul orizontal de proiecție. Muchiile piramidei sint de 5 cm.

3.3. Să se construiască proiecțiile unui tetraedru regulat, cunoscând o muchie orizontală și proiecția orizontală a unei muchii înclinate. Discuție.

3.4. Să se construiască proiecțiile unui tetraedru regulat de muchie 6 cm, care are două muchii opuse orizontale.

3.5. Așezați un cub cu muchia de 5 cm pe fața unui tetraedru regulat de muchie 18 cm, așezat cu baza în planul orizontal de proiecție și cu fețele laterale în plane oarecare. Desenați ansamblul celor două poliedre în dublă proiecție ortogonală și în axonometrie izometrică.

3.6. Să se așeze în planul PP_xP' un cub cu muchia de 5 cm, astfel încât să aibă o față în planul PP_xP' , să atingă planul orizontal de proiecție cu un vîrf și să aibă o diagonală interioară în poziție orizontală. Planul PP_xP' este dat în figura A4.40. Desenați rezolvarea în dublă proiecție ortogonală și în axonometrie izometrică.

3.7. Se cere reprezentarea în triplă proiecție ortogonală a ansamblului din figura A4.41, în situația în care este așezat cu punctele A, B și C în planul orizontal de proiecție. Completați reprezentarea și cu o axonometrie anizometrică.

3.8. Un cub cu muchia de 6 cm așezat cu una din diagonalele sale interioare în poziție verticală se rotește cu 90° în jurul acestei diagonale și, simultan, se deplasează vertical în sens ascendent pe o lungime de 8 cm. Desenați în dublă proiecție ortogonală și în axonometrie volumul rezultat prin rototranslație.

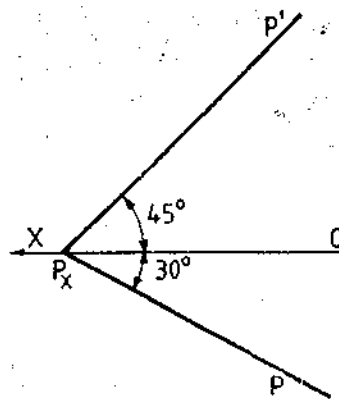


fig. A 4.40

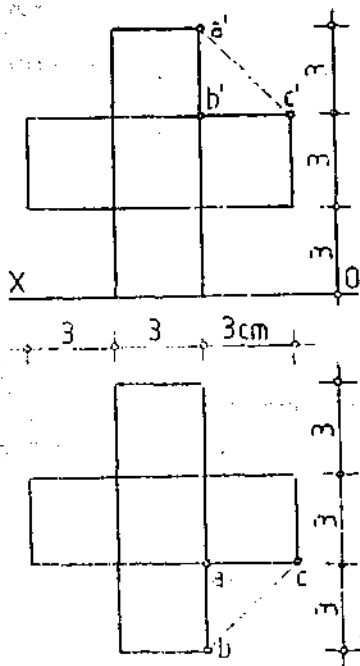


fig. A 4.41

3.9. Se dă un cub cu muchia de 6 cm, așezat cu o față în planul orizontal de proiecție. Rotiți acest cub cu 90° în jurul unei diagonale interioare și, simultan, deplasați-l paralel cu direcția diagonalei pe o distanță de 3 cm. Desenați în dublă proiecție ortogonală și în axonometrie izometrică intersecția poziției inițiale cu poziția finală a cubului.

3.10. Desenați cel mai mare cub care intră complet într-un dodecaedru regulat cu muchia de 4 cm.

3.11. Desenați cel mai mare dodecaedru regulat care intră complet într-un cub cu muchia de 10 cm.

3.12. Să se așeze pe fiecare din cele cinci fețe superioare ale unui icosaedru regulat cu un vîrf în planul orizontal de proiecție, cîte un icosaedru identic. Toți icosaedrii au muchia de 4 cm. Cei cinci icosaedri așezați pe fețele superioare ale primului icosaedru se intersectează între ei. Desenați ansamblul celor șase icosaedri în dublă proiecție ortogonală.

3.13. Un dodecaedru regulat cu muchia de 3 cm este așezat cu o față în planul orizontal de proiecție. Pe cele cinci fețe laterale superioare ale sale se așază cîte un dodecaedru identic. Desenați ansamblul celor șase dodecaedri în dublă proiecție ortogonală.

3.14. Se dă un dodecaedru regulat cu muchia de 3 cm. Pe fiecare față a sa se așază cîte o piramidă

pentagonală regulată cu baza identică cu fața dodecaedrului și cu muchiile laterale în continuarea muchiilor dodecaedrului. Se va așeze ansamblul astfel rezultat în poziție de „repaus” — așezat pe trei vîrfuri. Desenați ansamblul în dublă proiecție ortogonală.

3.15. Introduceți într-un tetraedru regulat cu muchia de 12 cm, pe rînd, cel mai mare cub, octaedru regulat, dodecaedru regulat și icosaedru regulat care poate fi conținut. Reprezentare în dublă proiecție ortogonală.

3.16. Introduceți într-un cub cu muchia de 10 cm, pe rînd, cel mai mare tetraedru regulat, octaedru regulat, dodecaedru regulat și icosaedru regulat care poate fi conținut. Reprezentare în dublă proiecție ortogonală.

3.17. Introduceți într-un octaedru cu muchia de 8 cm, pe rînd, cel mai mare tetraedru regulat, cub, dodecaedru regulat și icosaedru regulat care poate fi conținut. Reprezentare în dublă proiecție ortogonală.

3.18. Introduceți într-un dodecaedru regulat cu muchia de 5 cm, pe rînd, cel mai mare tetraedru regulat, cub, octaedru regulat și icosaedru regulat care poate fi conținut. Reprezentare în dublă proiecție ortogonală.

3.19. Introduceți într-un icosaedru regulat cu muchia de 8 cm, pe rînd, cel mai mare tetraedru regulat, cub, octaedru regulat și dodecaedru regulat care poate fi conținut. Reprezentare în dublă proiecție ortogonală.

3.20. Se dă un cub cu muchia de 8 cm și se ia punctul A, centrul feței superioare a cubului. Desenați în dublă proiecție ortogonală cel mai mare cub care intră complet în cubul dat și are un vîrf în punctul A.

3.21. Se dă un tetraedru regulat cu muchia de 12 cm și se ia punctul A, centrul unei fețe laterale. Desenați în dublă proiecție ortogonală cel mai mare cub care intră complet în tetraedru și are un vîrf în punctul A.

4. Intersecții de volume

4.1. Doi tetraedri regulați cu muchia de 8 cm au două fețe suprapuse perfect și într-o poziție orizontală. Fiecare din muchiile laterale ale celor doi tetraedri este înălțimea unei piramide pătrate drepte cu latura bazei de 9 cm și cu două din laturile bazei în poziție orizontală. Desenați ansamblul rezultat în dublă proiecție ortogonală și în axonometrie.

4.2. Punctul O este centrul comun a trei hexagoane regulate egale cu latura de 3 cm, orientate respectiv după direcțiile OX , OY și OZ . Construiți șase piramide drepte hexagonale cu bazele respective cele trei hexagoane și cu înălțimile de 10 cm, luate de o parte și de alta a bazei, după direcțiile OX , OY și OZ . Desenați ansamblul celor șase piramide în axonometrie izometrică. Discuție.

4.3. Se dă un cub cu muchia de 6 cm, din care se alcătuiesc doi tetraedri regulați intersecțați între ei, ale căror vîrfuri sînt cele opt vîrfuri ale cubului. Așezați volumul pe un plan orizontal și lipiți pe el la partea superioară un volum identic, prin suprapunerea perfectă a două fețe triunghiulare. Desenați ansamblul în dublă proiecție ortogonală. Construiți desfășurata ansamblului.

4.4. Fețele superioară și inferioară ale unui dodecaedru regulat cu muchia de 4 cm sînt bazele unor piramide drepte cu înălțimea de 10 cm. Desenați în dublă proiecție ortogonală și în axonometrie intersecția celor două piramide și corpul comun.

4.5. Se dă un hexagon regulat cu latura de 3 cm, așezat în planul orizontal de proiecție. Se ridică hexagonul cu 3 cm și se rotește în jurul verticalei care trece prin centrul lui cu un unghi de 15° . Primul hexagon este baza unei piramide drepte cu înălțimea de 8 cm, iar al doilea hexagon este baza unei piramide drepte cu înălțimea de 10 cm, așezate cu vîrfurile în jos. Desenați intersecția celor două piramide și corpul comun în dublă proiecție ortogonală și axonometrie. Desenați desfășurata corpului comun.

4.6. Un hexagon stelat înscris într-un cerc cu raza de 3 cm este baza unei prisme drepte cu înălțimea de 12 cm. Două asemenea prisme au același centru de greutate și axele longitudinale orizontale și perpendiculare una pe cealaltă. Hexagonul stelat al unei prisme are patru laturi verticale, iar cel al celei de a doua prisme are o diagonală verticală. Desenați în dublă proiecție ortogonală și în axonometrie intersecția dintre cele două prisme.

4.7. Măriți de două ori desenele din figurile A4.42...A4.47, rezolvați intersecțiile în dublă proiecție ortogonală și studiați vizibilitatea. Desenați desfășuratele intersecțiilor și, cu ajutorul lor, realizați din hîrtie machetele intersecțiilor.

4.8. Desenați în dublă proiecție ortogonală și în axonometrie izometrică intersecția dintre două cuburi egale (cu muchia de 6 cm), care au centrul de greutate comun. Unul din cele două cuburi are două fețe orizontale, iar celălalt cub are o diagonală interioară în poziție verticală. Una din muchiile superioare ale cubului cu diagonala verticală se intersectează cu una din muchiile laterale ale cubului cu două fețe orizontale.

4.9. În problema precedentă, se unesc mijloacele muchiilor fiecărui cub între ele, obținîndu-se astfel doi cuboctaedri. Desenați intersecția lor.

4.10. Desenați în dublă proiecție ortogonală și în axonometrie izometrică intersecția dintre patru cuburi cu diagonala interioară în poziție verticală. Cuburile sînt egale, au muchia de 6 cm și sînt așezate ca în figura A4.48.

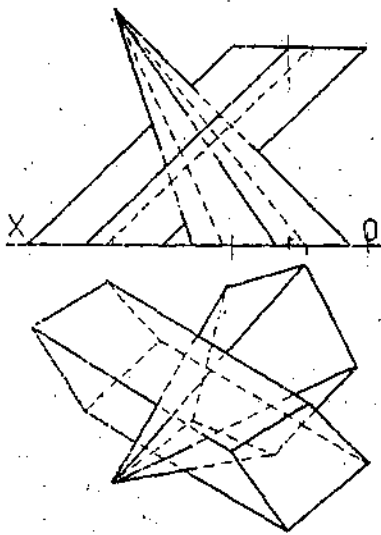


fig. A 4.42

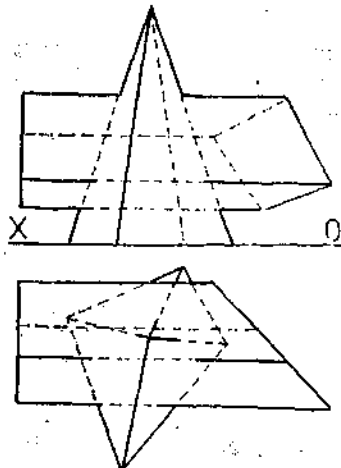


fig. A 4.43

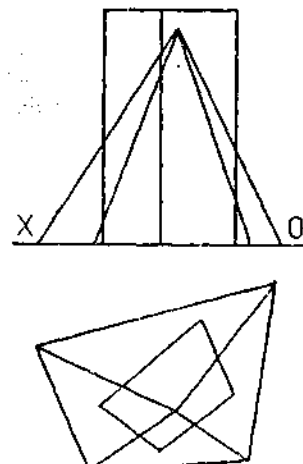


fig. A 4.44

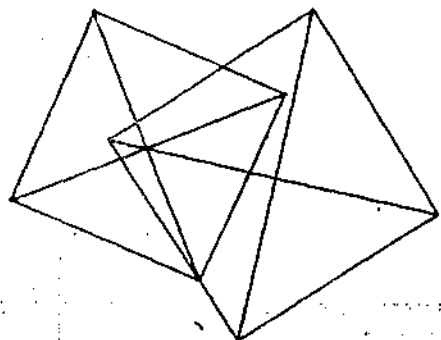
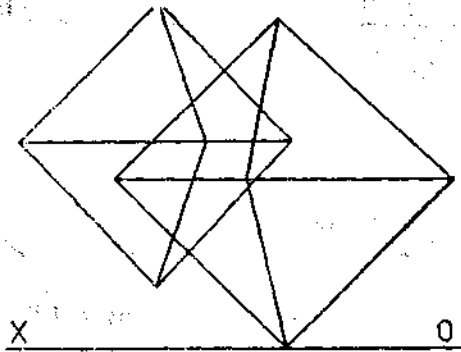


fig. A 4.45

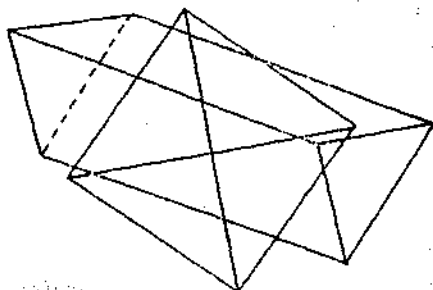
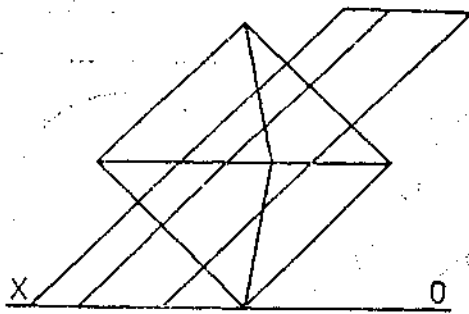


fig. A 4.46

4.11. Se dă un tetraedru regulat cu muchia de 8 cm, așezat cu una din fețe într-un plan de nivel. Construiți încă patru tetraedri identici ale căror centre de greutate coincid cu centrul de greutate al tetraedrului inițial. Direcțiile înălțimilor celor patru tetraedri coincid cu direcțiile înălțimilor tetraedrului inițial, dar sînt orientate cu vîrfurile în sens opus acestora. Desenați în dublă proiecție ortogonală și în axonometrie ansamblul celor cinci tetraedri.

4.12. Desenați în axonometrie izometrică o prismă înaltă de 6 cm, ale cărei dimensiuni în plan sînt de 6×7 cm. Prisma este așezată pe planul orizontal de proiecție. Așezați pe fața sa superioară trei cuburi identice cu muchia de 6 cm, în așa fel încît acestea să stea în echilibru stabil. Cele trei cuburi se vor sprijini toate pe prismă și nu unul pe celălalt.

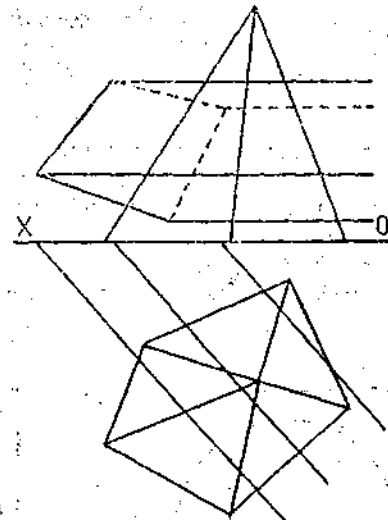


fig. A 4.47

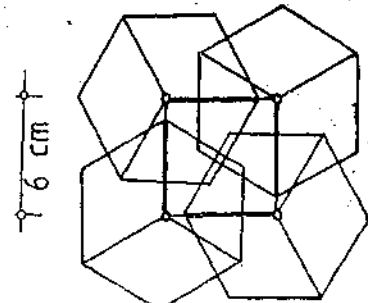


fig. A 4.48

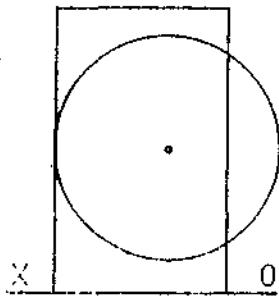


fig. A 4.49

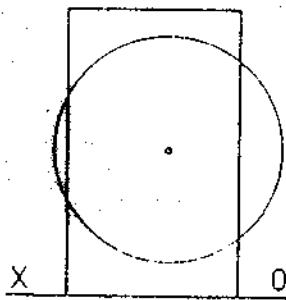


fig. A 4.50

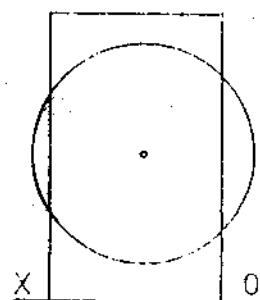
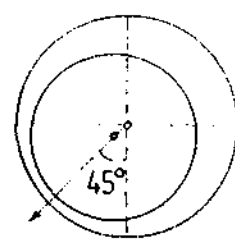
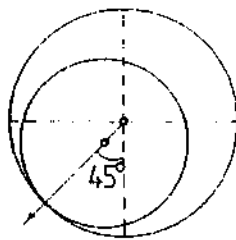
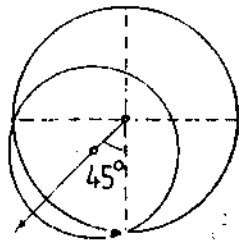


fig. A 4.51



5. Probleme cu sfere

5.1. Desenați în dublă proiecție ortogonală intersecția dintre un cub cu muchia de 6 cm și o sferă cu diametru variabil, în următoarele situații:

- sfera este înscrisă în cub;
- sfera penetrează cubul;
- calotele sferice de pe fețele cubului se întîlnesc pe muchiile cubului;

— diametrul sferei crește; se văd numai o parte din muchiile cubului;

— sfera este circumscrisă cubului.

5.2. Desenați în dublă proiecție ortogonală intersecția dintre o sferă și un cilindru în situațiile din figurile A4.49...A4.51.

5.3. Desenați în dublă proiecție ortogonală intersecția dintre o sferă și o prismă în situațiile din figurile A4.52...A4.54.

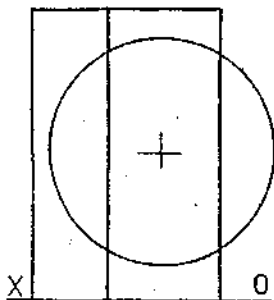


fig. A 4.52

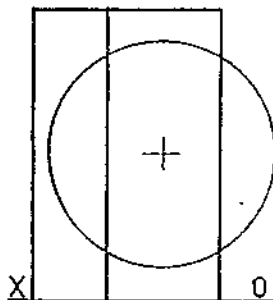


fig. A 4.53

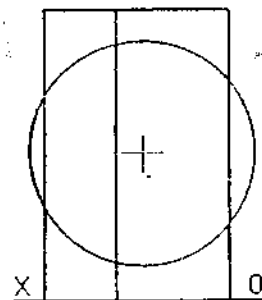
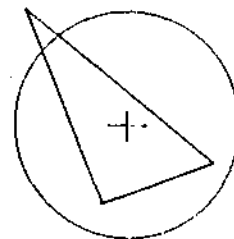
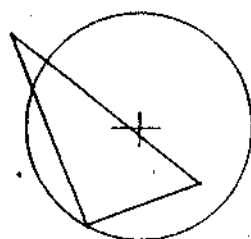
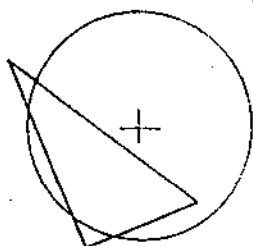


fig. A 4.54



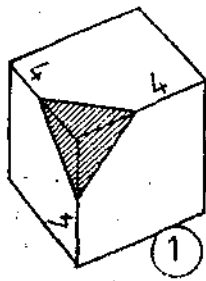


fig. A 4.55

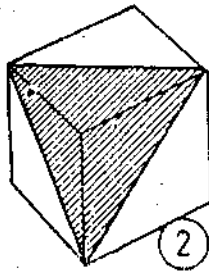


fig. A 4.56

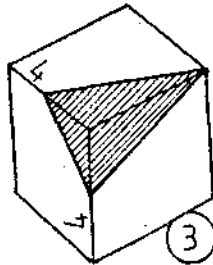


fig. A 4.57

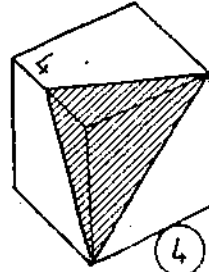


fig. A 4.58

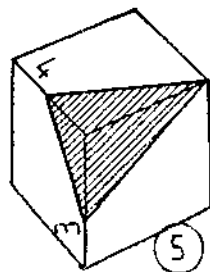


fig. A 4.59

5.4. Așezați un con circular drept (diametrul bazei de 6 cm, înălțimea de 10 cm) culcat pe planul orizontal de proiecție și așezați o sferă de rază 3 cm pe același plan orizontal, în așa fel încât să fie tangentă la con într-un punct aflat la o treime de vîrf și două treimi de baza conului. Desenați ansamblul în dublă proiecție ortogonală.

5.5. Se dau două emisfere cu raza de 3 cm, așezate cu ecuatorul în planul orizontal de proiecție și tangente între ele. Centrele lor se notează cu O_1 și O_2 . Se ia apoi un alt punct în planul orizontal de proiecție, notat cu M , astfel încît triunghiul O_1O_2M să fie echilateral. Așezați un cilindru circular drept cu raza de 2 cm și înălțimea de 12 cm, astfel încît să fie tangent la cele două emisfere și să se sprijine în punctul M din planul orizontal de proiecție.

5.6. Trei conuri circulare drepte au bazele cercuri cu raza de 4 cm, situate în planul orizontal de proiecție și tangente între ele două câte două. Înălțimile celor trei conuri drepte sînt respectiv de 12, 9 și 8 cm. Desenați în dublă proiecție ortogonală sfera cu raza de 3 cm, care este tangentă simultan celor trei sfere.

5.7. Un tetraedru regulat cu muchia de 12 cm este așezat pe planul orizontal de proiecție. Așezați trei sfere egale care să fie tangente între ele două câte două și tangente interior tetraedrului. Toate cele trei sfere vor fi așezate pe planul orizontal de proiecție. Desenați ansamblul în dublă proiecție ortogonală.

5.8. Un tetraedru regulat cu muchia de 14 cm este așezat cu un vîrf în jos și are o față orizontală. În tetraedru (care este gol pe dinăuntru) se plasează o sferă de rază 2,5 cm. Se cere să se așeze încă alte trei sfere egale care să fie tangente exterior sferei mari și tangente interior tetraedrului. Desenați ansamblul în dublă proiecție ortogonală.

5.9. Se dă un cub cu muchia de 8 cm, secționat în diverse moduri, conform schițelor din figurile

A4.55...A4.59. Introduceți în fiecare caz cea mai mare sferă care poate fi conținută. Desenați volumele în dublă proiecție ortogonală.

5.10. Desenați în dublă proiecție ortogonală cele mai mari două sfere egale care intră într-un cub cu muchia de 8 cm.

5.11. Desenați în dublă proiecție ortogonală cele mai mari trei sfere egale care intră complet într-un cub cu muchia de 8 cm.

5.12. Desenați în dublă proiecție ortogonală cele mai mari patru sfere egale care intră complet într-un cub cu muchia de 8 cm.

5.13. Așezați cît mai multe sfere egale cu diametrul de 3 cm într-un cub cu muchia de 8 cm. Desenați în dublă proiecție ortogonală, considerînd cubul transparent și sferile opace.

5.14. Se dă un triunghi echilateral cu latura de 9 cm, situat în planul orizontal de proiecție. Din vîrfurile triunghiului se ridică verticale la cotele de 12, 10, 9 cm. Vîrfurile verticalelor se unesc fiecare cu centrul triunghiului și cu mijloacele laturilor adiacente ale triunghiului, dînd naștere astfel la trei piramide triunghiulare oblice. Așezați între cele trei piramide, și tangentă la ele, o sferă cu raza de 3 cm.

5.15. Se dă un pătrat cu latura de 12 cm, situat în planul orizontal de proiecție. Din vîrfurile pătratului se ridică verticale la cotele de 12, 9, 7 și, respectiv, 4 cm. Vîrfurile verticalelor se unesc fiecare cu centrul pătratului și cu mijloacele laturilor adiacente, situate în planul orizontal de proiecție, dînd astfel naștere la patru piramide pătrate oblice. Așezați între cele patru piramide, și tangentă la ele, o sferă cu raza de 4 cm.

5.16. Trei sfere cu razele de 3, 3,5 și, respectiv, 4 cm sînt așezate pe planul orizontal de proiecție și sînt tangente între ele două câte două. Desenați în dublă proiecție ortogonală o altă sferă cu raza de 4,5 cm așezată peste ele (tangentă la primele trei sfere).

5.17. Trei sfere cu razele de 3, 3,5 și, respectiv, 4 cm, sînt așezate pe planul orizontal de proiecție și sînt tangente între ele două cîte două. Așezați peste ele un cub cu muchia de 6 cm, care are o diagonală interioară în poziție verticală. Trei din fețele cubului sînt tangente la cele trei sfere. Discuție.

5.18. Într-un cub cu muchia de 12 cm se înscrie un octaedru regulat. Pe fiecare față a octaedrului se construiește cîte un tetraedru regulat avînd muchia egală cu muchia octaedrului. În spațiile care rămîn libere între fețele laterale ale piramidelor și fețele cubului (în total 12 spații), se vor înscrie sfere tangente exterior la cîte doi tetraedri și tangente interior cubului.

5.19. Introduceți într-o sferă de rază dată cele mai mari două cuburi egale care pot fi conținute.

5.20. Introduceți într-o sferă de rază dată cele mai mari trei cuburi egale care pot fi conținute.

5.21. Introduceți într-o sferă de rază dată cele mai mari șase cuburi egale care pot fi conținute.

6. Acoperișuri

Rezolvați în plan acoperișurile din figurile A4.60... A4.66. Desenați două elevații și desfășurata și realizați macheta din hîrtie pentru fiecare acoperiș. În cazul acoperișurilor denivelate sînt indicate punctele în care coamele orizontale ale părților supraînălțate pătrund în versanții acoperișului.

7. Umbre

Desenați în dublă proiecție ortogonală și în axonometrie umbrele ansamblurilor din figurile A4.67... A4.69, mărind desenul de trei ori.

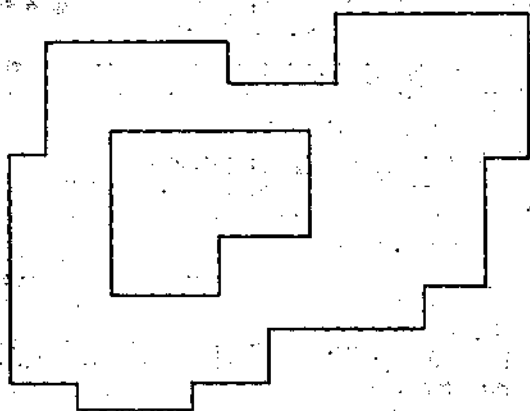


fig. A 4.60

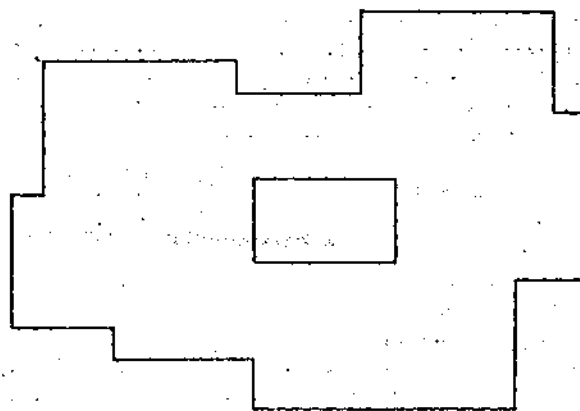


fig. A 4.61

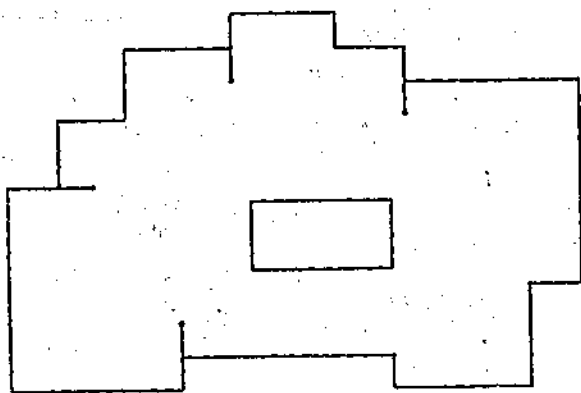


fig. A 4.62

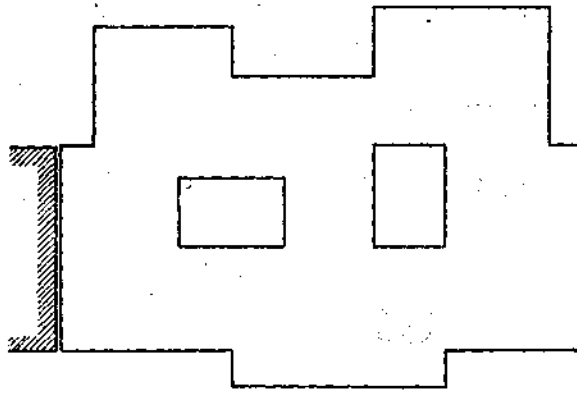


fig. A 4.63

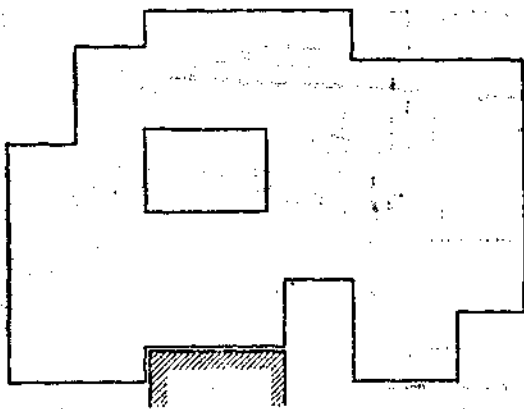


fig. A 4.64

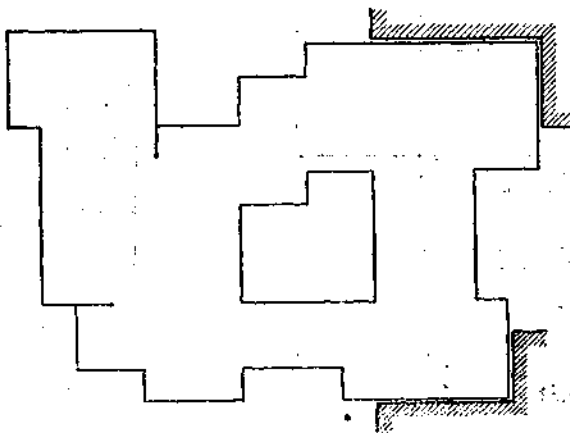


fig. A 4.65

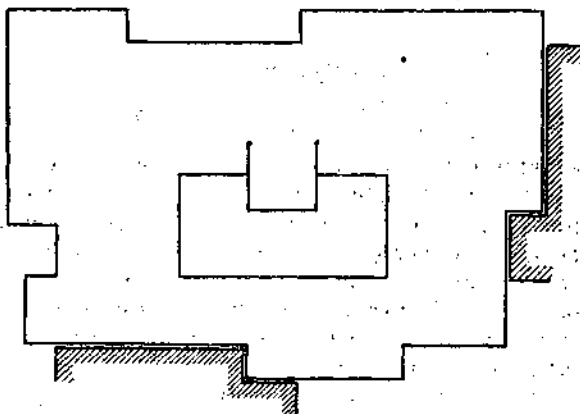


fig. A 4.66

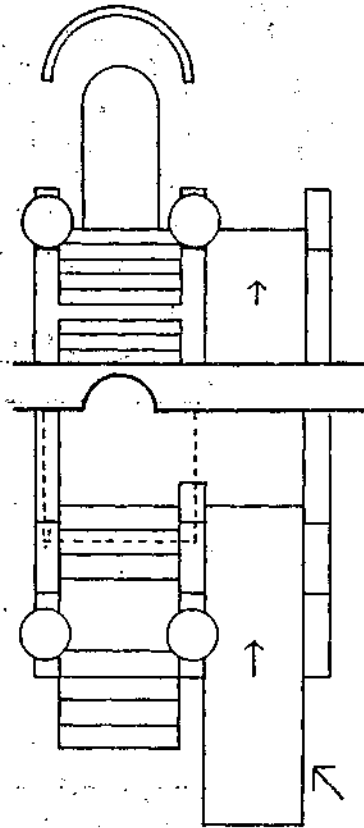


fig. A 4.67

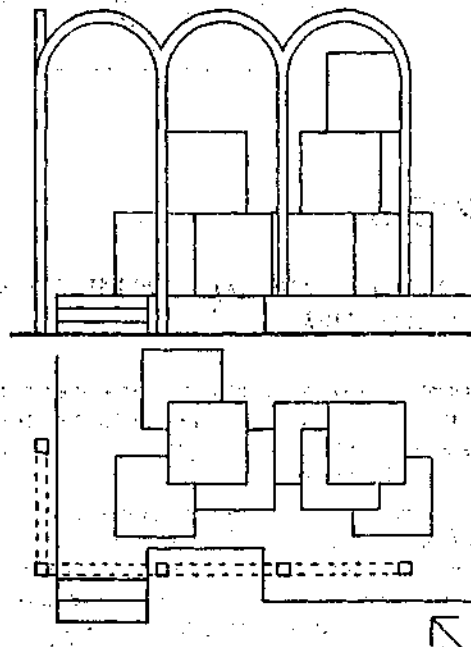


fig. A 4.68

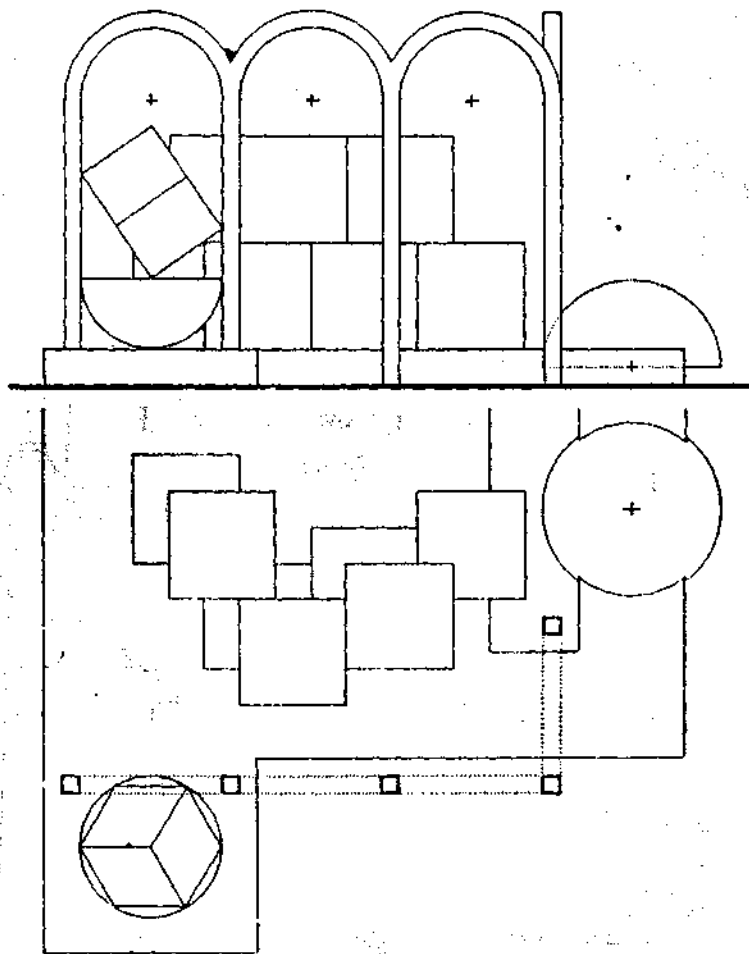


fig. A 4.69

ANEXA 5

ELEMENTE DE ANTURAJ ÎN PERSPECTIVA DE ARHITECTURĂ

În această anexă se prezintă câteva elemente de anturaj mai des folosite în perspectivele de arhitectură (elemente de vegetație, autovehicule, oameni, avioane etc.).

Fără a avea intenția de a epuiza acest capitol sau de a face un studiu în sine, aceste tipuri de elemente de anturaj sînt ilustrate în diferite maniere de prezentare; ele vin în ajutorul celor care abordează pentru prima dată perspectiva de arhitectură. Deoarece nu este necesar ca desenatorul unei perspective de arhitectură să posedă ușurința de

a reprezenta liber absolut toate elementele de anturaj, se propune alcătuirea unei documentații proprii cu astfel de elemente. Dar încă de la prima perspectivă, elementele de anturaj vor fi plasate în tablou, ținîndu-se seama de scara metrică. După un număr de exerciții corect abordate, perspectiva construită a elementelor de arhitectură și plasarea liberă a elementelor de anturaj se vor contopi într-o manieră unitară, rezultînd o perspectivă care să satisfacă din toate punctele de vedere.

